



Решение уравнений с модулем методом интервалов.

Подготовила

учитель математики МКОУ «Хотьковская СОШ»

Думиничского района Калужской области

Наталья Николаевна Коломина

2017



Определение модуля

Модулем (абсолютной величиной) числа называется неотрицательное число:

$$|x| = \begin{cases} x, & \text{если } x \geq 0, \\ -x, & \text{если } x < 0. \end{cases} \quad x \in \mathbb{R}$$

Свойства модуля

$$|x| \geq 0;$$

$$|-x| = |x|;$$

$$|xy| = |x| \cdot |y|;$$

$$\left| \frac{x}{y} \right| = \frac{|x|}{|y|}, \quad y \neq 0;$$

$$|x|^2 = x^2;$$

$$\sqrt{x^2} = |x|;$$

$$|x| \geq x;$$

$$|x + y| \leq |x| + |y|;$$

$$|x - y| \geq |x| - |y|;$$



Уравнения вида $|x|=a$

$$|x-2|=3$$

Посмотреть
решение

$$x - 2 = 0$$

$$x = 2$$

$x \in (-\infty ; 2]$	$x \in (2 ; +\infty)$
$x - 2 \leq 0$	$x - 2 > 0$
—	+
Меняем знаки	Не меняем знаки
$\begin{aligned} -x + 2 &= 3 \\ -x &= 1 \\ x &= -1 \end{aligned}$	$\begin{aligned} x - 2 &= 3 \\ x &= 5 \end{aligned}$
$-1 \in (-\infty ; 2]$	$5 \in (2 ; +\infty)$
-1 – корень уравнения	5 – корень уравнения.

Ответ: -1; 5.



Уравнения вида $|x|=a$

$$|5 - 2x| = 4$$

Посмотреть
решение

$$5 - 2x = 0$$

$$-2x = -5$$

$$x = 2,5$$

$x \in (-\infty ; 2,5]$	2,5	$x \in (2,5 ; +\infty)$
$5 - 2x \geq 0$		$5 - 2x < 0$
+		—
Не меняем знаки		Меняем знаки
$5 - 2x = 4$ $-2x = 4 - 5$ $-2x = -1$ $x = 0,5$		$-5 + 2x = 4$ $2x = 4 + 5$ $2x = 9$ $x = 4,5$
$0,5 \in (-\infty ; 2,5]$		$4,5 \in (2,5 ; +\infty)$
0,5 – корень уравнения		4,5 – корень уравнения.

Ответ: 0,5; 4,5.



Уравнения вида $|x|=a$

$$7 = |3x + 8|$$

Посмотреть
решение

$$3x + 8 = 0$$

$$3x = -8$$

$$x = -8/3$$

$x \in (-\infty ; -8/3]$	$x \in [-8/3 ; +\infty)$
$3x + 8 \geq 0$	$3x + 8 < 0$
+	—
Не меняем знаки	Меняем знаки
$3x + 8 = 7$ $3x = 7 - 8$ $3x = -1$ $x = -1/3$	$-3x - 8 = 7$ $-3x = 7 + 8$ $-3x = 15$ $x = -5$
$-1/3 \notin (-\infty ; -8/3]$	$-5 \notin [-8/3 ; +\infty)$
$-1/3$ – не корень уравнения	-5 – не корень уравнения.

Ответ: корней нет



Уравнения вида $|x|=|y|$

$$|x + 1| = |2x - 1|$$

Посмотреть
решение

$$x + 1 = 0$$

$$x = -1$$

$$2x - 1 = 0$$

$$2x = 1$$

$$x = 0,5$$

-1		0,5	
$x \in (-\infty ; -1]$	$x \in [-1 ; 0,5]$	$x \in (0,5 ; +\infty)$	
$x + 1 \leq 0$ -	$x + 1 > 0$ +	$x + 1 > 0$ +	
$2x - 1 < 0$ -	$2x - 1 \leq 0$ -	$2x - 1 > 0$ +	
$-x - 1 = -2x + 1$ $-x + 2x = 1 + 1$ $x = 2$	$x + 1 = -2x + 1$ $3x = 0$ $x = 0$	$x + 1 = 2x - 1$ $x - 2x = -1 - 1$ $-x = -2$ $x = 2$	
$2 \notin (-\infty ; -1]$	$0 \in [-1 ; 0,5]$	$2 \in (0,5 ; +\infty)$	
2 – не корень уравнения	0,5 – корень уравнения	2 – корень уравнения.	

Ответ: 0,5; 2.

Уравнения вида $|x|=|y|$

$$|2x - 9| = |3 - x|$$

Посмотреть
решение

$$2x - 9 = 0$$

$$2x = 9$$

$$x = 4,5$$

$$3 - x = 0$$

$$-x = -3$$

$$x = 3$$

3

4,5

$x \in (-\infty ; 3]$	$x \in (3 ; 4,5]$	$x \in (4,5 ; +\infty)$
$2x - 9 < 0$ -	$2x - 9 \leq 0$ -	$2x - 9 > 0$ +
$3 - x \geq 0$ +	$3 - x < 0$ -	$3 - x < 0$ -
$-2x + 9 = 3 - x$ $-2x + x = 3 - 9$ $-x = -6$ $x = 6$	$-2x + 9 = -3 + x$ $-2x - x = -3 - 9$ $-3x = -12$ $x = 4$	$2x - 9 = -3 + x$ $2x - x = -3 + 9$ $x = 6$
$6 \notin (-\infty ; 3]$	$4 \in (3 ; 4,5]$	$6 \in (4,5 ; +\infty)$
6 – не корень уравнения	4 – корень уравнения	6 – корень уравнения.

Ответ: 4; 6.

Уравнения вида $|x|=|y|$

$$3|x + 1| = |1 - 2x|$$

Посмотреть
решение

$$x + 1 = 0$$

$$x = -1$$

$$1 - 2x = 0$$

$$-2x = -1$$

$$x = 0,5$$

-1

0,5

$x \in (-\infty ; -1]$	$x \in [-1 ; 0,5]$	$x \in (0,5 ; +\infty)$
$x + 1 \leq 0$ -	$x + 1 > 0$ +	$x + 1 > 0$ +
$1 - 2x > 0$ +	$1 - 2x \geq 0$ +	$1 - 2x < 0$ -
$3(-x - 1) = 1 - 2x$ $-3x - 3 = 1 - 2x$ $-x = 4$ $x = -4$	$3(x + 1) = 1 - 2x$ $3x + 3 = 1 - 2x$ $5x = -2$ $x = -0,4$	$3(x + 1) = -1 + 2x$ $3x + 3 = 2x - 1$ $x = -4$
$-4 \in (-\infty ; -1]$	$-0,4 \in [-1 ; 0,5]$	$-4 \notin (0,5 ; +\infty)$
-4 – корень уравнения	-0,4 – корень уравнения	-4 – не корень уравнения.

Ответ: -4; -0,4.



Уравнения вида $|x|=y$

Отличие от уравнений 1 вида в том, что в правой части тоже переменная.

$$|x+1|=1-2x$$

Посмотреть
решение

$$x+1=0$$

$$x = -1$$

$$1-2x \geq 0$$

$$-2x \geq -1$$

$$x \leq 0,5$$

$x \in (-\infty; -1]$	$x \in [-1; 0,5]$
$x+1 \leq 0$	$x+1 > 0$
—	+
Меняем знаки	Не меняем знаки
$-x-1=1-2x$ $x=2$	$x+1=1-2x$ $3x=0$ $x=0$
$2 \notin (-\infty; -1]$	$0 \in [-1; 0,5]$
2 – не корень уравнения	0 – корень уравнения.

Ответ: 0.



Уравнения вида $|x|=y$

Отличие от уравнений 1 вида в том, что в правой части тоже переменная.

$$|2x+1| = 3-x$$

Посмотреть
решение

$$2x + 1 = 0$$

$$2x = -1$$

$$x = -0,5$$

$$3 - x \geq 0$$

$$-x \geq -3$$

$$x \leq 3$$

-0,5	
$x \in (-\infty ; -0,5]$	$x \in [-0,5 ; 3]$
$2x + 1 \leq 0$	$2x + 1 > 0$
—	+
Меняем знаки	Не меняем знаки
$-2x - 1 = 3 - x$ $-x = 4$ $x = -4$	$2x + 1 = 3 - x$ $3x = 2$ $x = 2/3$
$-4 \in (-\infty ; -0,5]$	$2/3 \in [-0,5 ; 3]$
-4 – корень уравнения	2/3 – корень уравнения.

Ответ: -4; 2/3.



Уравнения вида $|x|=y$

Отличие от уравнений 1 вида в том, что в правой части тоже переменная.

$$-2|x+4| = 3-x$$

Посмотреть
решение

$$x + 4 = 0$$

$$x = -4$$

$$3 - x \geq 0$$

$$-x \geq -3$$

$$x \leq 3$$

- 4	
$x \in (-\infty ; -4]$	$x \in [-4 ; +\infty)$
$x + 4 \leq 0$	$x + 4 > 0$
—	+
Меняем знаки	Не меняем знаки
$-2(-x - 4) = 3 - x$ $2x + 8 = 3 - x$ $3x = -5$ $x = -5/3$	$-2(x + 4) = 3 - x$ $-2x - 8 = 3 - x$ $-x = 11$ $x = -11$
$-5/3 \notin (-\infty ; -4]$	$-11 \notin [-4 ; +\infty)$
-5 – не корень уравнения	-12 – не корень уравнения.

Ответ: корней нет.



$$|x + 3| - |2x - 1| = 1$$

Посмотреть
решение

$$x + 3 = 0$$

$$x = -3$$

$$2x - 1 = 0$$

$$2x = 1$$

$$x = 0,5$$

-3

0,5

$x \in (-\infty; -3]$	$x \in [-3; 0,5]$	$x \in (0,5; +\infty)$
$x + 3 \leq 0$ -	$x + 3 > 0$ +	$x + 3 > 0$ +
$2x - 1 < 0$ -	$2x - 1 \leq 0$ -	$2x - 1 > 0$ +
$-x - 3 + 2x - 1 = 1$ $x = 5$	$x + 3 + (2x - 1) = 1$ $x + 3 + 2x - 1 = 1$ $3x = -1$ $x = -1/3$	$x + 3 - 2x + 1 = 1$ $-x = -3$ $x = 3$
$5 \notin (-\infty; -3]$	$-1/3 \in [-3; 0,5]$	$3 \in (0,5; +\infty)$
5 – не корень уравнения	-1/3 – корень уравнения	3 – корень уравнения.

Ответ: -1/3; 3.



$$|3x - 5| + |3 + 2x| = 2|x + 1|$$

Посмотреть
решение

-1,5

-1

5/3

$$3x - 5 = 0$$

$$3x = 5$$

$$x = 5/3$$

$$3 + 2x = 0$$

$$2x = -3$$

$$x = -1,5$$

$$x + 1 = 0$$

$$x = -1$$

	$x \in (-\infty; -1,5]$	$x \in [-1,5; -1]$	$x \in [-1; 5/3]$	$x \in (5/3; +\infty)$
$3x - 5 < 0$ —	$3x - 5 < 0$ —	$3x - 5 < 0$ —	$3x - 5 \leq 0$ —	$3x - 5 > 0$ +
$3 + 2x \leq 0$ —	$3 + 2x > 0$ +	$3 + 2x > 0$ +	$3 + 2x > 0$ +	$3 + 2x > 0$ +
$x + 1 < 0$ —	$x + 1 \leq 0$ —	$x + 1 > 0$ +	$x + 1 > 0$ +	$x + 1 > 0$ +
$x = 4/3$	$x = -10$	$x = 2$	$x = 4/3$	
$4/3 \notin (-\infty; -1,5]$	$-10 \notin [-1,5; -1]$	$2 \notin [-1; 5/3]$	$4/3 \notin (5/3; +\infty)$	
$4/3$ – не корень уравнения	-10 – не корень уравнения	2 – не корень уравнения.	$4/3$ – не корень уравнения.	

Ответ: корней нет.



Ссылки на изображения:

<http://mediaryazan.ru/upload/iblock/fba/ЕГЭ.png>

Интернет - источники:

<http://youclever.org/book/uravneniya-s-modulem-2>

<http://ru.solverbook.com/primery-reshenij/primery-resheniya-uravnenij-s-modulem/>

<http://mathus.ru/math/modul.pdf>

<http://matica.org.ua/metodichki-i-knigi-po-matematike/algebraicheskie-uravneniia-i-neravenstva-funktcii-logarifmy/19-uravneniia-s-modulem>

