

# Треугольник, простейший и неисчерпаемый.

*Задачи для подготовки к ЕГЭ.*

*Задачи для подготовки к ЕГЭ.*

*НЕИСЧЕРПАЕМЫЙ.*

Авторы творческой работы:

Учащиеся 9 «Г» класса МОУ СОШ №96 г. Краснодара  
Головнин Александр, Коровин Илья, Воробьев Александр.

Руководитель проекта учитель математики

Сосна Ольга Александровна.

**Геометрия полна  
приключений, потому что за  
каждой задачей скрывается  
приключение мысли. Решить  
задачу – это значит пережить  
приключение.**

***В.***

***Произволов***

# Аннотация к работе.

Цель нашей работы - помочь учащимся подготовиться к итоговой аттестации. Для успешного выполнения экзаменационных заданий необходимы твердые знания основных геометрических фактов и некоторый практический опыт .

Работа может быть полезна учащимся не только 9 класса, но и 8 и 10 классов, которые в будущем будут сдавать ЕГЭ.

Кроме того, надеемся , что наша презентация послужит хорошим подспорьем для учителей математики при проведении уроков по темам , связанным с треугольником.

Текст на слайдах появляется по щелчку мышки, есть время подумать над задачей , проанализировать условие, потом сравнить свое решение с нашим.

Презентация содержит историческую справку о треугольниках и краткий справочный материал.

# Содержани

- Задача №1 Исторические
- Задача №2 сведения
- Задача №3 Справочный
- Задача №4 материал
- Задача №5
- Задача №6
- Задача №7
- Задача №8
- Задача №9

# Задача №1

Стороны треугольника равны 12 м., 16 м., и 20 м.. Найдите его высоту, проведенную из вершины большего угла:

**Дано:**

ABC - треугольник

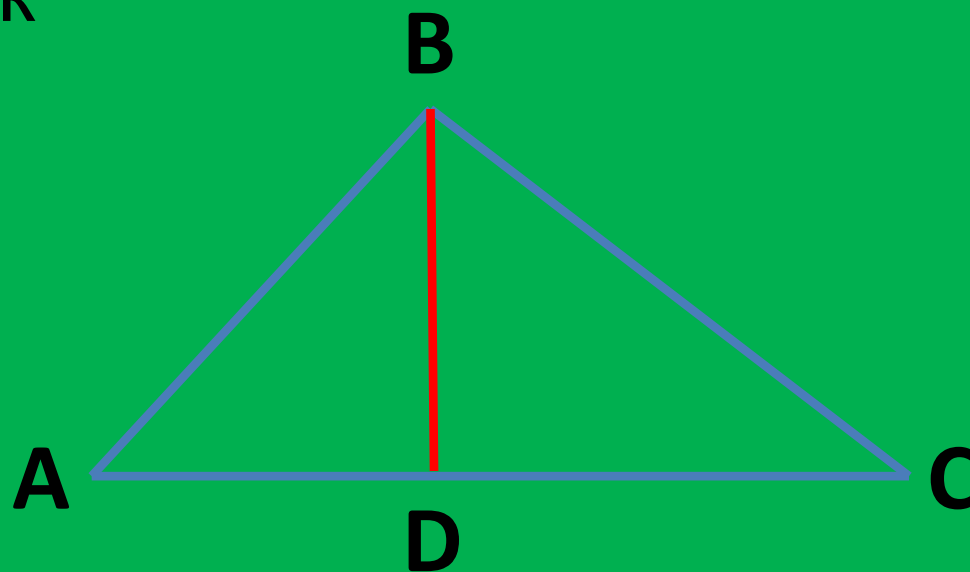
AB = 12 м.

BC = 16 м.

AC = 20 м.

**Найти:**

BD = ? м.



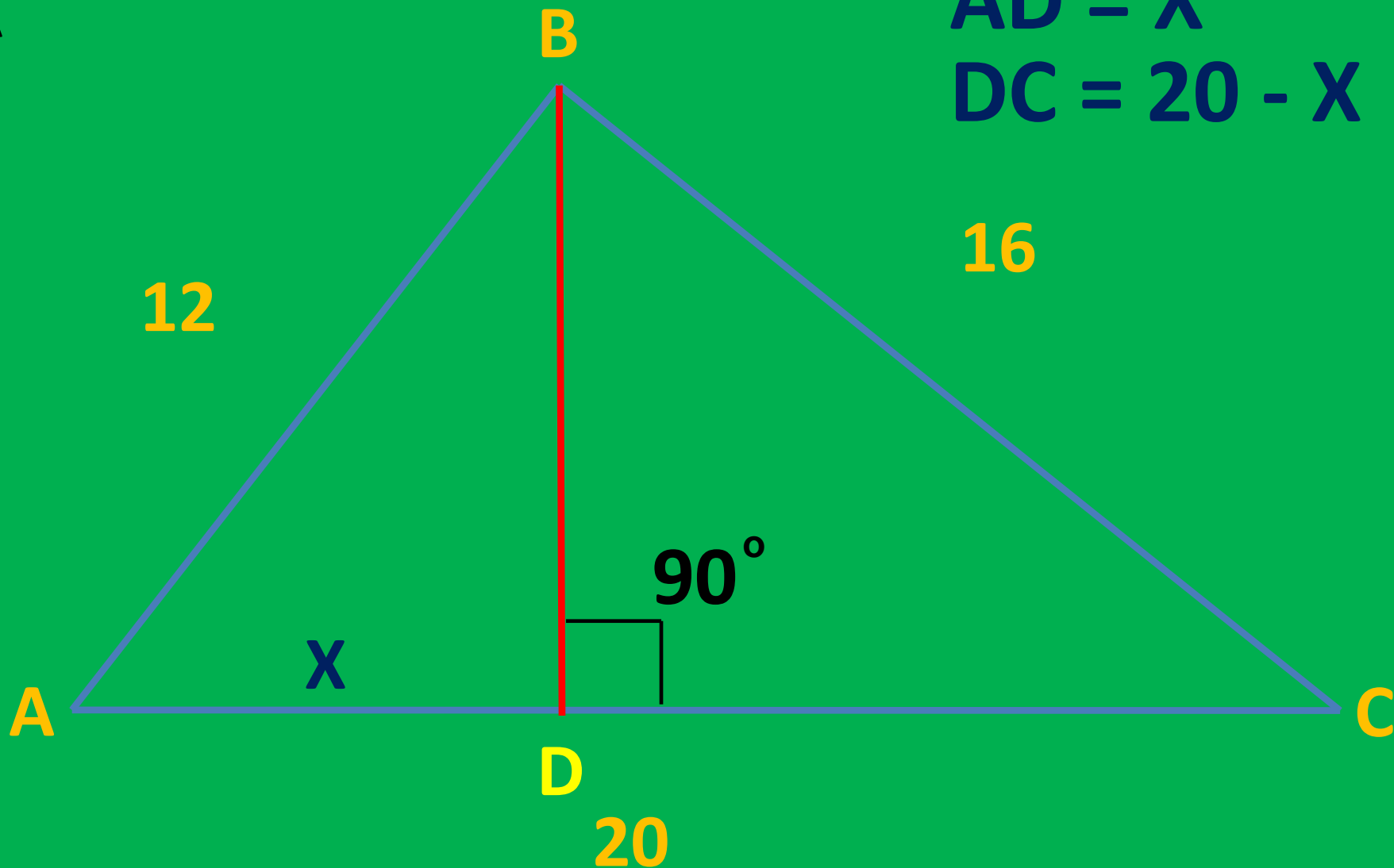
# Анализ условия задачи №1:

Угол  $B = 90^\circ$ , так как  $AC^2 = BC^2 + BA^2$

ВА

$$AD = X$$

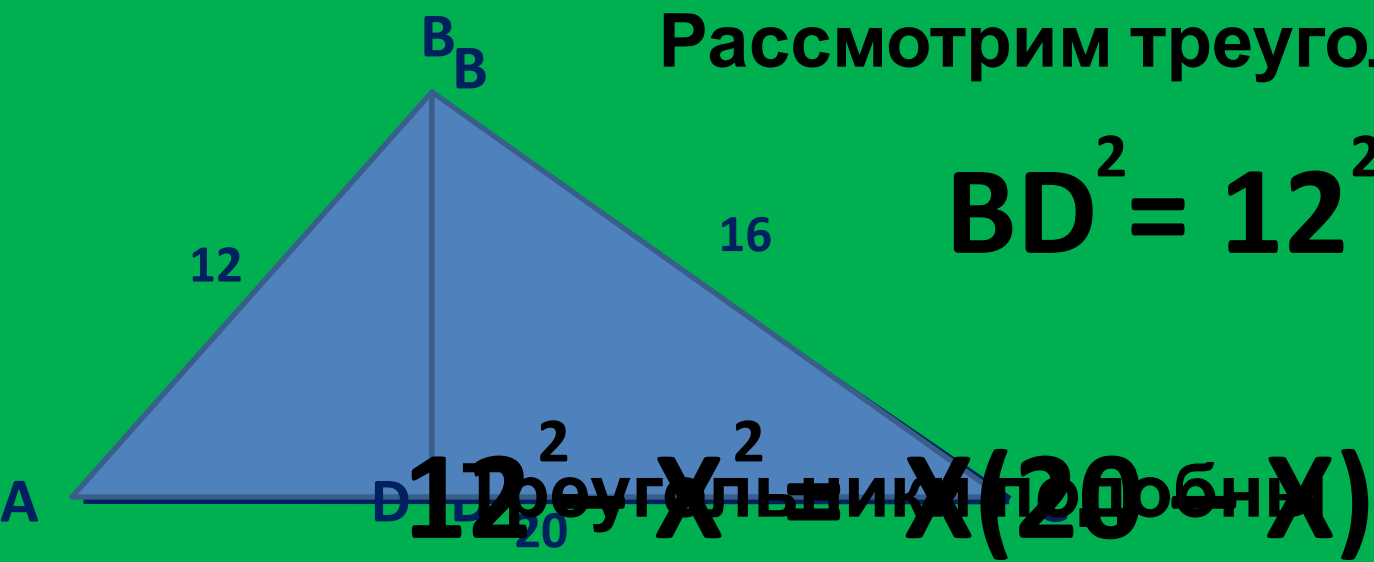
$$DC = 20 - X$$



# Решение задачи №1:

Рассмотрим треугольник ABD

$$BD^2 = 12^2 - X^2$$



$$BD^2 = X(20 - X)$$

# Решение задачи №1:

$$144 - X^2 = 20X - X^2$$

$$\text{ВД}^2 \quad 144 - X^2 - 20X + X^2 = 0$$
$$144 - 20X = 0 \quad \Delta = 20^2 - 4 \cdot 144 = 92,16$$
$$144 = 20X \quad X = \frac{144}{20} = 7,2$$

$$7,5 - \text{ВД}^0 = 9,6$$

$$X = 7,2$$





## Задача №2

Один из катетов прямоугольного треугольника равен 15, проекция второго катета на гипотенузу равна 16. Найдите диаметр окружности, описанной около этого треугольника.

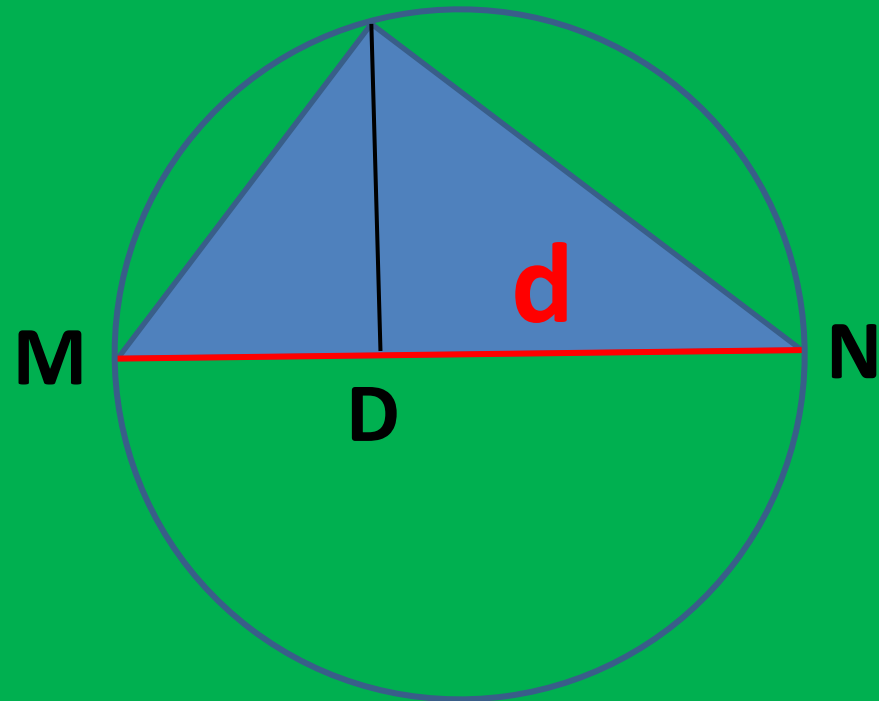
*Дано:*

$\triangle MCN$  – вписанный

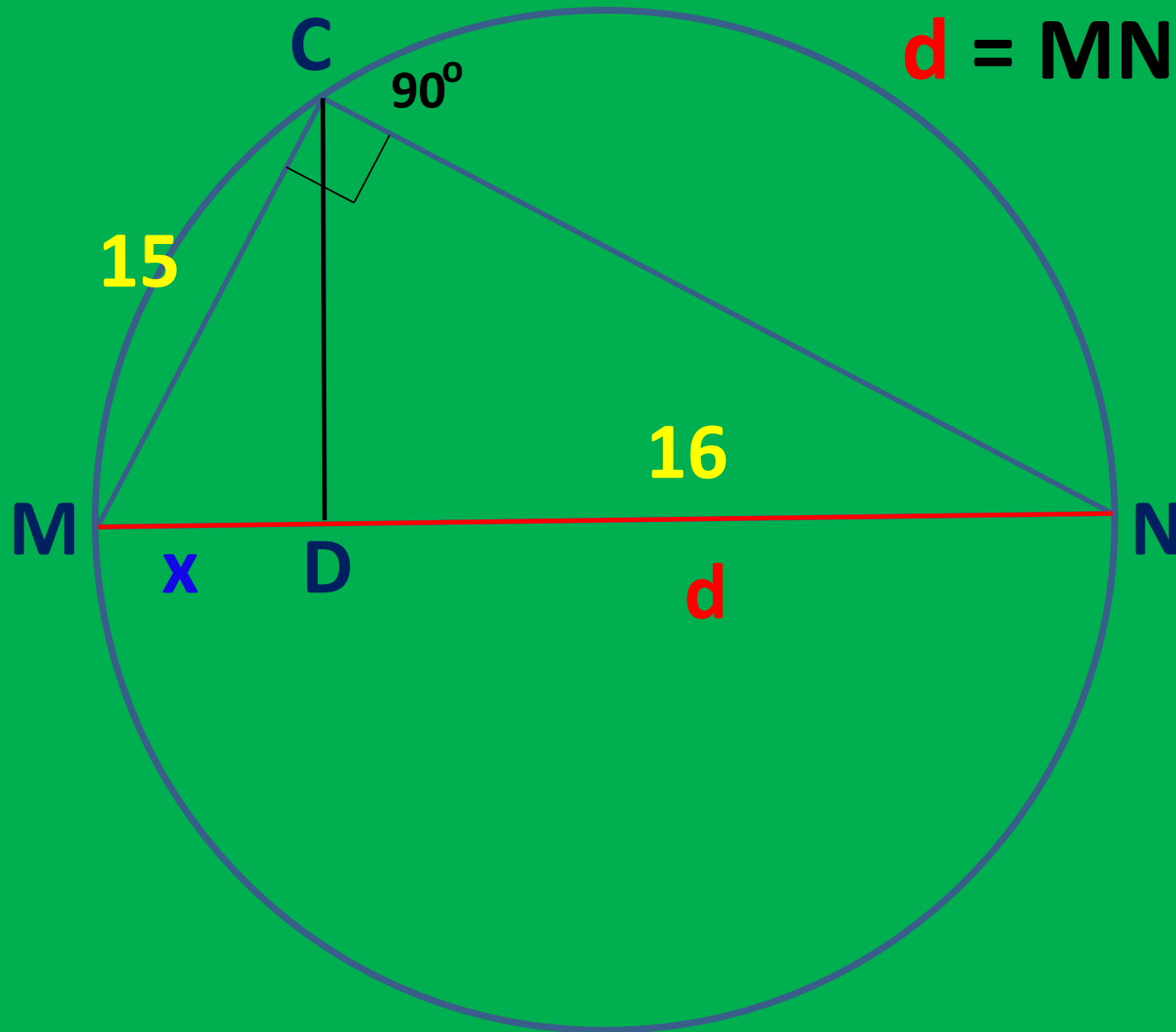
треугольник

$DN = 16$

*Найти:*  $MN$



# Решение задачи №2:



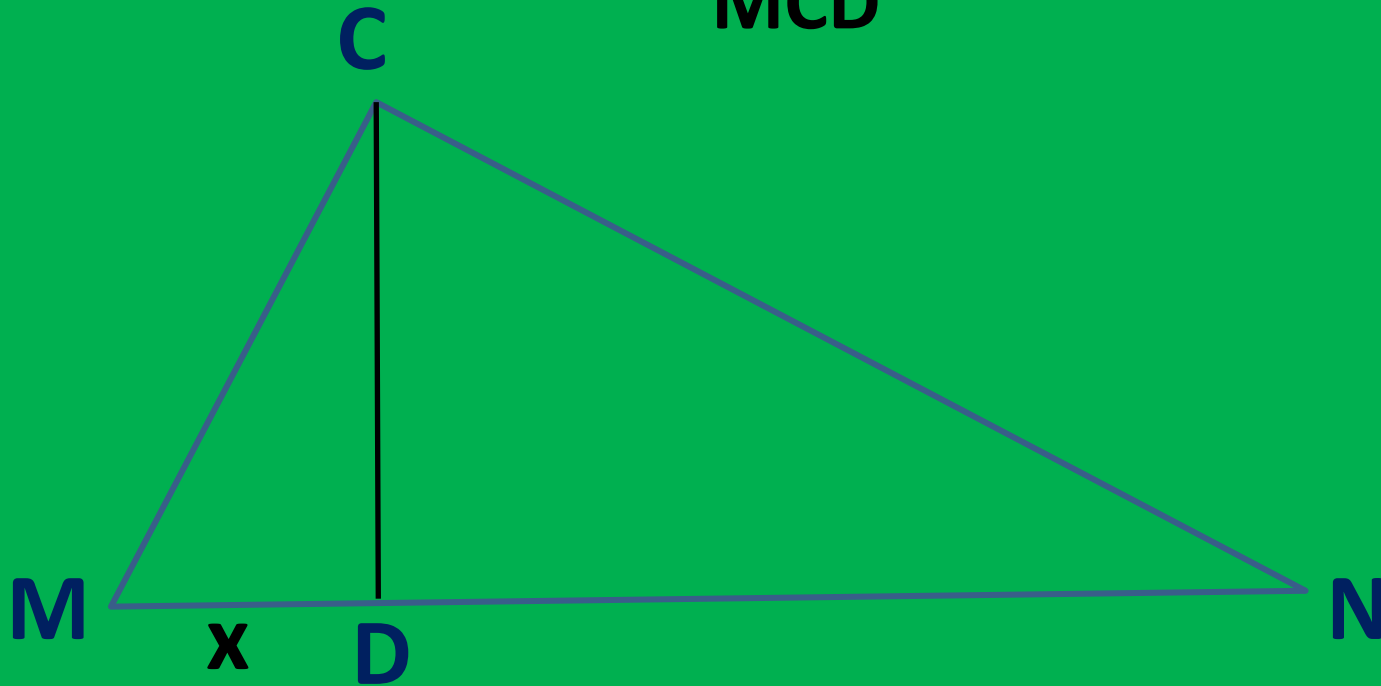
$$d = MN = MD + DN$$

$$MD = x$$

$$d = x + DN$$

# Решение задачи №2: Рассмотрим треугольник

MCD



$$CD^2 = MD \times DN = 15^2 - x^2$$

$$CD^2 = MC^2 - MD^2 = x \times 16$$

## Решение задачи №2:

$$15^2 - x^2 = x \times 16$$

$$x^2 + 16x - 255 = 0$$

$$D = 256 + 900 = 1156$$

$$x_1 = \frac{-16 - 34}{2} = -25 \quad x_2 = \frac{-16 + 34}{2} = 9$$

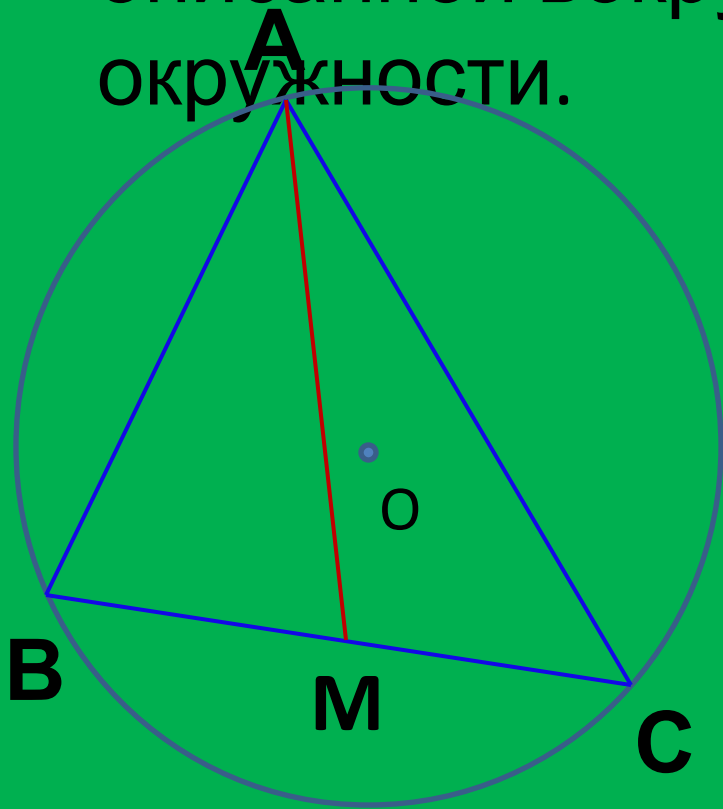
$$d = x + DN$$

$$d = 9 + 16 = 25$$



# Задача №3

Биссектриса  $AM$  треугольника  $ABC$  делит сторону  $CB$  на отрезки  $CM=10$  и  $MB=14$ ,  $AB=21$ . Найдите радиус описанной вокруг треугольника  $ABC$  окружности.



Дано:

$CM=10$ ,  $MB=14$ ,  
 $AB=21$

Найти :

$R=?$

# Решение задачи №3:

1. Биссектриса внутреннего угла треугольника делит противоположающую сторону на части, пропорциональные прилежащим сторонам.

$$\frac{AB}{BM} = \frac{AC}{CM}$$
$$\frac{21}{14} = \frac{AC}{10}$$

$$AC = 15$$

Радиус описанной

окружности найдём по формуле:

$$R = \frac{abc}{4 \cdot S}$$

Где S найдём по формуле

Герона  $S = \sqrt{p(p-a)(p-b)(p-c)}$

Где  $p = \frac{1}{2}(a + b + c)$

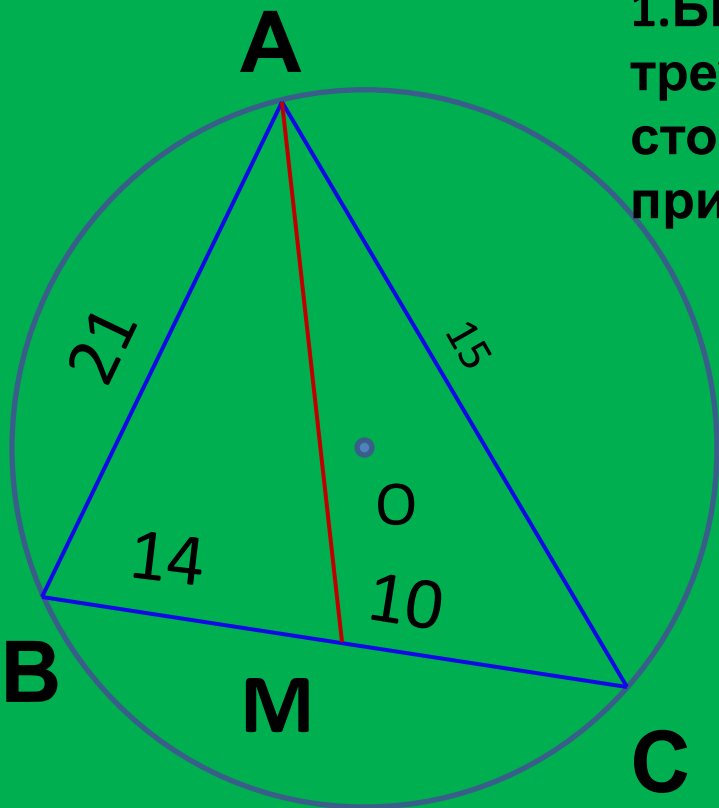
$$p = \frac{1}{2}(24 + 21 + 15)$$

$$p = 30$$

$$S = \sqrt{30 \cdot 9 \cdot 15 \cdot 6} = 90\sqrt{3}$$

$$R = \frac{21 \cdot 15 \cdot 24}{4 \cdot 90 \cdot \sqrt{3}} = 7\sqrt{3}$$

Ответ:  $R = 7\sqrt{3}$



# Задача №4:

Найдите радиус окружности, вписанной в остроугольный треугольник ABC, если высота BH равна 12 и известно, что  $\sin A = \frac{12}{13}$   $\sin C = \frac{4}{5}$

**Дано**

:  $\triangle ABC$ ,  $BH = 12$ ,  $BH \perp AC$

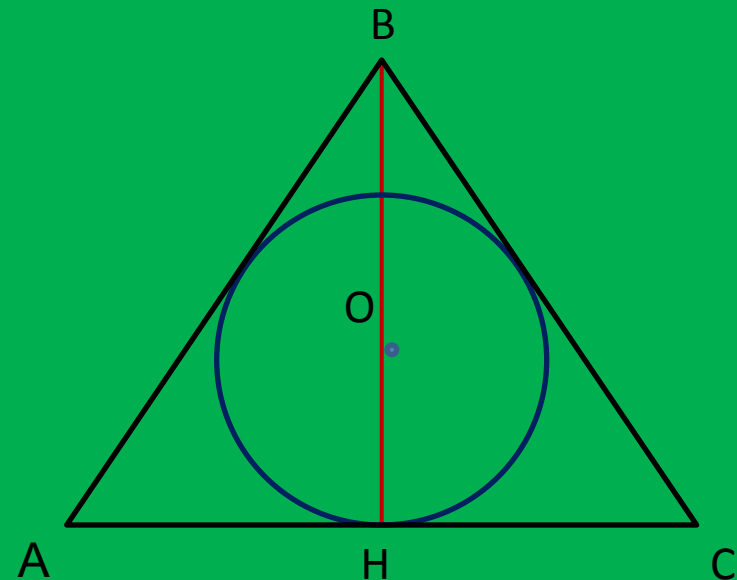
$$\sin A = \frac{12}{13}$$

$$\sin C = \frac{4}{5}$$

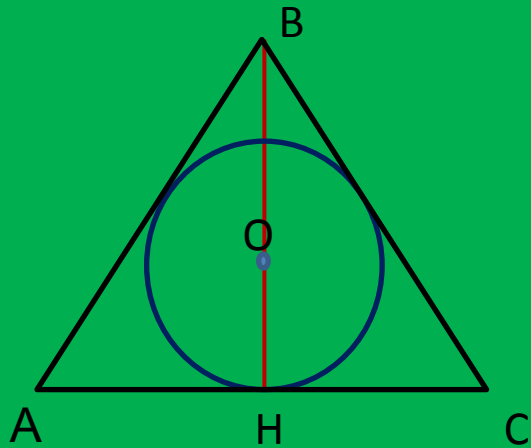
O – центр, вписанной  
окружности

**Найти:**

r



# Решение задачи №4:



$$1. r = \frac{S}{p}$$

2. По определению синуса из  $\triangle BHC$ , где  $\angle BHC = 90^\circ$   
(по условию  $BH \perp AC$ )

$$\sin A = \frac{BH}{AB} = \frac{12}{13}$$

$$AB = 12 : \frac{12}{13} = 13$$

$$3. \sin C = \frac{BH}{BC} = \frac{4}{5}$$

$$BC = BH : \sin C = 15$$

$$4. HC^2 = BC^2 - BH^2 = 225 - 144 = 81$$

$$HC = 9$$

$$5. AH^2 = AB^2 - BH^2 = 25$$

$$AH = 5$$

$$6. AC = AH + HC = 14$$

$$7. S_{\triangle} = \frac{1}{2} ah = \frac{168}{2} = 84$$

**Ответ:**  $r = \frac{1}{21}(a+b+c) = 21$

$$r = \frac{84}{21} = 4$$

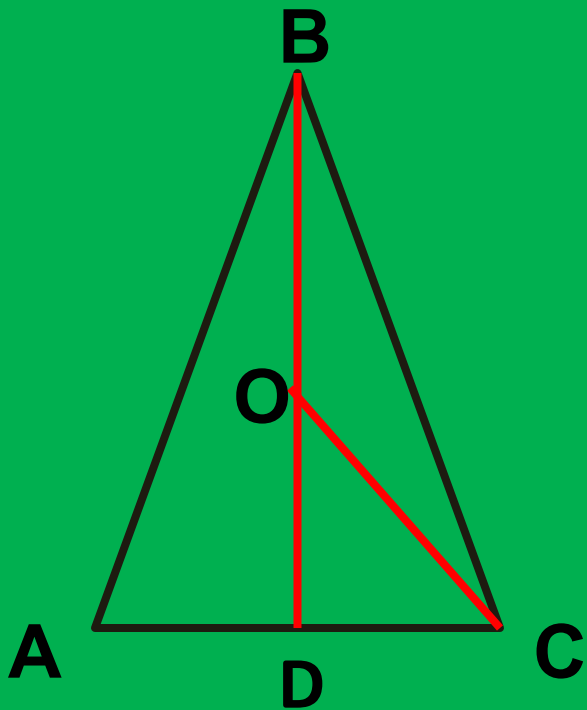
4





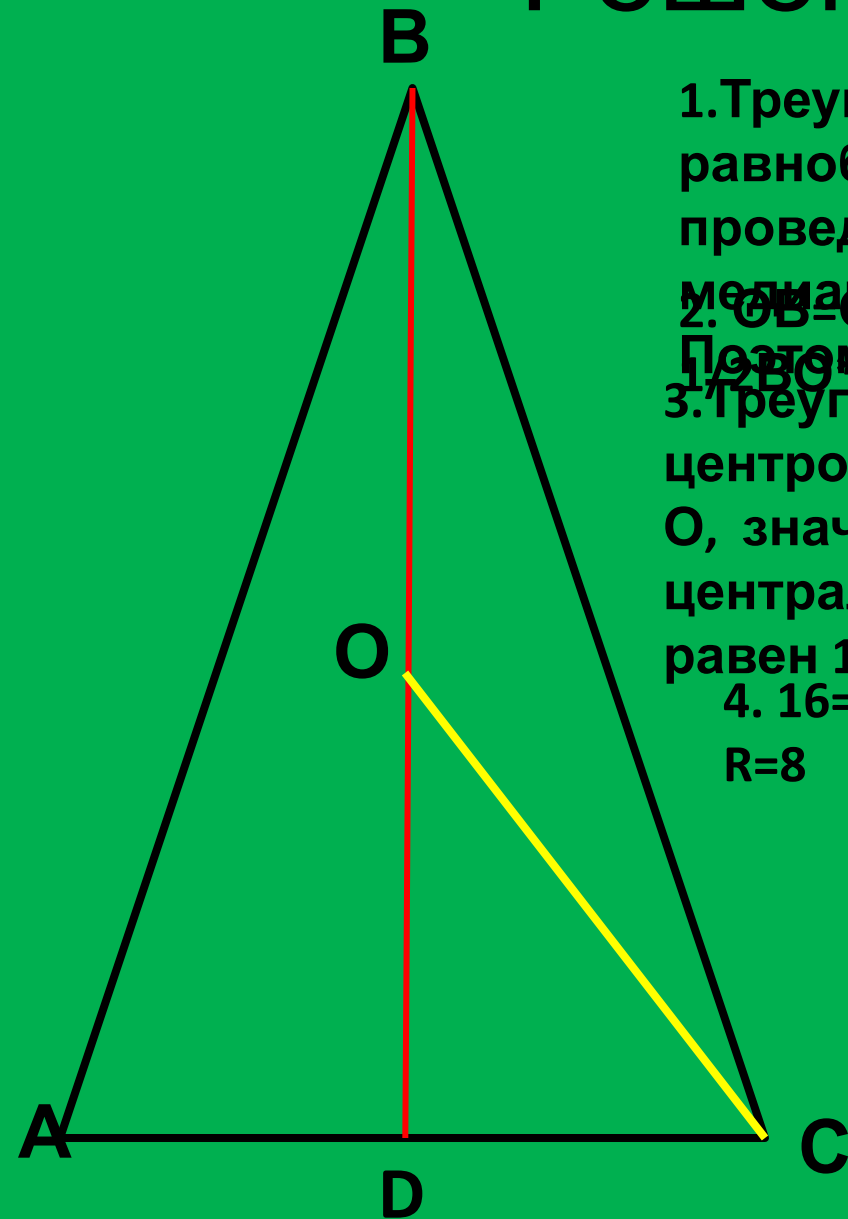
# Задача №5

Около равнобедренного треугольника с основанием  $AC$  и углом при основании  $75^\circ$  описана окружность с центром  $O$ . Найдите её радиус, если площадь треугольника  $BOC$  равна 16.



Дано:  $\triangle ABC$ ,  $AC$ - основание,  
 $\angle BAC = 75^\circ$ ,  $O$  – центр  
описанной  
окружности,  
 $S_{\triangle BOC} = 16$ .  
Найти:  $R$ .

# Решение задачи №5



1. Треугольник по условию равнобедренный, проведем высоту BD, она является и медианой.  
2.  $OB=OC=R$ ,  $S_{\triangle BOC} =$

1/2  $BO \cdot OC \cdot \sin \angle BOC$   
3. Треугольник вписан в окружность с центром

O, значит  $\angle BOC$  это соответствующий центральный угол вписанного угла A и равен  $150^\circ$

$$4. 16 = \frac{1}{2} R \cdot R \cdot \sin 150^\circ, \sin 150^\circ = \sin 30^\circ = \frac{1}{2}$$
$$R = 8$$

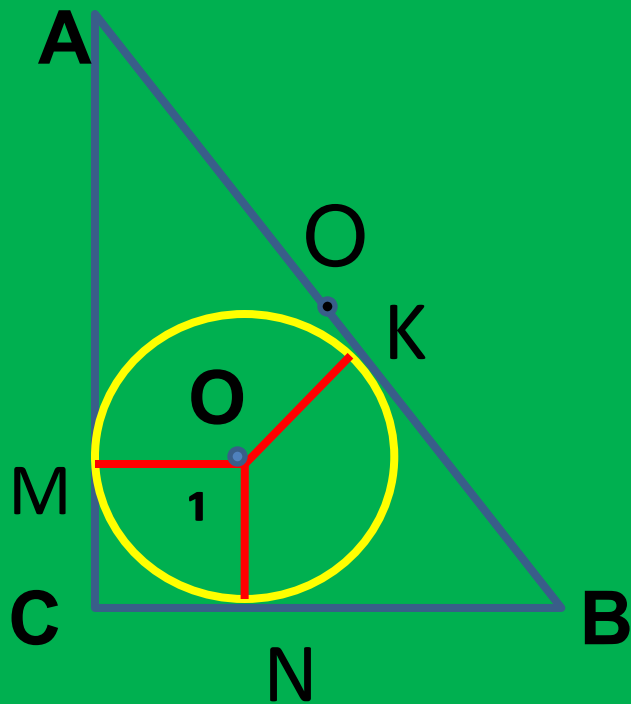
**Ответ: 8**



# Задача

№6

Радиус окружности, вписанной в прямоугольный треугольник равен 2 м, а радиус описанной окружности равен 5 м. Найдите больший катет треугольника



Дано:  $\Delta ABC$ ,  
 $\angle C=90^\circ$

$r=2$  м,  $R=5$  м,  $O_1$ -  
центр  
вписанной  
окружности,

Найти: больший  
катет

# Решение задачи

**№6**  $O$  – центр описанной окружности; так как треугольник  $ACB$

прямоугольный, то его гипотенуза является диаметром окружности, угол  $ACB = 90^\circ$  и является вписанным

$$AB = 2R = 5 \cdot 2 = 10 \text{ м.}$$

2.  $O_1$  – центр вписанной окружности:  $O_1K \perp AB$ ;  $O_1M \perp AC$ ;  $O_1N \perp CB$ ;

3. Отрезки  $OK$  и  $O_1M$  равны как отрезки касательных, проведенных из одной точки, аналогично  $CN = CM$ ;

$AM = AK$ ; обозначим  $BK = BN = x$ ; тогда  $CB = 2 + x$ ;

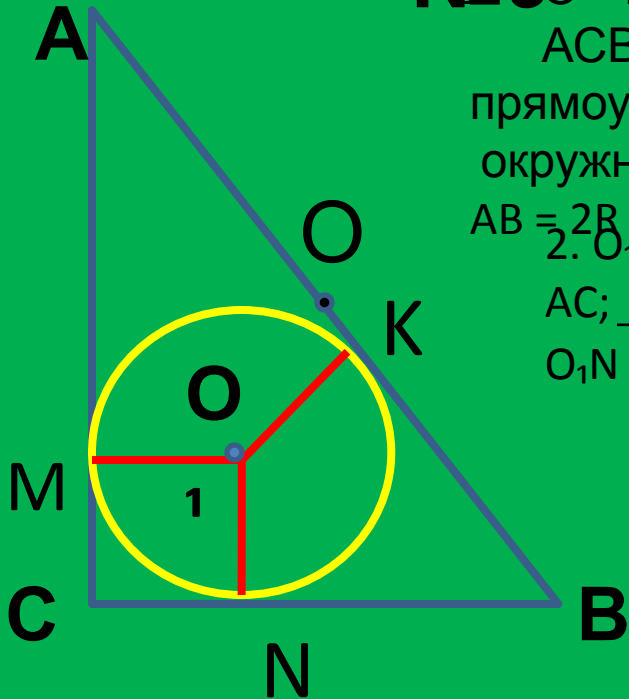
$$AK = AM = 10 - x; AC = 12 - x.$$

4. По т. Пифагора  $AB^2 = CB^2 + AC^2$ ;  $10^2 = (2 + x)^2 + (12 - x)^2$

$$2x^2 - 20x + 48 = 0, \quad x^2 - 10x + 24 = 0,$$

$$x_1 = 6, \quad x_2 = 4;$$

$$AC = 12 - 6 = 6; \quad CB = 2 + 6 = 8 \text{ м.}$$



## Ответ:

9 м



# Задача

№7

Периметр прямоугольного треугольника равен 72 м, а радиус вписанной в него окружности - 6 м. Найдите диаметр описанной окружности.

Дано:

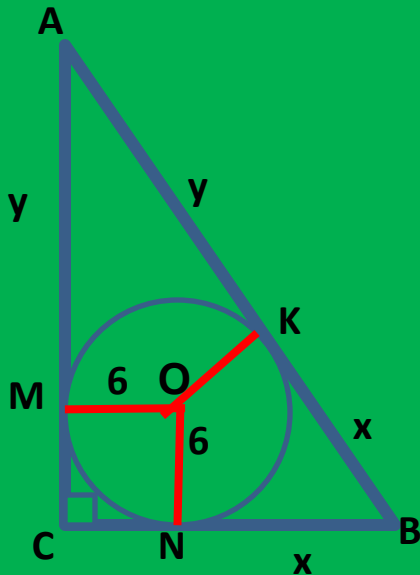
ABC – треугольник

$P=72$

$\angle C=90^\circ$

$r = 6$  м

Найти  $d$  описанной окружности.



# Решение задачи

## №7:

1.  $\triangle ABC$  – прямоугольный ; угол  $C = 90^\circ$ ,  
Значит диаметр описанной окружности  
совпадает с  
гипотенузой т.е.  $d=AB$

2.  $O$  – центр вписанной окружности,  $ON = OM = r = 6$   
По свойству касательной  $ON \perp CB$ ,  $OM \perp AC$ ; значит  
 $CM = CN$ , как отрезки касательных к окружности с  
центром  $O$ ,  
проведенных из одной точки, итак,  
четырёхугольник

3. Обозначим отрезки  $BN = BK = x$  ( $OK \perp AB$ )

$OK = r$ ,  $BN = BK$  как отрезки касательных  $AM =$   
 $MK = y$

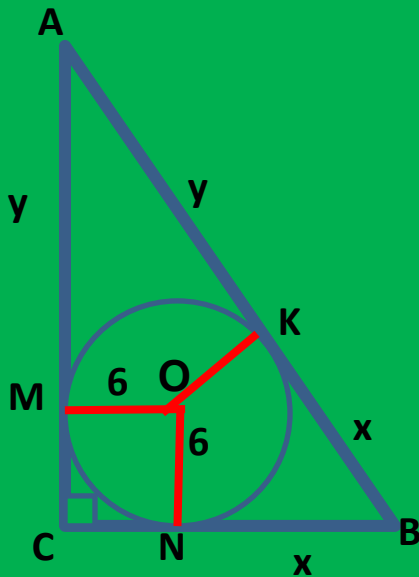
$P \triangle ABC = AC + AB + CB$ , но

$$AC = 6 + y, \quad AB = x + y, \quad CB = 6 + x$$

$P \triangle ABC = 6 + y + x + y + 6 + x = 12 + 2x + 2y = 72$  (по  
условию)

$$x + y = (72 - 12) : 2, \quad x + y = 30, \quad AB = 30$$

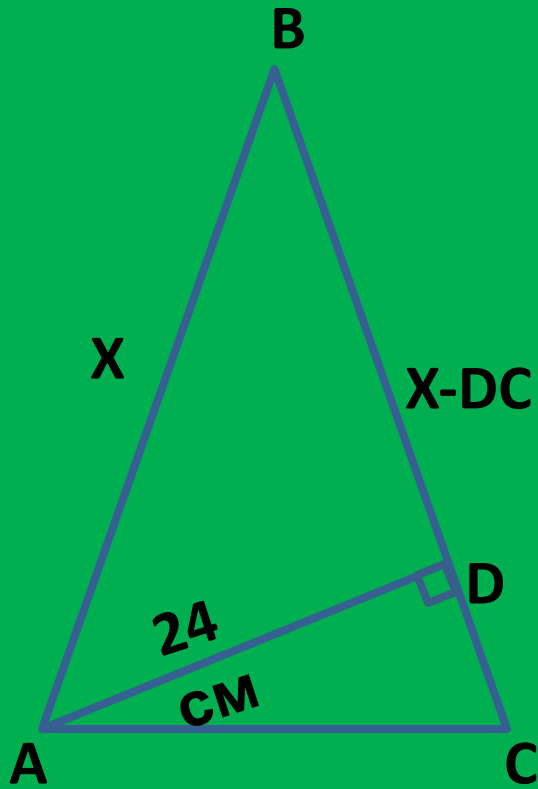
Ответ : 30



## Задача № 8

Основание равнобедренного треугольника равно 30 м, а высота, проведённая из вершины основания – 24 м.

Найдите площадь треугольника.



Дано:

$ABC$  –  
треугольник

$AB=BC$

$AC=30$  см

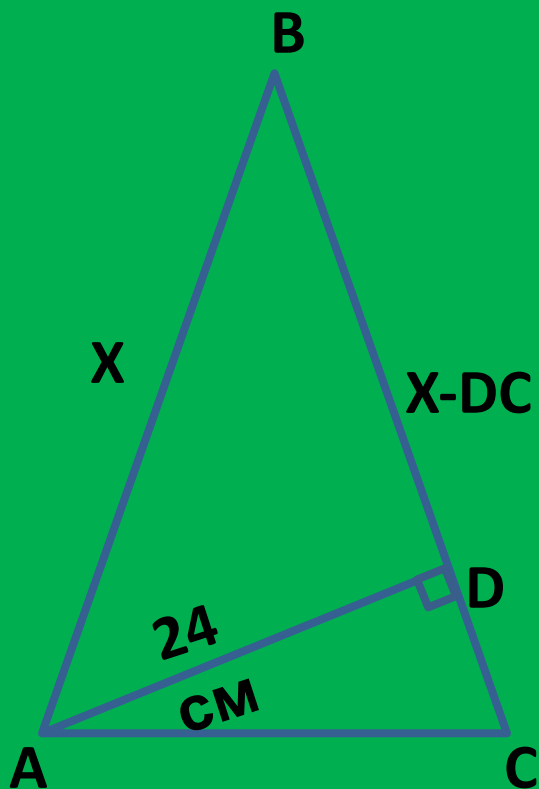
$AD \perp BC$

$AD=24$  см

Найти:  $S_{ABC}$

# Решение задачи

## №8:



1.  $S \triangle ABC = \frac{1}{2} AD \cdot BC$

Найдём BC, обозначим  $AB = BC = x$ , тогда  $DB = x - DC$

2. Из  $\triangle ABC$  найдём

DC

$$DC = \sqrt{30^2 - 24^2} = \sqrt{(30 - 24) \cdot (30 + 24)} = 18$$

$$DB = x - 18$$

3.  $\triangle ABD$  по т. Пифагора имеем:

$$AB^2 = BD^2 + AD^2 ; \quad BD^2 = \sqrt{AB^2 - AD^2}$$

$$(x - 18)^2 = x^2 - 24^2$$

$$36x = 324 + 576$$

$$4x = 100$$

$$x = 25$$

$$S \triangle ABC = \frac{1}{2} \cdot 24 \cdot 25 = 300 \text{ (м}^2\text{)}$$

)  
Ответ: 300<sup>2</sup>





## Задача № 9

В равнобедренный треугольник ABC  
вписана

окружность. Параллельно его основанию  
AC

проведена касательная к окружности,  
пересекающая

боковые стороны в точках D и E. Найдите  
радиус

окружности, если  $DE = 8$ ,  $AC = 18$ .

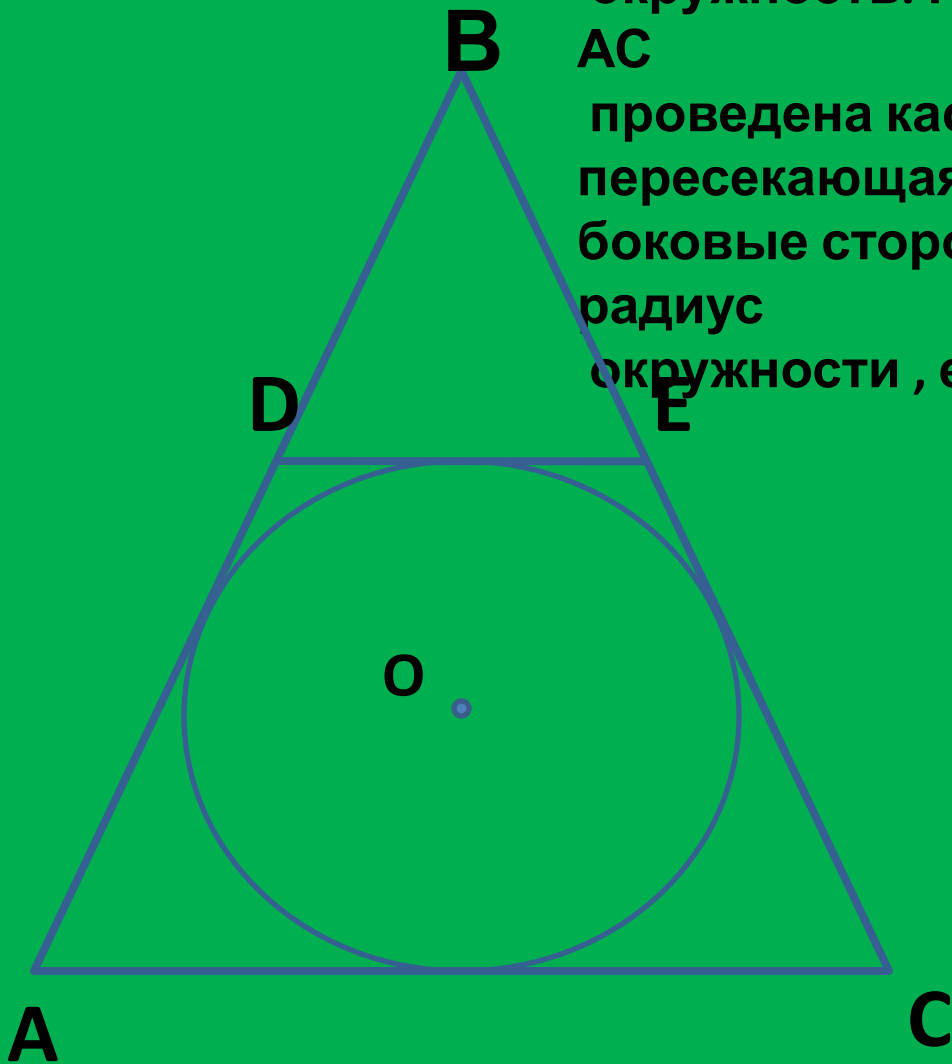
$\triangle ABC$  - равнобедренный,

O - центр вписанной  
окружности

$DE \parallel AC$ ,  $DE = 8$   $AC = 18$

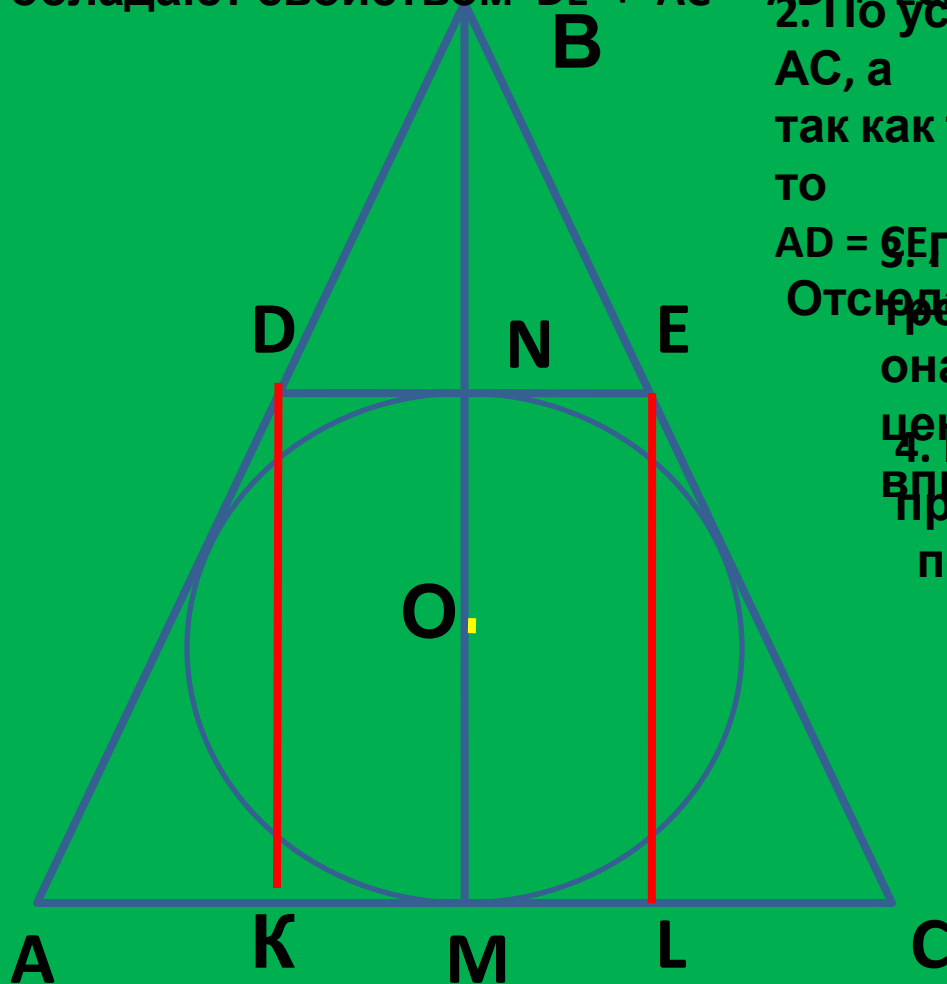
Найти :

r



# Решение задачи

1. Четырехугольник **№9** описанный, все его стороны касаются окружности с центром  $O$ . Стороны такого четырехугольника обладают свойством  $DE + AC = AD + EC$ .



2. По условию отрезок  $DE$  параллелен  $AC$ , а так как треугольник равнобедренный, то  $AD = CE$ .
3. Проведем  $BM$  высоту. Отсюда  $BM$  — биссектриса, она является и биссектрисой, значит центр вписанной окружности  $O$  лежит на  $BM$  проведем перпендикуляры.
4. Из вершины  $D$  и  $E$  проведем перпендикуляры.
5.  $NL = DE$ ,  $AK = LC$  и  $AK + LC = 18 - 8 = 10$   
 $AK = 5$ .

6. Из треугольника  $ADK$ :  
 $DK = 12$ ,  $DK = MN = 2r$ ,  
 $r = 6$ .

**Ответ :**

**6**



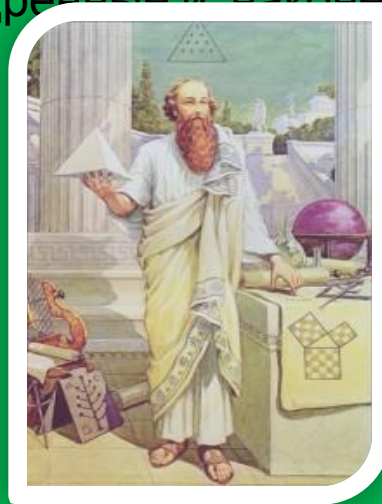
## Исторические сведения.

**Треугольник** - самая простая замкнутая прямолинейная фигура; одна из первых, свойства которой человек узнал еще в глубокой древности, так как эта фигура всегда имела широкое применение в практической жизни. В строительном искусстве испокон веков используется свойство жесткости треугольника для укрепления различных строений и их деталей. Изображения треугольников и задачи на треугольники встречаются в папирусах, в старинных индийских книгах и в других древних документах. В древней Греции учение о треугольниках развивалось в ионийской школе, основанной в VII в. до н. э. **Фалесом**, в школе **Пифагора** и других; оно было затем полностью изложено в первой книге «Начал» **Евклида**. Понятие о треугольнике исторически развивалось, так: сначала рассматривались лишь правильные, затем равнобедренные и, наконец, разносторонние тре



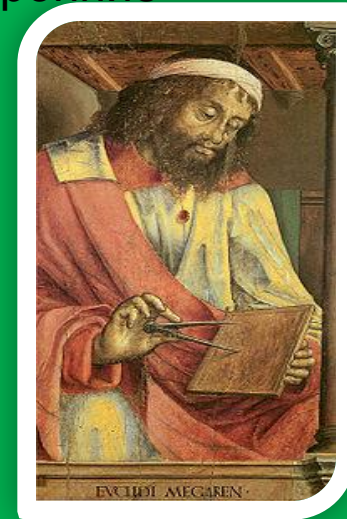
Фалес

640/624 до н. э.



Пифагор

прим. 570 до н. э.



Евклид

III век до н. э.



# Справочный материал

- **Проекция катета на гипотенузу**- отрезок (часть гипотенузы) , соединяющий основание перпендикуляра , опущенного из прямого угла и конец катета, общий с гипотенузой.
- **Окружность, касающаяся всех трех сторон треугольника,** называется его **вписанной окружностью**
- **Биссектрисой** треугольника, проведенной из данной вершины, называют отрезок, соединяющий эту вершину с точкой на противоположной стороне и делящий угол при данной вершине пополам.
- **Биссектрисы треугольника** пересекаются в одной точке, и эта точка совпадает с **центром вписанной окружности**.
- Окружность, проходящая через все три вершины треугольника, называется его **описанной окружностью**.
- **Серединные перпендикуляры** к сторонам треугольника пересекаются в одной точке, которая совпадает с **центром описанной окружности**.
- В равнобедренном треугольнике биссектриса, медиана и высота, проведенные к основанию, совпадают.



**СПАСИБО ЗА  
ВНИМАНИЕ!**