Муниципальное Образовательное Учреждение гимназия №9

Формулы сокращенного умножения

Выполнил: ученик 8А класса
МОУ гимназии № 9
Евгеньев Александр

Проверила: учитель математики
МОУ гимназии №9
Рафикова Галина Михайловна

г. Комсомольск-на-Амуре

2009-2010 г.

Причины создания проекта

У истоков создания этого проекта лежит небольшая формула, которую я заметил в этом году. Если говорить точнее, это закономерность между числами. Я долго интересовался тем, что это за формула, но разные люди предполагали абсолютно разные варианты. Поскольку, безусловно, эта формула связана с квадратами чисел и я не знаю, придумал ли ее кто-то до меня, я решил сделать презентацию, в которой помимо этой закономерности рассказывалось о какой-нибудь интересной теме. Так я решил создать этот научно-исследовательский проект.

Квадрат суммы

Начнем с азов. Наверняка, каждый семиклассник (не говоря уже и о более старших школьниках) знает эту формулу. Но все же для закрепления материала стоит проверить эти знания.

$$(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$$

Что читается, как «квадрат суммы двух чисел равен сумме квадрата первого числа, удвоенного произведения первого числа на второе и квадрата второго числа».

Квадрат разности

А вот на этой теме уже начинают встречаться сложности. К сожалению, не все ученики помнят эту формулу, некоторые путаются, но я надеюсь, что никто из нашего класса не ошибется ни в записи, ни в формулировке.

$$(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$$

А читается эта формула: «Квадрат разности двух чисел равен квадрату первого числа минус удвоенное произведение первого числа на второе плюс квадрат второго числа».

Это интересно!

Вот мы и вспомнили первые две формулы сокращенного умножения. Как оказалось, ничего страшного в этом нет!

А задавались ли вы когда-нибудь вопросом, кто же все-таки придумал эти две формулы: квадрат суммы и квадрат разности? Некоторые источники говорят, что это был древнегреческий математик Евклид. Это было действительно уникальное открытие, поскольку мы знаем, что он жил еще в III веке до нашей эры.

Разность квадратов

Вот мы и дошли до последней формулы, связанной с квадратами чисел. В следующем слайде я докажу, почему она последняя. А пока что попытаемся вспомнить разность квадратов.

$x^2-y^2=(x+y)(x-y)$

При этом следует помнить, что множители можно менять местами.

Разность квадратов двух чисел равна произведению суммы и разности этих чисел.

Сумма квадратов

Но в школьном курсе не дается понятие этой формулы сокращенного умножения, потому что ее попросту не существует. А сейчас мы рассмотрим, почему.

1. Квадрат суммы и квадрат разности можно разложить не только по формуле, данной ранее. Их можно представить таким видом: $(x+y)^2=(x+y)(x+y)$ и $(x-y)^2=(x-y)(x-y)$.
2. На основании того, что первые три формулы сокращенного умножения можно представить в виде произведения из двух многочленов, можно утверждать, что и сумму квадратов можно представить, как произведение из двух многочленов.
3. Но все возможные комбинации уже использованы. Квадрат суммы – это произведение сумм этих чисел, квадрат разности - произведение разностей этих чисел, а разность квадратов – произведение суммы и разности. Значит, сумму квадратов нельзя представить в виде формулы сокращенного умножения.

Неполный квадрат

Для дальнейшего повторения формул сокращенного умножения мы должны также вспомнить еще один термин.

Мы рассмотрели понятия квадрат суммы и квадрат разности ($(x+y)^2=x^2+2xy+y^2$ и $(x-y)^2=x^2-2xy+y^2$). Так что же тогда такое неполный квадрат? Нам понадобятся неполный квадрат суммы и неполный квадрат разности. Неполный квадрат суммы – это x^2+xy+y^2 (сумма квадрата первого числа, произведения первого числа на второе и второго числа), а неполный квадрат разности – это x^2-xy+y^2 (квадрат первого числа минус произведение первого числа на второе плюс квадрат второго числа). Как мы видим, в обоих случаях вместо удвоенного произведения первого числа на второе появляется произведение первого числа на второе.

Сумма кубов

Вот мы и приступили к тому моменту, который, как я подозреваю, мало кто помнит. Время проверить знания.

$$x^3+y^3=(x+y)(x^2-xy+y^2)$$

Сумма кубов двух чисел равна произведению этих чисел и неполного квадрата их суммы.

Разность кубов

И сейчас мы вспомним еще одну, очень похожую на предыдущую, формулу.

$$x^3-y^3=(x-y)(x^2+xy+y^2)$$

Читается: «Разность кубов двух чисел равна произведению разности этих чисел и неполного квадрата их суммы».

Куб суммы

Эту формулу и следующую за ней немного сложно запомнить, но я все же надеюсь, что в нашем классе есть ученики с хорошей памятью, что мы сейчас и проверим.

$$(x+y)^3=x^3+3x^2y+3xy^2+y^3$$

Куб суммы двух чисел равен сумме квадрата первого числа, утроенного произведения квадрата первого числа на второе, утроенного произведения первого числа на квадрат второго и куба второго числа.

Куб разности

И вот наконец мы дошли до последней формулы, изучаемой в седьмом классе.

$$(x-y)^3=x^3-3x^2y+3xy^2-y^3$$

Куб разности двух чисел равен кубу первого числа минус утроенное произведение квадрата первого числа на второе плюс утроенное произведение первого числа на квадрат второго минус куб второго числа.

Бином Ньютона

Говоря о формулах сокращенного умножения, нельзя не сказать о Биноме Ньютона. Бином Ньютона – это формула, при помощи которой можно выразить выражение $(x+y)^n$ в виде многочлена. К примеру, квадрат суммы, куб разности и.т.д. – это его частные случаи.

Треугольник Паскаля

Для быстрого подсчета коэффициентов был создан треугольник Паскаля. Свое название он получил в честь ученого Блеза Паскаля. Он представляет собой вершину из которой исходят две стороны. По этим сторонам идут единицы. Главная особенность этого треугольника заключается в том, что каждое число, находящееся в нем, является суммой двух других рядом стоящих чисел.

1
1 2 1
1 3 3 1
1 4 6 4 1
1 5 10 10 5 1
1 6 15 20 15 6 1
1 7 21 35 35 21 7 1
1 8 28 56 70 56 28 8 1

Введение

В начале проекта я написал о закономерности между числами, которую я заметил. Сейчас мы ее рассмотрим. Для начала сделаем небольшую таблицу из 2 столбцов и 10 строк, состоящую из последовательных натуральных чисел и их квадратов.

Число	Его квадрат
1	1
2	4
3	9
4	16
5	25
6	36
7	49
8	64
9	81

Самые находчивые, наверняка, уже заметили, что числовой промежуток между каждой последующей парой квадратов увеличивается на 2 и всегда является нечетным числом.

Отрицательные числа

Построим такую же таблицу для того, чтобы проверить эту закономерность уже с другими числами. На этот раз мы будем подставлять отрицательные числа и ноль (стоит помнить, что все они должны быть последующими).

Число	Его квадрат
0	0
-1	1
-2	4
-3	9
-4	16
-5	25
-6	36
-7	49
-8	64

Значит, данная закономерность выполняется и для отрицательных чисел с нолем только немного меняется условие (если в натуральных числах промежуток увеличивался с каждой парой квадратов больших чисел, то в отрицательных числах – с каждой парой квадратов меньших чисел.

Вывод

Для любых целых чисел числовой промежуток между парой квадратов следующих друг за другом чисел больше числового промежутка между предыдущей парой квадратов следующих друг за другом чисел на два, если соблюдается условие, что для натуральных чисел пара квадратов, из которых состоит числовой промежуток больше предыдущей им пары квадратов, а для отрицательных чисел – меньше.

Из этого следует, что зная квадраты двух следующих друг за другом чисел, можно узнать и третье, следующее за ними число.

Вопросы на повторение

- Что такое одночлен?
- Что такое многочлен?
- Что такое формулы сокращенного умножения?
- Сколько формул сокращенного умножения вам известно?
- Является ли сумма квадратов формулой сокращенного умножения?
- Что такой неполный квадрат суммы?
- Что такое неполный квадрат разности?

Практическая работа

Задание №1

Найдите значение выражения при помощи формул сокращенного умножения.

$(3+x+b)^2$

$$(3+x+b)^2=(3+x)^2+2\cdot(3+x)\cdot b+b^2=9+6x+x^2+6b+2bx+b^2=9+x^2+b^2+6x+6b+2xb$$

Задание №**2**

Заполните пропуски в выражениях и соедините их парами.

1) $a^2+2ab+b^2$; *4) $a^2 - b^2$;*
2) $(a - b)^2$; *5) (... $)^2$;*
3) $(a + b)$(...); *6) ... $- 2ab +$ ... ;*

1) $a^2+2ab+b^2$; *4) $a^2 - b^2$;*
2) $(a - b)^2$; *5)$(a+b)^2$;*
3) $(a + b)(a-b)$; *6)$a^2-2ab+b^2$;*

Задание №3

Напишите свою любимую формулу сокращенного умножения и приведите примеры выражений с ней.

Итоги

Подведем итоги . Просмотрев этот проект, я надеюсь, многие вспомнили пройденные еще в 7-ом классе темы и вынесли для себя что-то новое. Мне бы хотелось, чтобы эти новые знания наравне со старыми остались в памяти всех учеников.