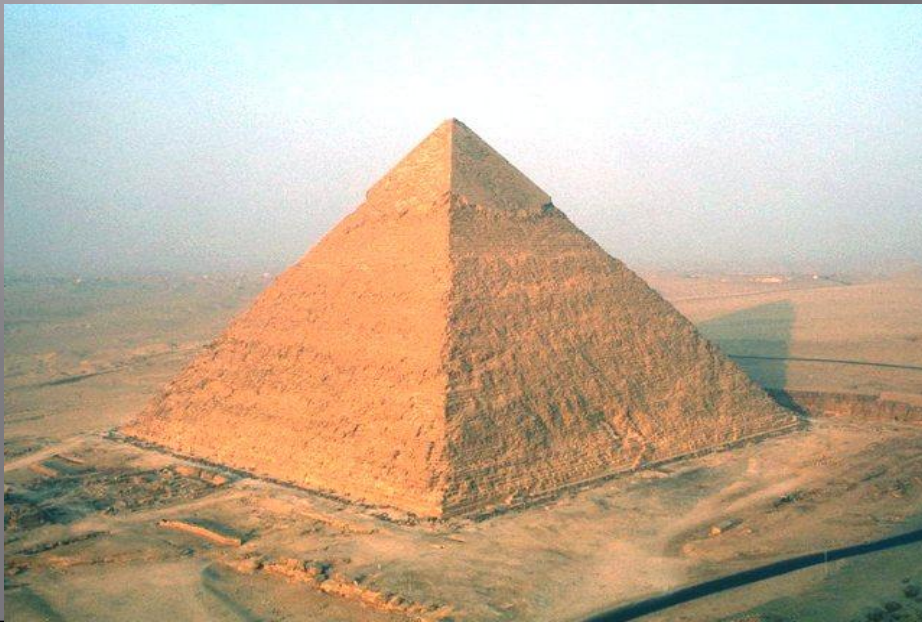
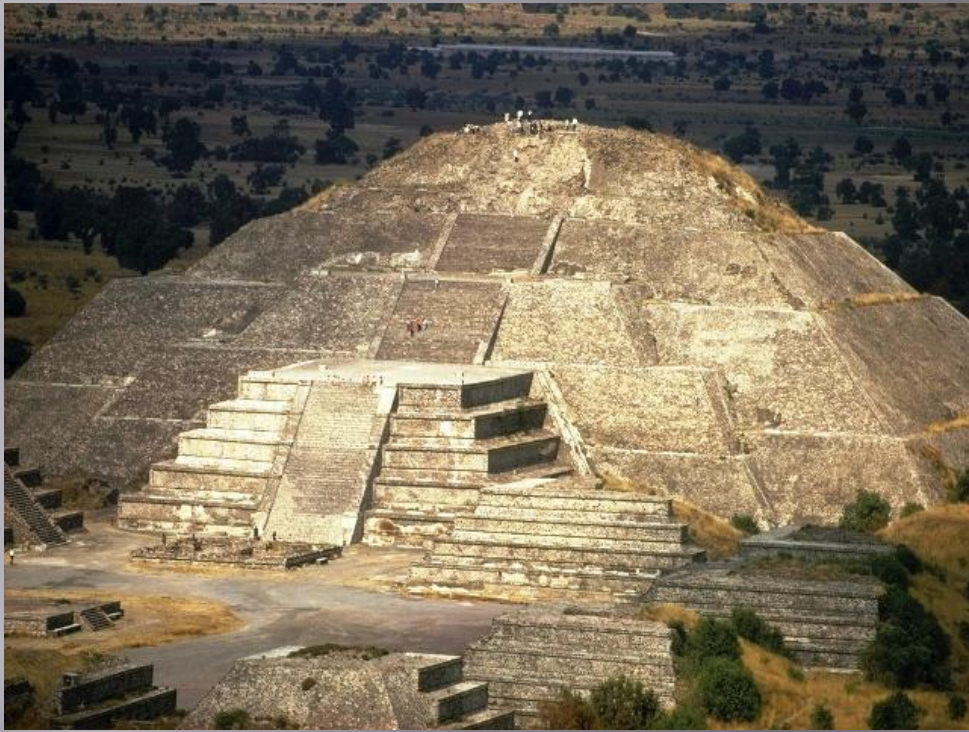


Пирамиды.





Многопрофильная Гимназия №79

ОТКРЫТЫЙ УРОК
«ГЕОМЕТРИЧЕСКАЯ
ПИРАМИДА И ЕЁ
ПРОЕКЦИЯ»

Учитель: Волкова Лидия Николаевна

Город Алматы

2009г.

Презентацию готовили

- Дасиева Роза,
- Набоко Михаил,
- Ибрагимова Карина,
- Егизбаева Айнура,
- Асанова Эльвира,
- Ускенбаева Мадия.

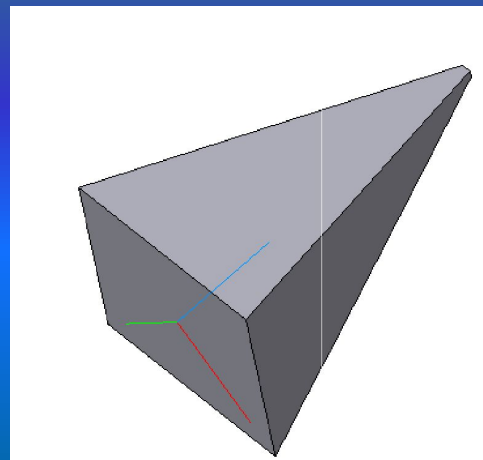
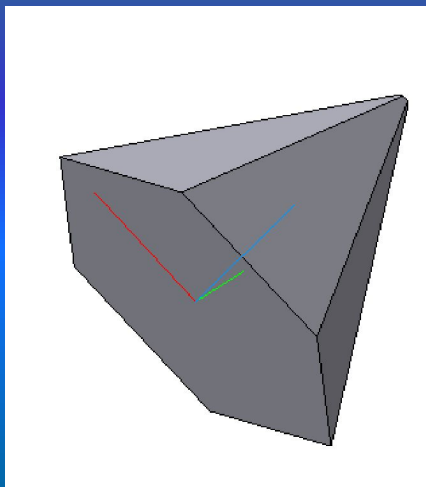
О слове пирамида.

Пирамида.

*Слово «**пирамида**» в геометрию ввели греки, которые, как полагают, заимствовали его у египтян, создавших самые знаменитые пирамиды в мире. Другая теория выводит этот термин из греческого слова «пирос» (рожь) – считают, что греки выпекали хлебцы, имевшие форму пирамиды.*

Что же такое пирамида?

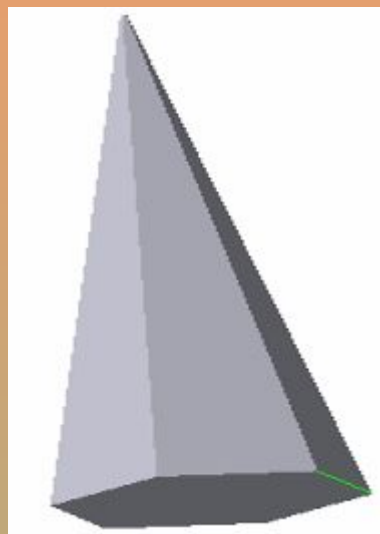
Пирамида - многогранник, у которого основание - многоугольник, боковые грани - треугольники, имеющие общую вершину.



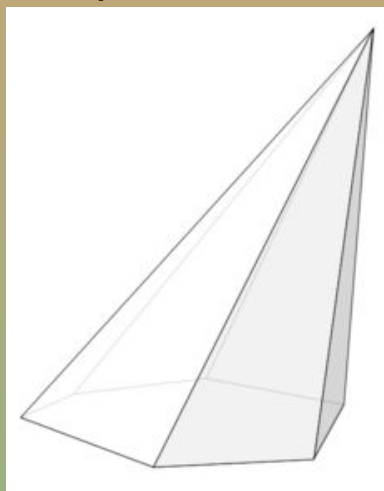
Какими бывают пирамиды?

Усеченные

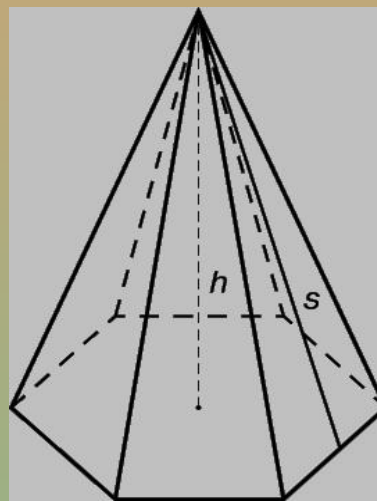
Полные



Неправильная

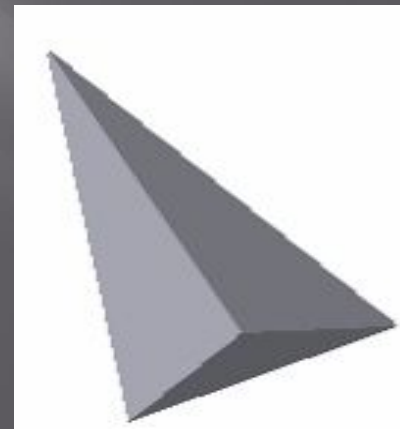
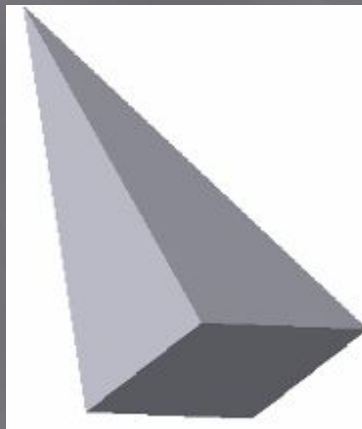
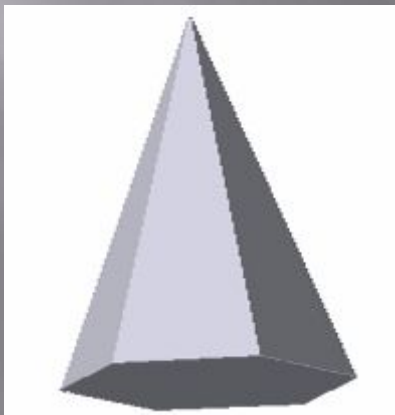


Правильная



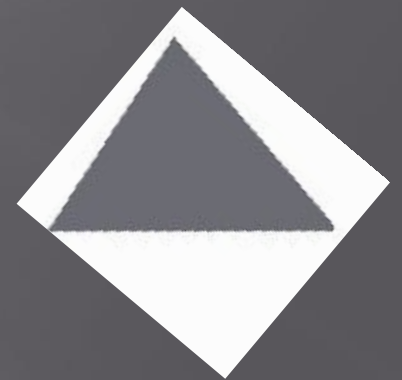
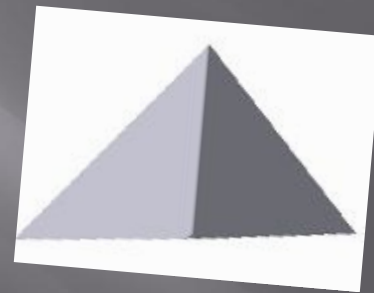
От чего зависит вид пирамиды?

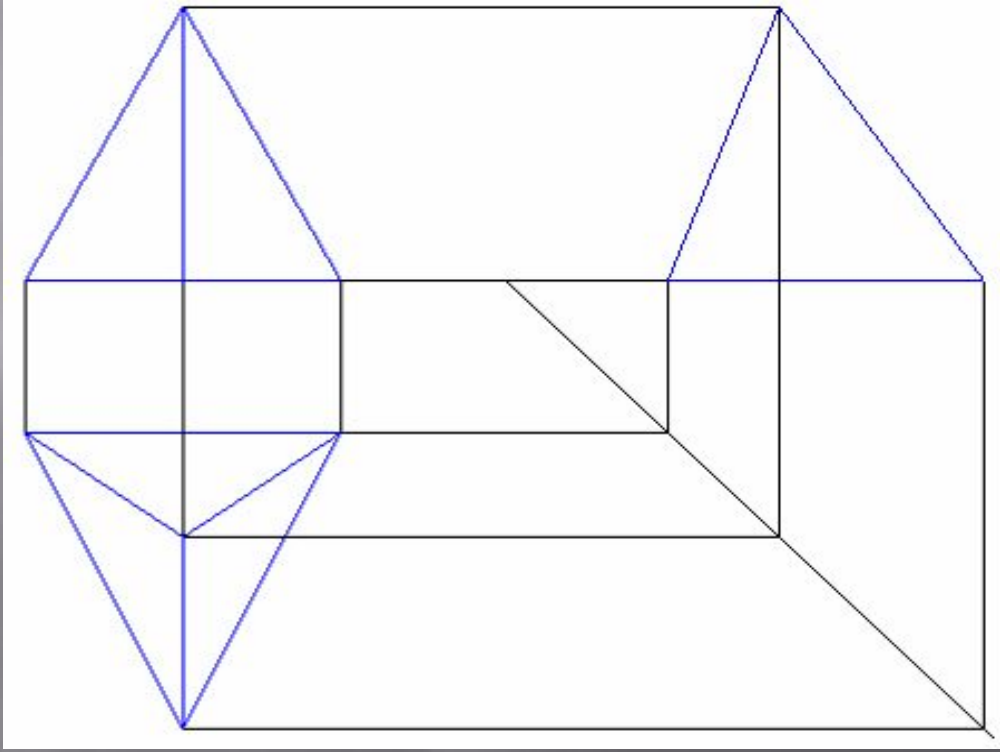
Вид пирамиды зависит от многоугольника, который лежит в основании.



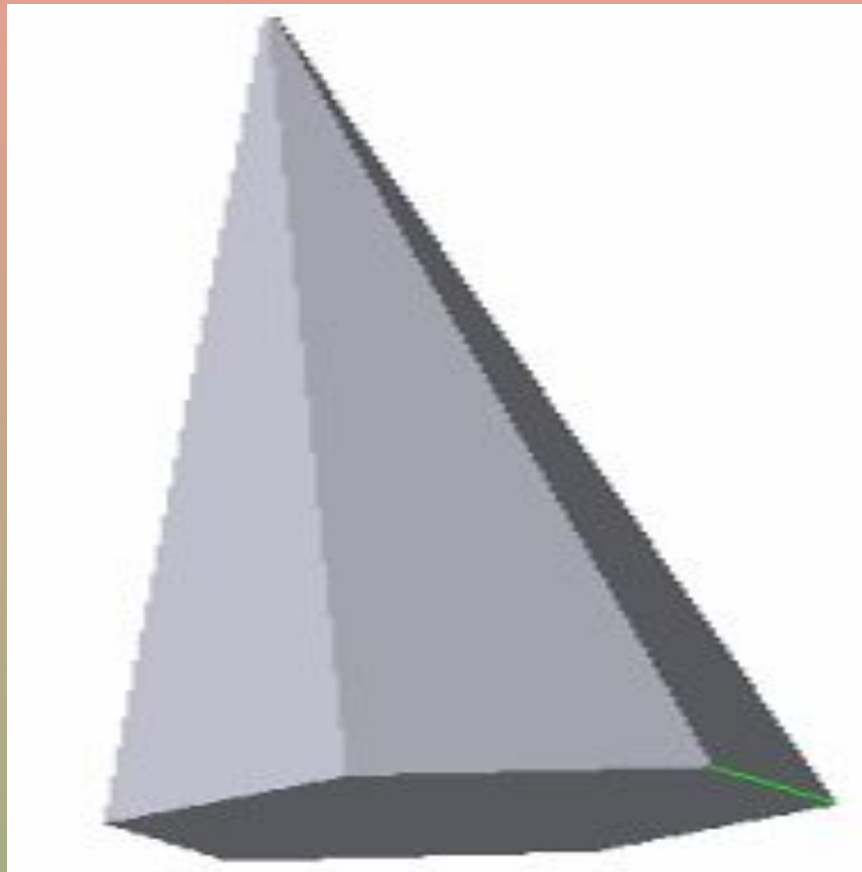
Проекция пирамиды

- ▣ Пирамида
треугольная





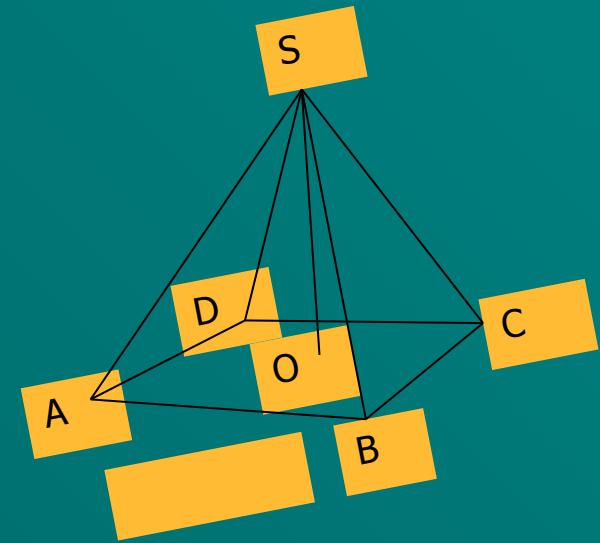
О полной (не усечённой) пирамиде.



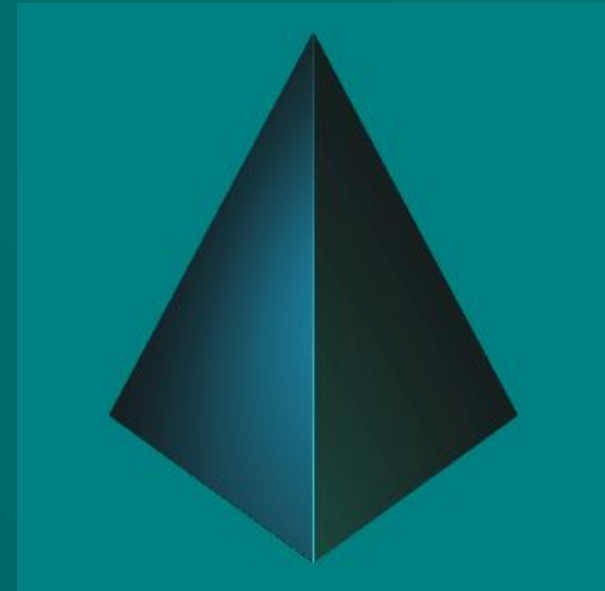
- ▣ **Пирамида** – это многогранник, одна из граней которого – произвольный n – угольник $A_1A_2\dots A_n$, а остальные грани – треугольники с общей вершиной.

Этот n – угольник $A_1A_2\dots A_n$ называется **основанием пирамиды**.

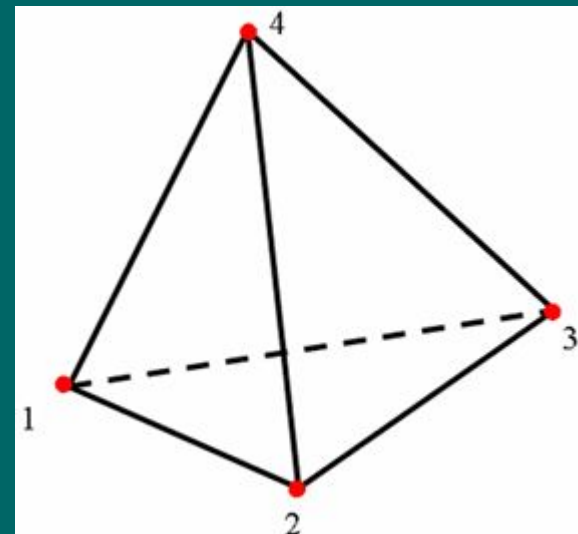
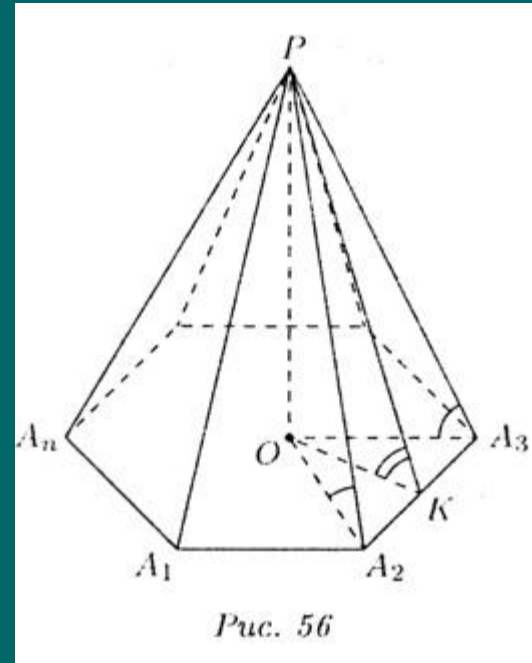
- ▣ Треугольные грани называются **боковыми гранями**.
- ▣ Общая вершина всех боковых граней называется **вершиной** пирамиды.
- ▣ Отрезки, соединяющие вершину пирамиды с вершинами основания называются **боковыми рёбрами**.
- ▣ Объединение боковых граней пирамиды называется её **боковой поверхностью**.
- ▣ Перпендикуляр, проведённый из вершины пирамиды к плоскости основания, называется **высотой** пирамиды.



ABCD – основание
S – вершина
SO – высота



- ▣ Пирамида называется **правильной**, если её основание – правильный многоугольник, а отрезок, соединяющий вершину пирамиды с центром основания, является её высотой.
- ▣ Высота боковой грани правильной пирамиды, проведённая из её вершины, называется **апофемой** этой пирамиды. Все **апофемы** равны друг другу.
- ▣ Если в основании пирамиды лежит n -угольник, то пирамида называется **n -угольной**.
- ▣ Треугольная пирамида называется **тетраэдром**. Тетраэдр задается четырьмя вершинами; грани тетраэдра – четыре треугольника. Тетраэдр называется **правильным**, если все его рёбра равны.



Свойства пирамиды

- Все боковые рёбра равны между собой.
- Все боковые грани – равные равнобедренные треугольники.
- Все двугранные углы при основании равны.
- Все плоские углы при вершине равны.
- Все плоские углы при основании равны
- Апофемы боковых граней одинаковы по длине.
- В любую правильную пирамиду можно вписать сферу.

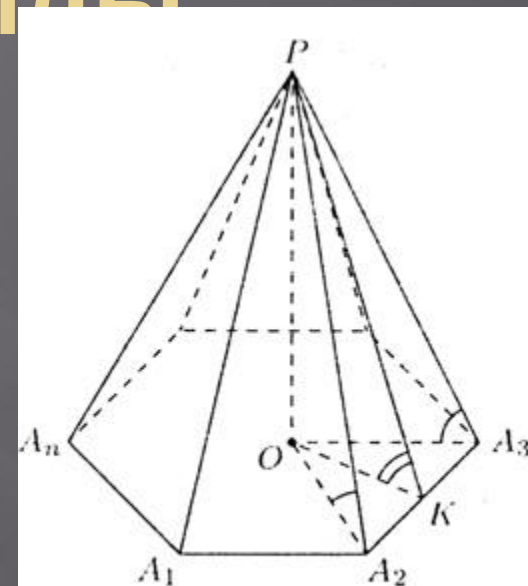
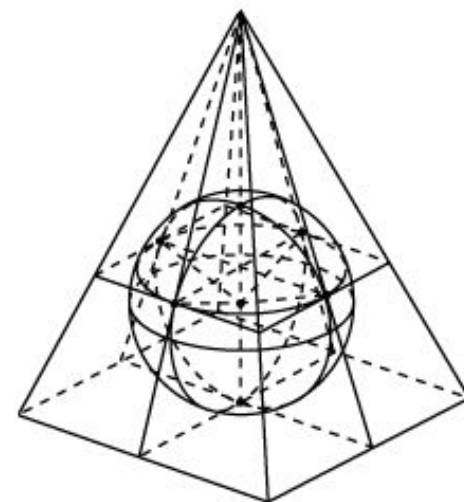


Рис. 56



Площадь пирамиды

- ▣ **Площадью полной поверхности** пирамиды называется сумма площадей всех её граней.

$$S_{\text{полн}} = S_{\text{бок}} + S_{\text{осн}}$$

Площадь боковой поверхности пирамиды – сумма площадей её боковых граней.

Площадь боковой грани правильной пирамиды:

$$S_{\text{бок.гр.}} = 1/2 * t * |g|,$$

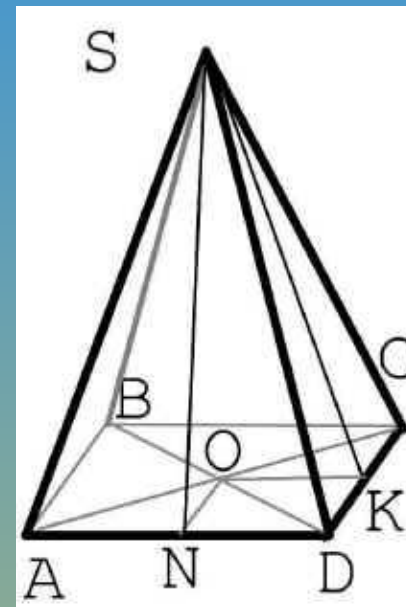
где t – апофема,

$|g|$ – основание грани

Площадь боковой поверхности правильной пирамиды:

$$S_{\text{бок.пов.}} = 1/2 * (P_{\text{осн}} * t),$$

где t – апофема, P – периметр основания



Объём пирамиды

- ▣ **Объём пирамиды**

$$V = (1/3) * S_{\text{осн}} * h,$$

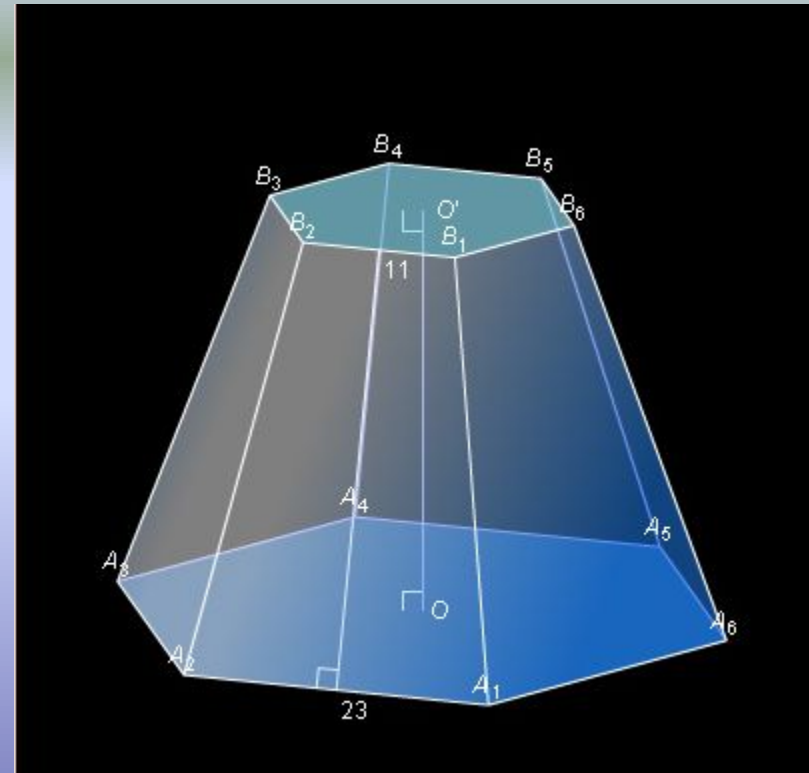
где S – площадь основания, h – высота пирамиды.

Усечённая пирамида

Определение.

Усечённая пирамида – это часть пирамиды, лежащая между основанием и параллельным основанию сечением.

Усечённая пирамида является частным случаем пирамиды.



Основания усечённой пирамиды – основание исходной пирамиды и многоугольник, полученный при пересечении её плоскостью ($A_1A_2\dots A_n$ и $B_1B_2\dots B_n$).

Отрезки $A_1B_1, A_2B_2, \dots, A_nB_n$ называются **боковыми рёбрами** усечённой пирамиды.

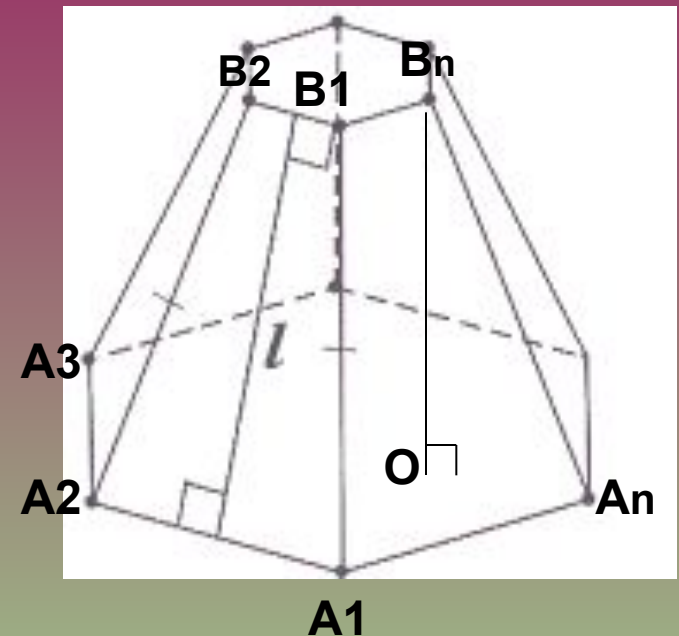
Перпендикуляр, проведённый из какой-нибудь точки одного основания к плоскости другого основания, называется **высотой** усечённой пирамиды.

Боковые грани усечённой пирамиды – **трапеции**.

Усечённую пирамиду с основаниями $A_1A_2\dots A_n$ и $B_1B_2\dots B_n$ обозначают так: $A_1A_2\dots A_nB_1B_2\dots B_n$.

Усечённая пирамида называется **правильной**, если она получена сечением правильной пирамиды плоскостью, параллельной основанию. Основания правильной усечённой пирамиды – **правильные многоугольники**, а боковые грани – **равнобедренные трапеции**.

Высоты этих трапеций называются **апофемами**.



Свойства усечённой пирамиды.

- 1. Боковые рёбра и высота пирамиды делятся секущей плоскостью на пропорциональные отрезки.
- 2. В сечении получается многоугольник, подобный многоугольнику, лежащему в основании.
- 3. Площади сечения и основания будут относиться между собой, как квадраты их расстояний от вершины пирамиды.

Площадь поверхности правильной усечённой пирамиды:

$S = (1/2) * t * (P + P_1)$, где t – апофема, P – периметр оснований, P_1 – периметр боковой поверхности.

Площадь боковой поверхности правильной усечённой пирамиды равна произведению полусуммы периметров оснований на апофему:

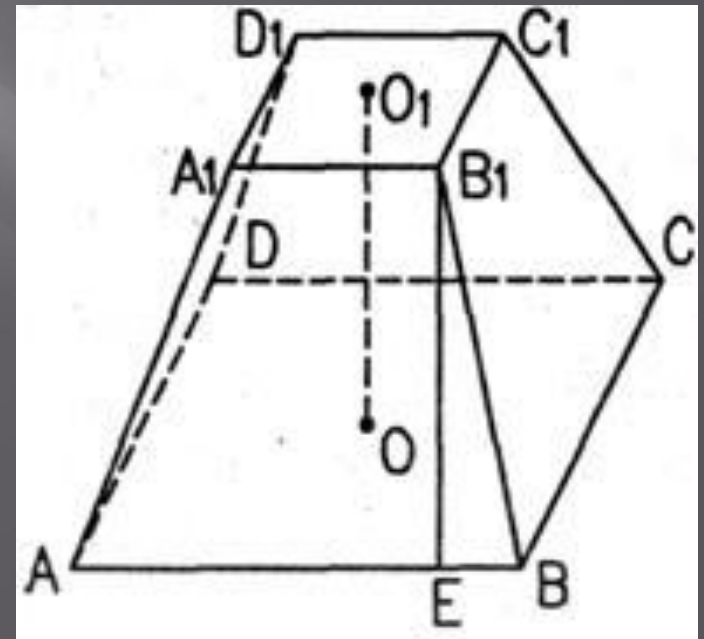
$S_{бок} = 1/2 * (P_в + P_н) * t$, где t – апофема, $P_в$, $P_н$ – периметр верхнего и нижнего оснований

Объём усечённой пирамиды:

$V = (1/3) * h * (S1 + \sqrt{S1S2} + S2)$, где $S1$, $S2$ – площади оснований.

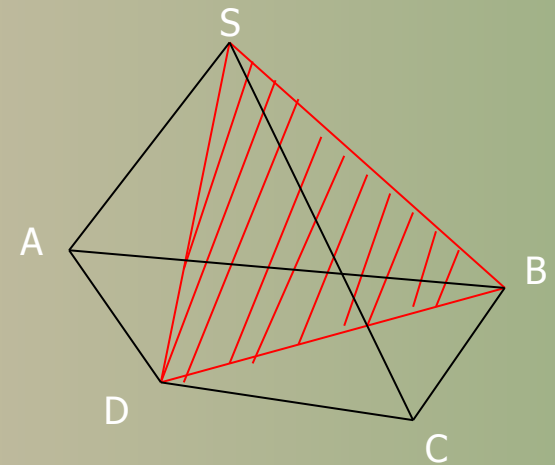
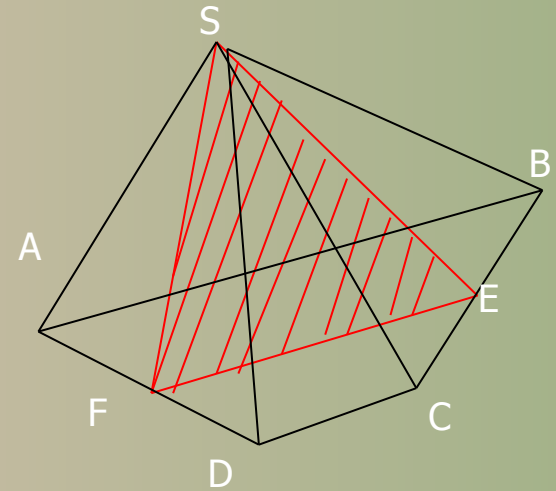
Площадь боковой грани:

$S_{бок.гр.} = 1/2 * t * (g + g1)$, где t – апофема, g , $g1$ – основания боковой грани.



Плоские сечения пирамиды

- Сечения пирамиды плоскостями, проходящими через её вершину, представляют собой треугольники.
- В частности, треугольниками являются **диагональные сечения**. Это сечения плоскостями, проходящими через два несоседних боковых ребра пирамиды.

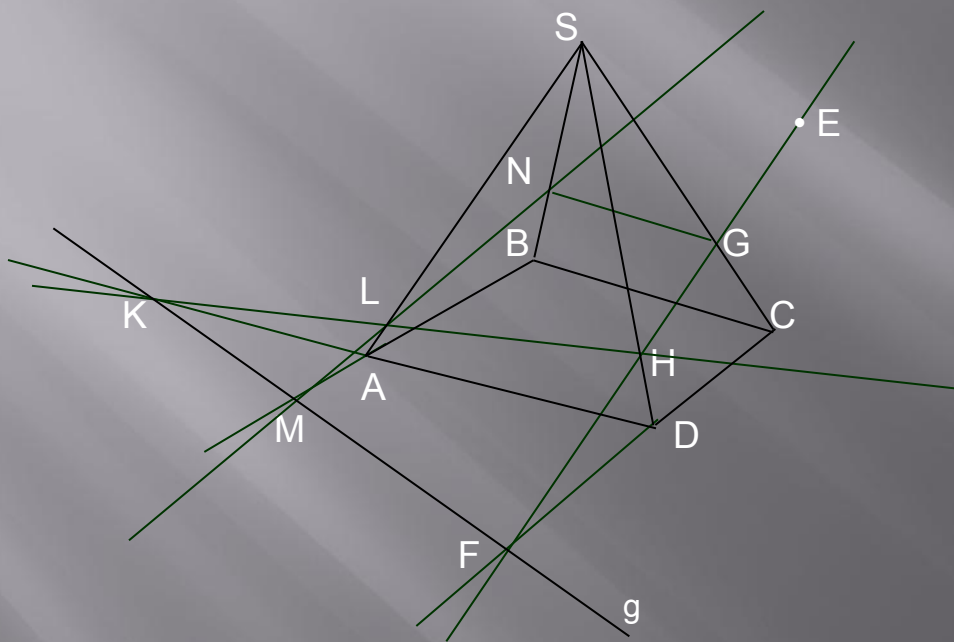


$\triangle SDB$ – диагональное сечение пирамиды $SABCD$.

Построение сечения.

Построить сечение четырехугольной пирамиды плоскостью, проходящей через прямую g и точку $E \in \text{пл.}(SCD)$.

Решение:

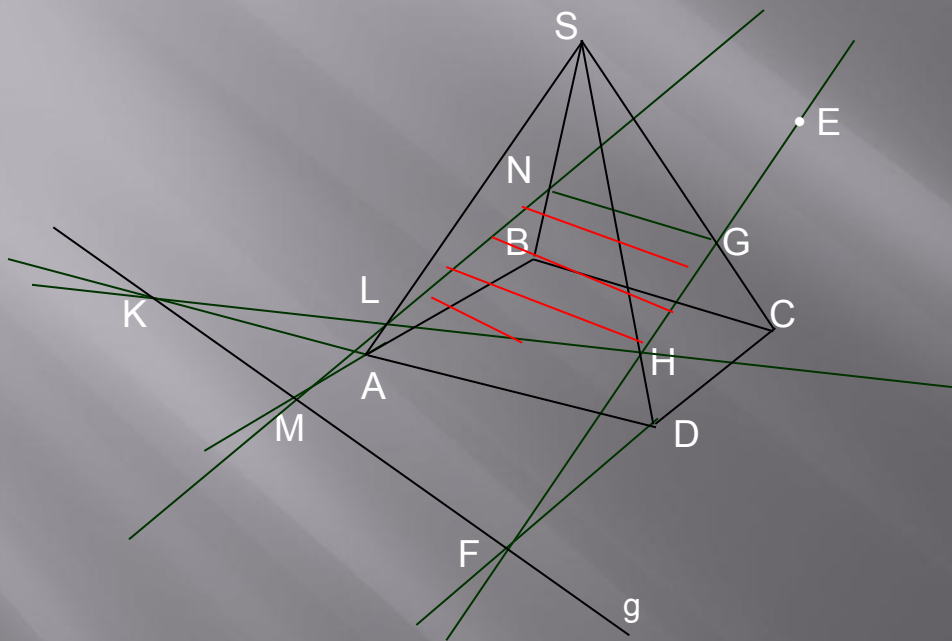


1. Проведем прямую CD , $CD \cap g \equiv F$, $F \in (SCD)$.
2. Проведем прямую FE , получим точки пересечения с ребрами пирамиды:
 $SD \cap FE \equiv H$, $SC \cap FE \equiv G$.
3. Построим прямую AD . $AD \cap g \equiv K$, $K \in (SAD)$.
4. Через точки K и H проведем прямую KH . $KH \cap SA \equiv L$.
5. Построим прямую AB , $AB \cap g \equiv M$, $M \in (SAB)$.
6. Через точки M и L строим $ML \cap SB \equiv N$.
7. Соединяем точки G, H, L, N . Сечение $GHLN$ построено.

Построение сечения.

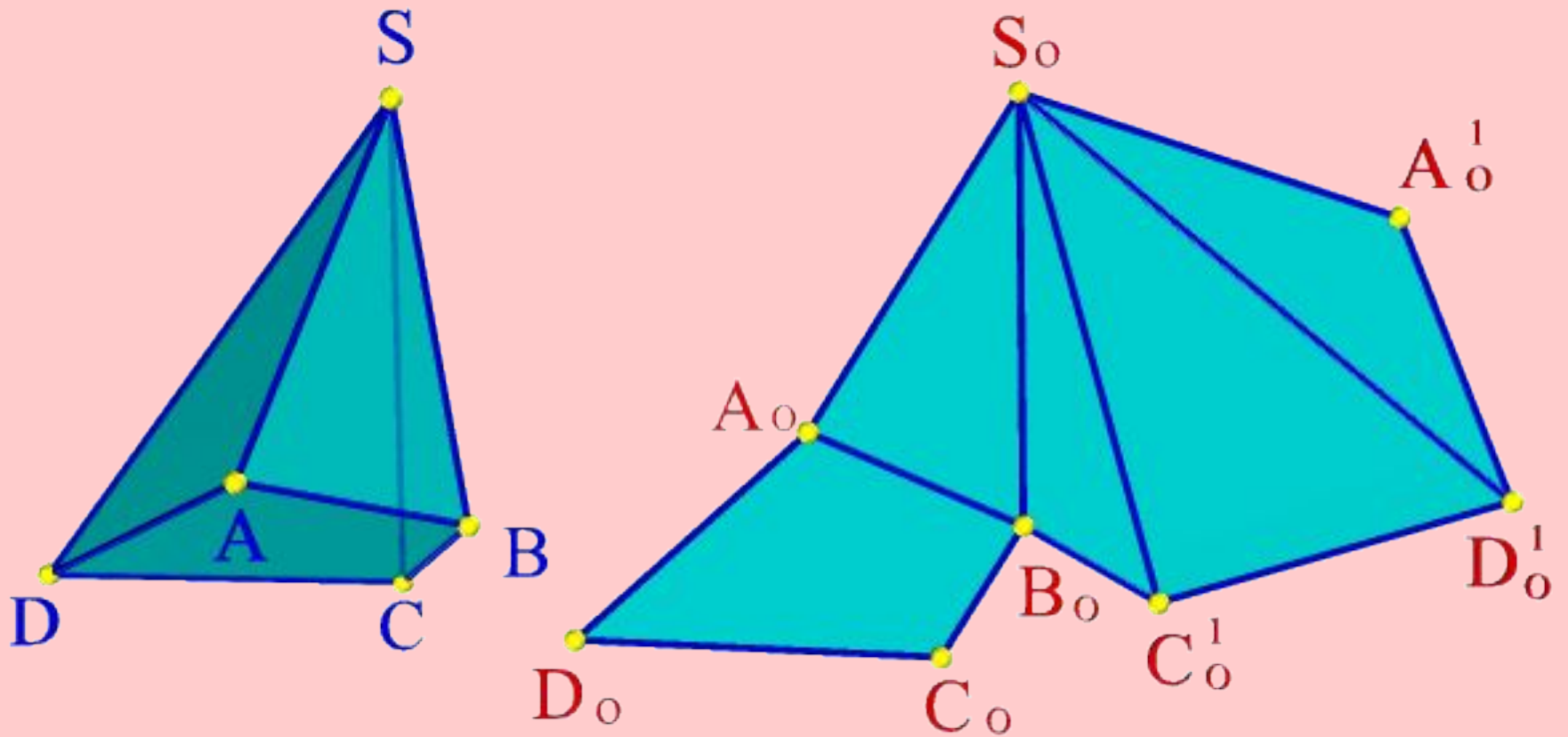
Построить сечение четырехугольной пирамиды плоскостью, проходящей через прямую g и точку $E \in \text{пл.}(SCD)$.

Решение:



1. Проведем прямую CD , $CD \cap g \equiv F$, $F \in (SCD)$.
2. Проведем прямую FE , получим точки пересечения с ребрами пирамиды:
 $SD \cap FE \equiv H$, $SC \cap FE \equiv G$.
3. Построим прямую AD . $AD \cap g \equiv K$, $K \in (SAD)$.
4. Через точки K и H проведем прямую KH .
 $KH \cap SA \equiv L$.
5. Построим прямую AB , $AB \cap g \equiv M$, $M \in (SAB)$.
6. Через точки M и L строим $ML \cap SB \equiv N$.
7. Соединяем точки G, H, L, N . Сечение $GHLM$ построено.

Развернутый вид пирамиды





ВСЕМ СПАСИБО!!!

КОНЕЦ!