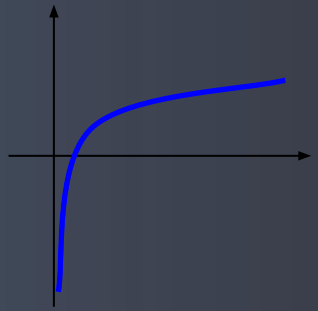
Государственное бюджетное образовательное учреждение
лицей № 1547 г. Москва

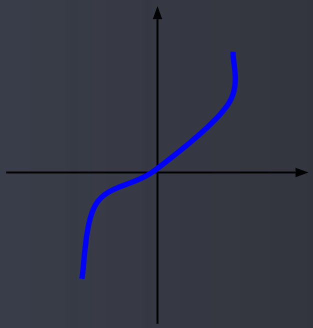
Работа выполнена:
Емельяненко Святославом,
(ученик 9 «А» класс)

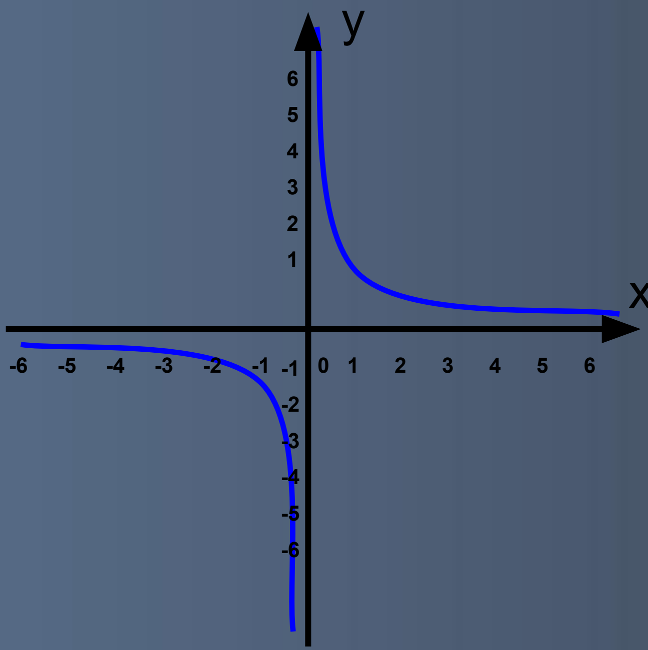
Руководитель:
учитель математики
Карпова Светлана Владимировна

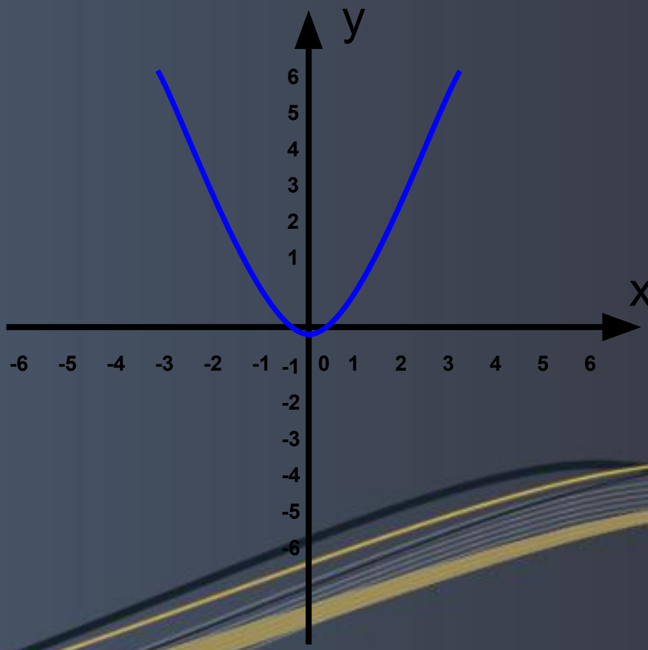
2012 год

Функции, их свойства и графики









Темы:

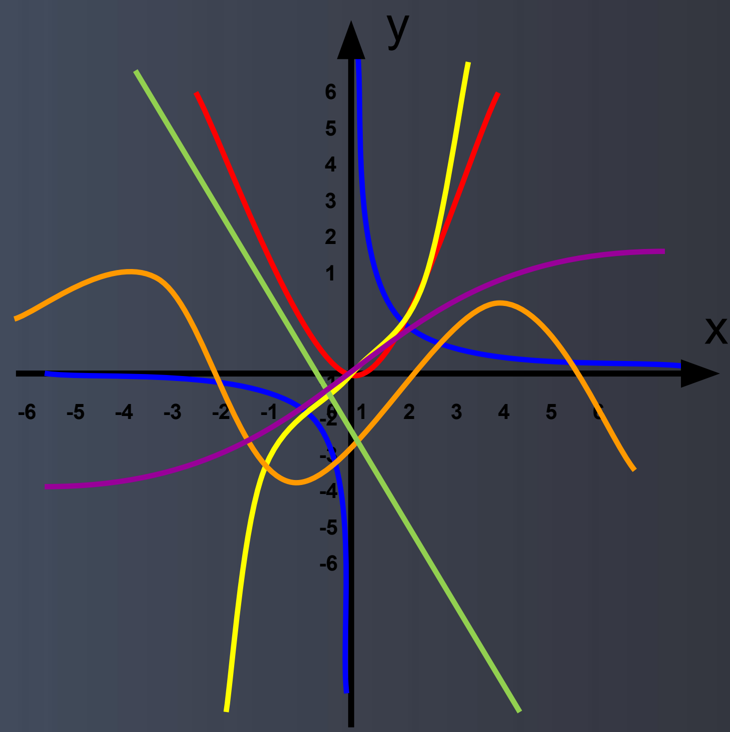
- Функция.
- Использования функций в физике.
- Свойства функций.
- Квадратичная функция.
- Преобразование графиков функций.

Свойства функций

1. Возрастание и убывание функций.
2. Свойства монотонных функций.
3. Четные и нечетные функции.
4. Ограниченные и неограниченные функции.

Функция

Функция — математическое понятие, отражающее связь между элементами множеств. Можно сказать, что функция это «закон», по которому каждому элементу одного множества (называемому ***областью определения***) ставится в соответствие некоторый элемент другого множества (называемого ***областью значений***



Функция

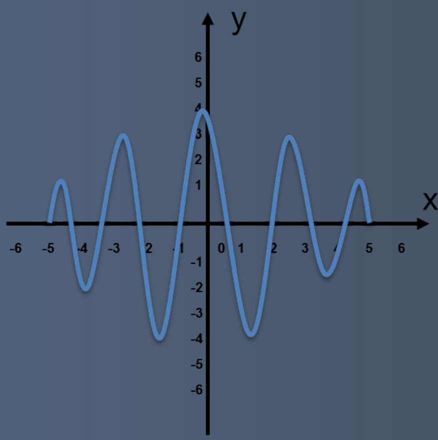
$\forall x \in X \rightarrow \exists !(X) \in Y$

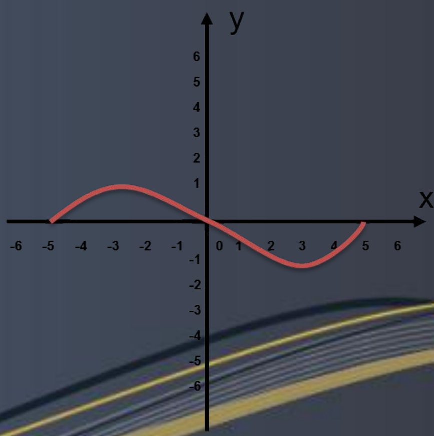
x	Независимая переменная или аргумент.
y	Зависимая переменная или функция.
y=f(x)	Если y является функцией от переменной x , то используют правило соответствия.
D(f)	Множество значений аргумента - область определения.
E(f)	Все значения, которые принимает функция, называют областью значений

Использования функций в физике

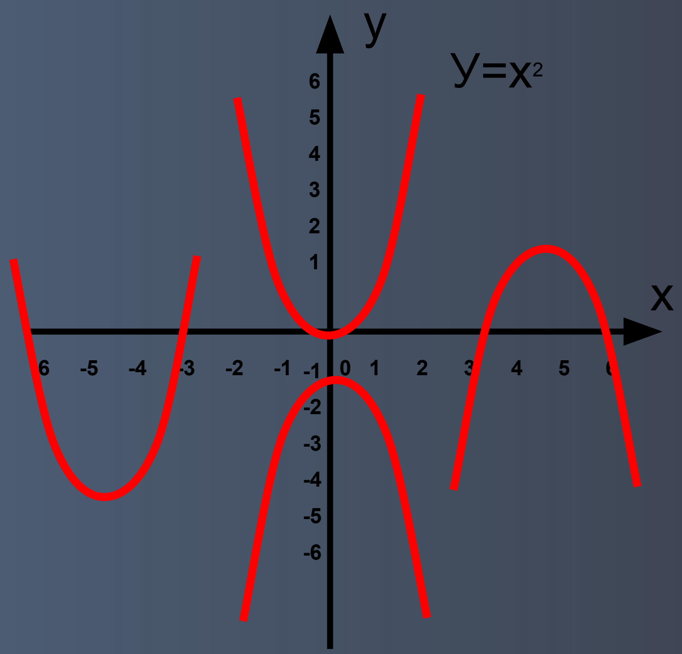
Пример:

Волновая функция, или **пси-функция** — *комплекснозначная функция*, используемая в квантовой механике для описания чистого состояния системы. Является коэффициентом разложения вектора состояния по базису , так же функции используют для графического показания волновых колебаний звука.





Квадратичная функция



ОПРЕДЕЛЕНИЕ: **Функцию которую можно задать формулой вида $y=ax^2+bx+c$, где $a \neq 0$ называют квадратичной.**

Квадратичная функция

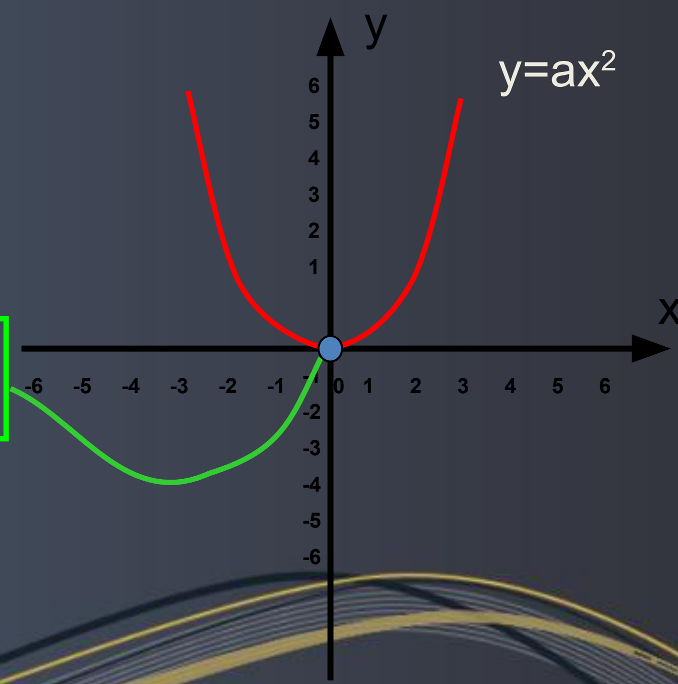
При a≠1 (a>0), b=c=0, квадратичная функция имеет вид $y=ax^2$

График – парабола.

Свойства функции:

1. D(y)=R (симметричное множество).
2. Функция четная т.к. y(-x) = y(x). Ось симметрии x=0.
3. Если x=0, то y=0. т.е проходит через начало координат (0,0).
4. Если x > 0,то y>0; если x<0, то y>0.
5. Функция возрастает на [0; ∞),

   убывает (- ∞;0].
6. E(y)= [0; ∞).
7. $Y_{наим}$ =0.
8. Ограничена снизу.



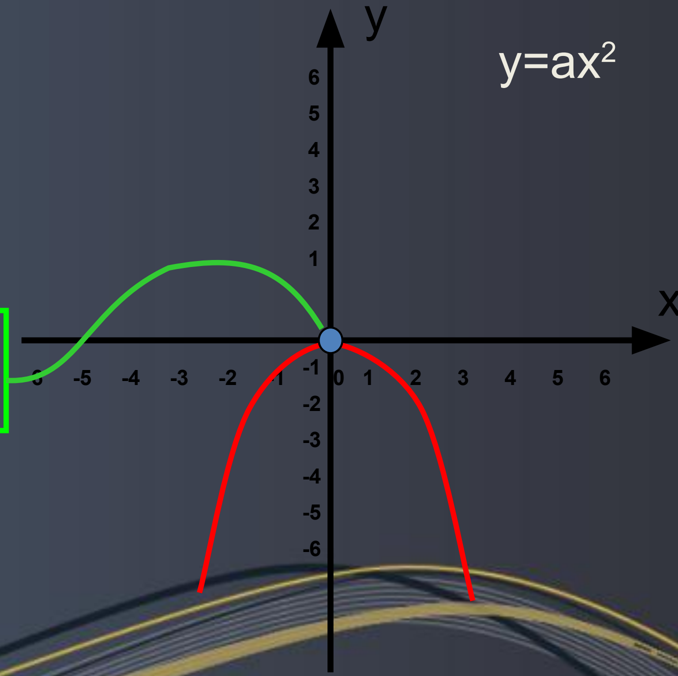
Квадратичная функция

При a≠1 (a<0), b=c=0, квадратичная функция имеет вид $y=ax^2$

График – парабола.

Свойства функции:

1. D(y)=R (симметричное множество).
2. Функция четная т.к. y(-x) = y(x). Ось симметрии x=0.
3. Если x=0, то y=0, т.е проходит через начало координат (0,0).
4. Если x > 0,то y<0; если x<0, то y<0.
5. Функция возрастает на (-∞;0], убывает [∞;0).
6. E(y)= (∞;0].
7. $Y_{наим}$ =0.
8. Ограничена сверху.



Построение

$y=ax^2+bx+c$

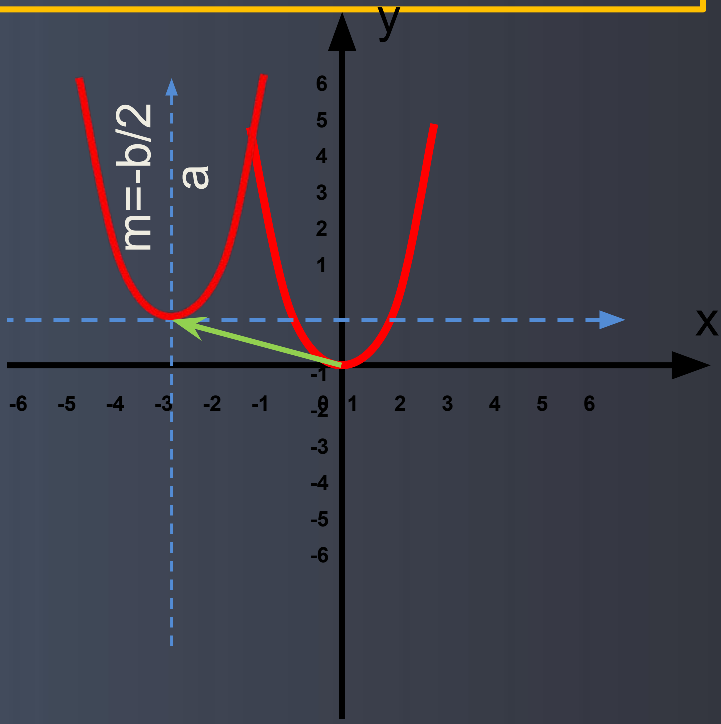
- 1. $y=ax^2+bx+c$ (1) $\to$ $y=a(x-m)^2+n$ (2)

  (Выделив квадрат двучлена)

$$m=-\frac{b}{2a}, n=\frac{D}{4a}$$

2. График функции (1) можно получить из графика $y=ax^2$ с помощью двух параллельных переносов.

1. Вдоль оси x на m единиц, ($m<0$ влево, $m>0$ вправо).
2. Вдоль оси y на n единиц , ($n<0$ вниз, $n>0$ вверх)



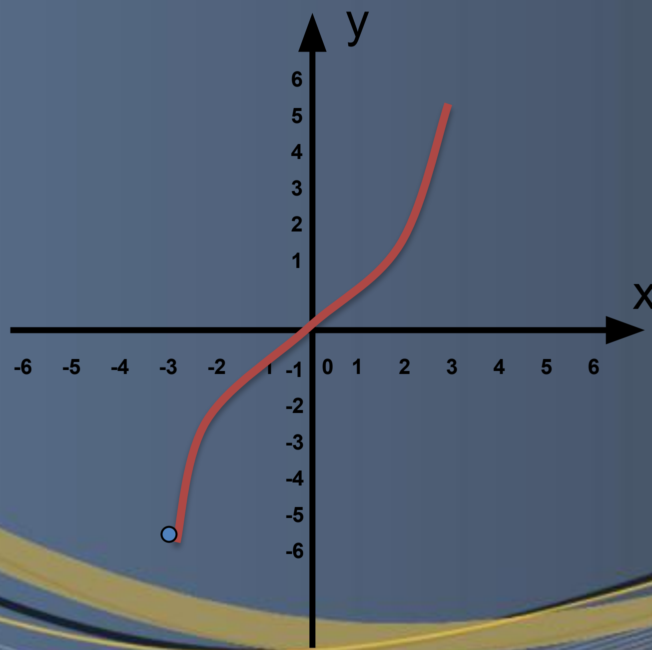
Преобразование графиков функций

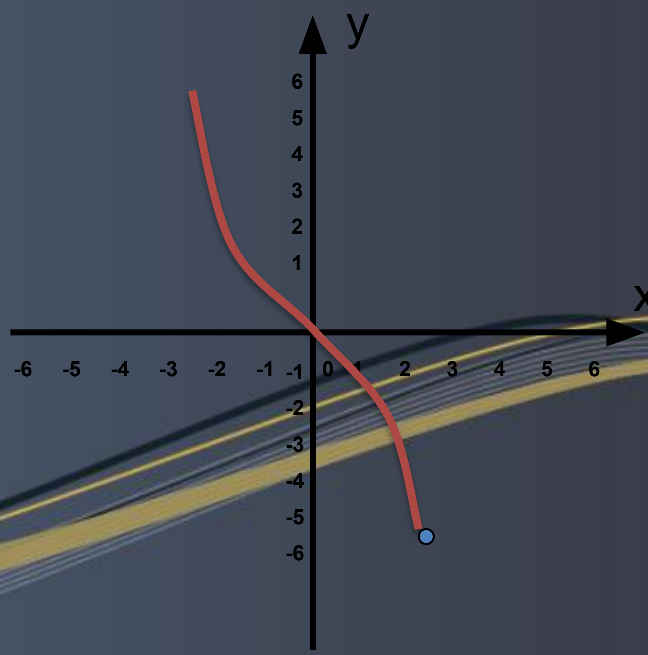
1. Растяжение и сжатие графиков функций к оси ординат.
2. Графики функций y=|f(x)| и y=f(|x|).

Возрастание и убывание функций

Функция f называется возрастающей на множестве X, если для любых двух значений аргумента x_1 и x_2 множества X, таких, что $X_2>X_1$, выполняется неравенство $f(x_2)>f(x_1)$

Функция f называется убывающей на множестве X, если для любых двух значений аргумента x_1 и x_2 множества X, таких, что $X_2>X_1$, выполняется неравенство $f(x_2)<f(x_1)$





Свойства монотонных функций

1. Монотонная функция каждое свое значение принимает лишь при одном значении аргумента.
2. Если функция $y=f(x)$ является возрастающей (убывающей), то функция $y=-f(x)$ является убывающей (возрастающей).
3. Сумма двух возрастающих функций является возрастающей функцией, а сумма двух убывающих функций является убывающей функцией.
4. Если обе функции f и g возрастающие или обе убывающие, то функция $\phi(x)=f(g(x))$- возрастающая функция.
5. Если функция $y=f(x)$ монотонная на множестве X и сохраняет на этом множестве знак, то функция $g(x)=1:f(x)$ на множестве X имеет противоположный характер монотонности.

Четные и нечетные функции

ОПРЕДЕЛЕНИЕ: **Функция f называется четной, если для любого x принадлежит D(f) верно равенство f(-x)=f(x). Функция f называется нечетной, если для любого x принадлежит D(f) верно равенство f(-x)=-f(x).**

График четной функции f симметричен относительно оси ординат, а график нечетной функции симметричен относительно начала координат.

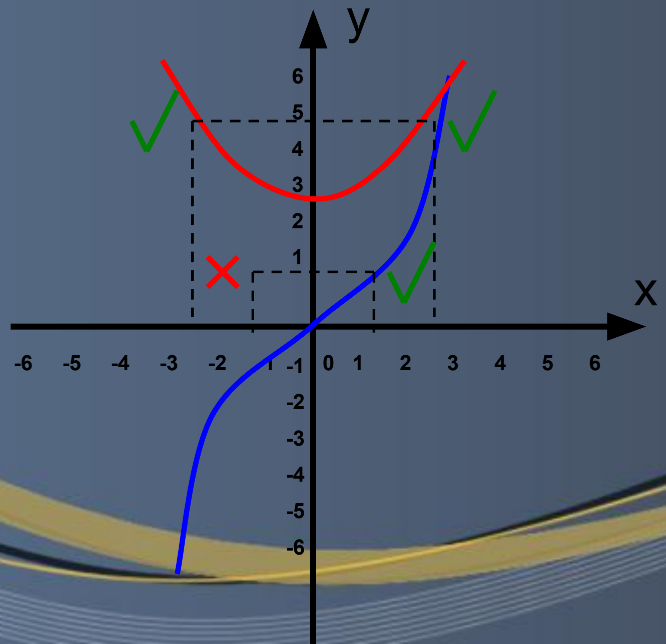


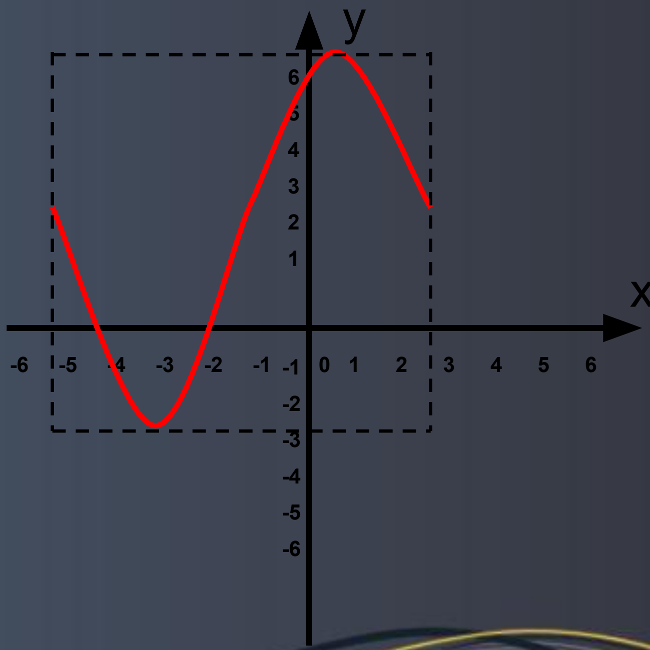
График четной функции.

График не четной функции.

Ограниченные и неограниченные функции

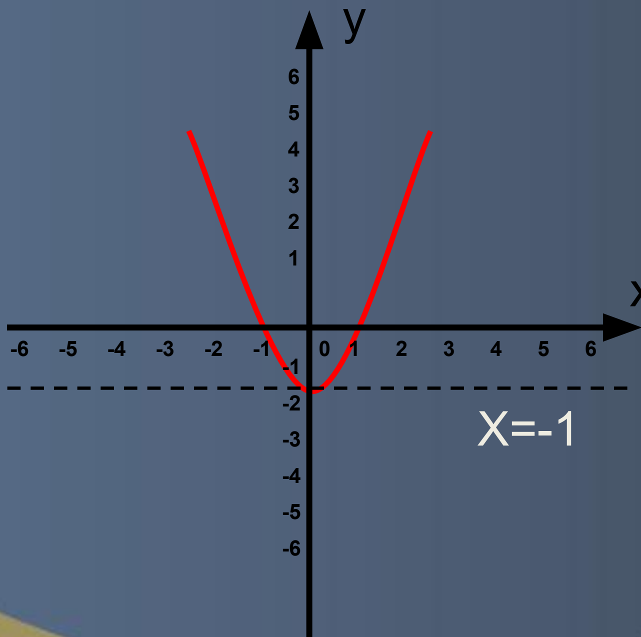
ОПРЕДЕЛЕНИЕ:

Функция называется ограниченной, если существует два числа a и b такие, что для любого аргумента x и y выполняется неравенство a ≤ f(x) ≥ b.



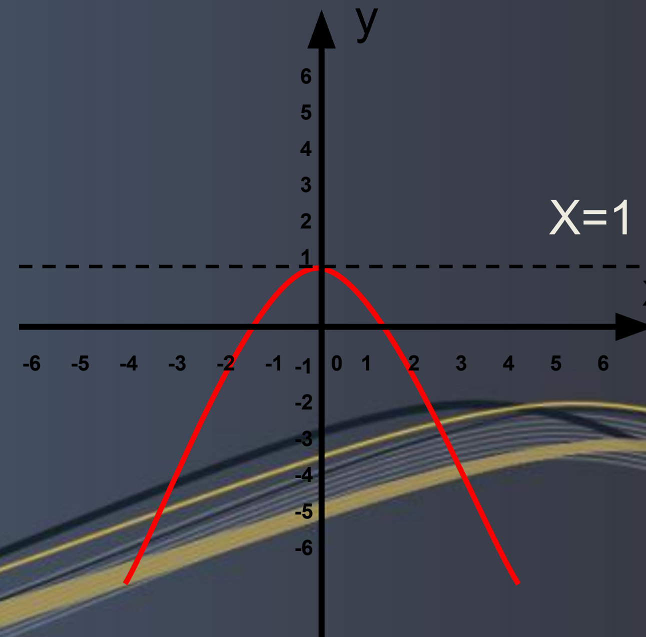
Ограниченные и неограниченные функции

Функция f ограничена снизу, если для любого x принадлежит D(f) выполняется неравенство f(x) ≥ a, где a - некоторое число.



Функция ограничена снизу.

Функция f ограничена сверху, если для любого x принадлежит D(f) выполняется неравенство f(x) ≤ b, где b - некоторое число.



Функция ограничена сверху.

Растяжение и сжатие графиков функций к оси ординат

График функции $y = k\ f(x)$ при $k > 1$ можно получить из графика функции $y = f(x)$ растяжением от оси x исходного графика в k раз, а при $0 < k < 1$ - сжатием к оси x графика функции $y = f(x)$ в 1/k раз.

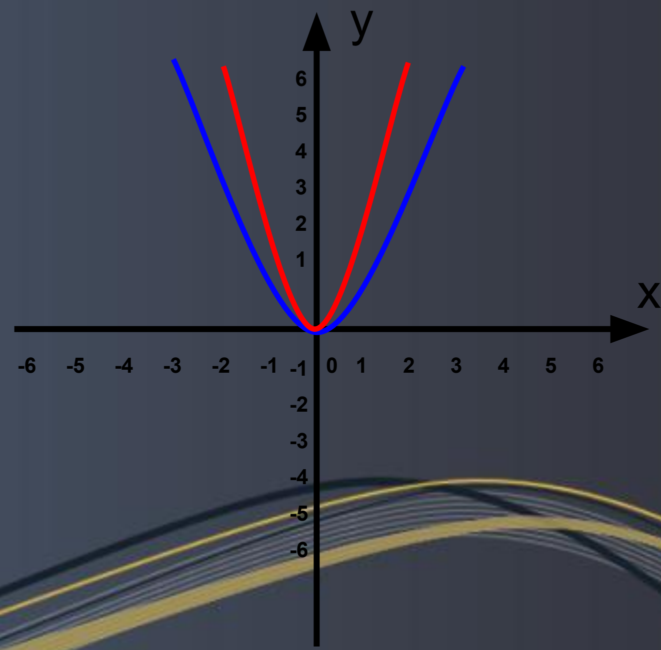


График функции $y = f(k\ x)$ получается из графика функции $y = f(x)$ сжатием в k раз к оси OY при $k > 1$ и растяжением в 1/k раз от оси OY при $0 < k < 1$.

При $k = 1$ исходный и конечный графики совпадают. При $k < 0$ график не только растягивается (сжимается), но и отражается относительно оси OY.

График функций y=|f(x)|

1. Построить y=|f(x)|
2. Оставить без изменений ту часть графика функции y=f(x), где f(x)≥0,
3. Вместо участков графика функции y=f(x), где f(x)<0, построить их зеркальное отражение относительно оси x.

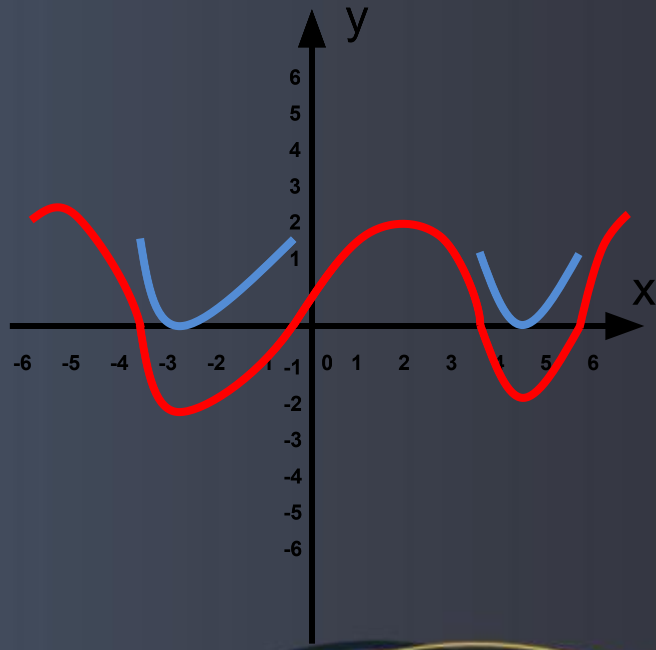
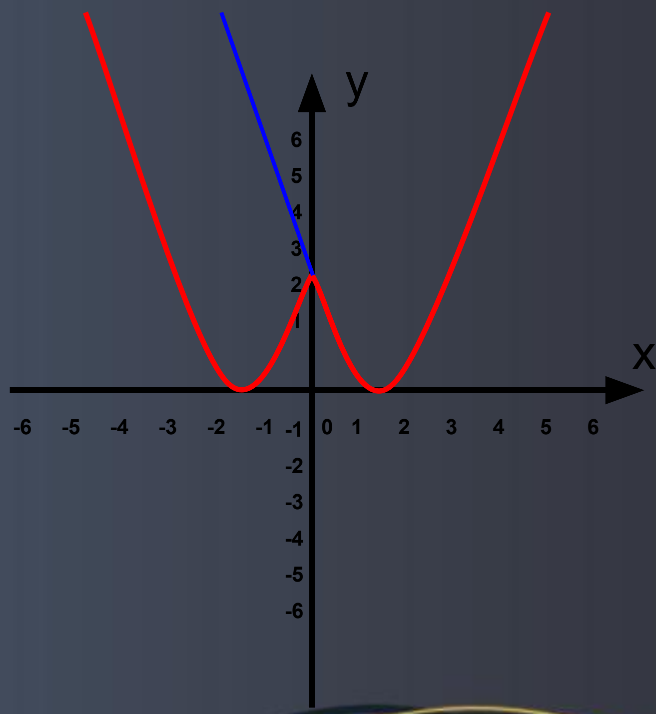


График функций y=f(|x|)

Чтобы построить график функции y=f(|x|), если известен график функции y=f(x), нужно оставить на месте ту часть графика функции y=f(x), которая соответствует неотрицательной части области определения функции y=f(x). Отразив эту часть симметрично относительно оси y, получим другую часть графика, соответствующую отрицательной части области определения.



Информация

Стиль оформления взят с бесплатного интернет ресурса microsoft.com

Список литературы:

Ю.Н.Макарычев Алгебра. 9 класс. – Мнемозина, 2010