



# МНОГОГРАННИКИ





# СОДЕРЖАНИЕ ПРЕЗЕНТАЦИИ

- Многогранники
- Звездчатые многогранники
- Это интересно: Лист Мёбиуса





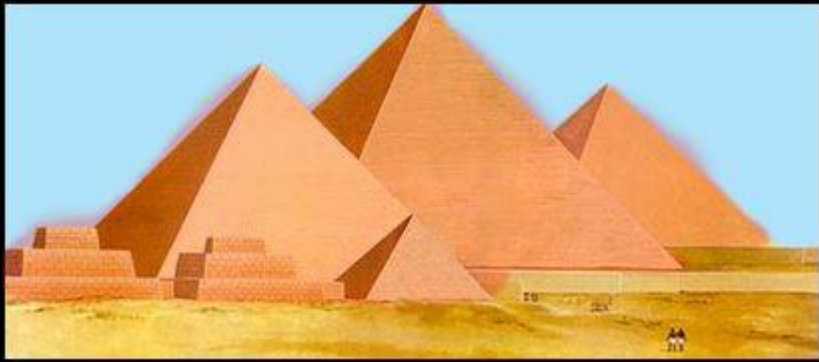
# Изображение многогранников.

- Многогранные формы с древнейших времен преобладают в архитектуре и строительстве. В русском зодчестве разные периоды истории оставили многочисленные примеры совершенных произведений, где композиция сооружения представляет собой выразительное сочетание гранных форм (шатровые деревянные и каменные церкви, крепостные сооружения и др.). Многогранные формы широко применяются и в современной архитектуре.
- Все поверхности можно разделить на две большие группы: многогранные и кривые поверхности.





# Применение многогранников в нашей жизни





# Виды многогранников.

- Многогранники бывают **выпуклые** и **невыпуклые**. Многогранник называется выпуклым, если он расположен по одну сторону от плоскости каждой его грани. На рисунке 3 изображен невыпуклый многогранник, а на рисунке 5- выпуклый многогранник. Все грани выпуклого многогранника являются выпуклыми многоугольниками. **В выпуклом многограннике сумма всех плоских углов при каждой его вершине меньше  $360^\circ$** . Рисунок 4 поясняет это утверждение: многогранник "разрезан" вдоль ребер и все его грани с общей вершиной А развернуты так, что оказались расположенными в одной плоскости  $\alpha$ . Видно, что сумма всех плоских углов при вершине А, т.е. сумма углов 1, 2 и 3 меньше  $360^\circ$ . Рассмотрим более подробно примеры выпуклых многогранников, а именно: тетраэдр и куб, которые являются представителями двух семейств многогранников, часто встречающихся вокруг нас.

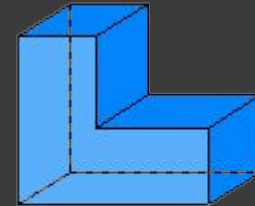


рис. 3

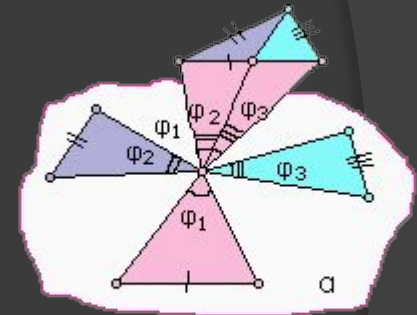


рис. 4

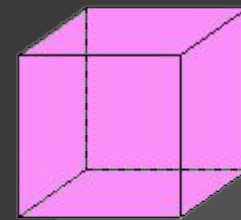


рис. 5





# Виды многогранников.

- Вот куб (рис.5). Его поверхность образована шестью равными квадратами - гранями. У каждой грани четыре вершины, но каждая из вершин принадлежит сразу трем граням; всего вершин у куба восемь. Каждая грань имеет четыре стороны. Стороны граней именуются рёбрами куба. Всего их двенадцать, и каждое ребро принадлежит двум граням. Куб ("кубик") - хорошо знакомый нам многогранник, но не самый простой. В этом отношении чемпионом является треугольная пирамида, или тетраэдр. У нее только четыре вершины, а меньше и взять нельзя - ведь любые три точки уже лежат в одной плоскости. Граней тоже четыре - это треугольники с вершинами в вершинах тетраэдра, а ребер шесть. При всей своей незамысловатости тетраэдр обладает множеством интересных свойств. Тетраэдр - частный вид пирамиды (рис. 6), а куб - призмы (рис. 7).

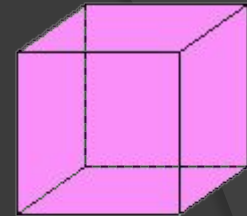


рис. 5

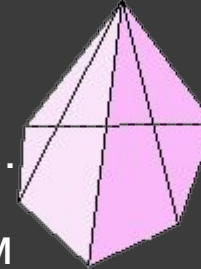


рис. 6

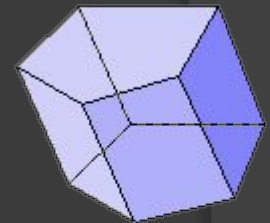
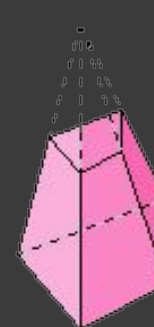
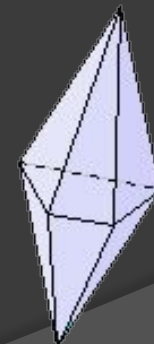


рис. 7



Усечённая пирамида



Бипирамида

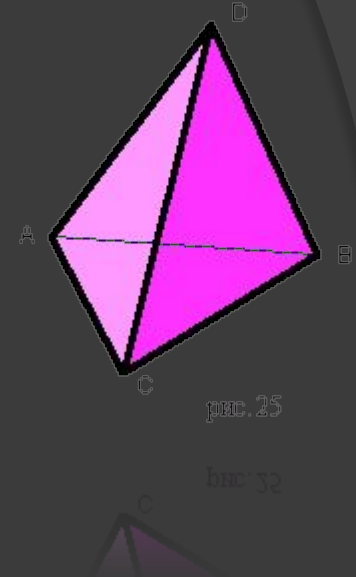
рис. 8





# Тетраэдр

- Тетраэдр (треугольная пирамида) - простейший многогранник. Геометрия тетраэдра ничуть не менее богата, чем геометрия его плоского собрата - треугольника, многие свойства которого в преобразованном виде мы находим у тетраэдра. Немало общего имеет тетраэдр и с четырёхугольником - ведь у обоих по четыре вершины. Подобно треугольникам, тетраэдры можно классифицировать по степени их симметричности. Равнобедренному треугольнику отвечает правильная треугольная пирамида. Правильная треугольная пирамида переходит сама в себя при поворотах вокруг высоты на  $120^\circ$  и  $240^\circ$ , а также при симметриях относительно плоскостей, проходящих через ось и боковые рёбра. Термин "правильный тетраэдр" обозначает частный случай правильной треугольной пирамиды - тетраэдр, у которого все рёбра равны, т.е. все грани - равносторонние треугольники. Такой тетраэдр обладает наибольшим возможным набором самосовмещений. Имеет 12 поворотов, переводящих его в себя, 6 симметрий относительно плоскостей и ещё 6 движений, сочетающих поворот с симметрией.

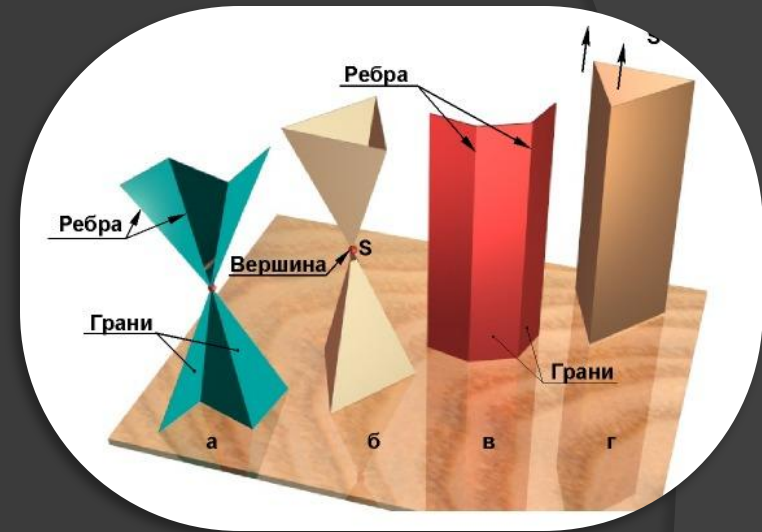






# Многогранная поверхность

- **Многогранной поверхностью** называется поверхность, образованная частями (отсеками) пересекающихся плоскостей. **Многогранником** называется тело, ограниченное многогранной поверхностью, состоящей из плоских многоугольников. Отсеки плоскостей называются **гранями**, а линии их пересечения - **ребрами**. Точки пересечения ребер называются **вершинами**.
- Наиболее распространенные многогранники - призмы и пирамиды. Призму, ребра которой перпендикулярны основанию, называют **прямой**. Если в основании прямой призмы - прямоугольник, призму называют **параллелепипедом**.

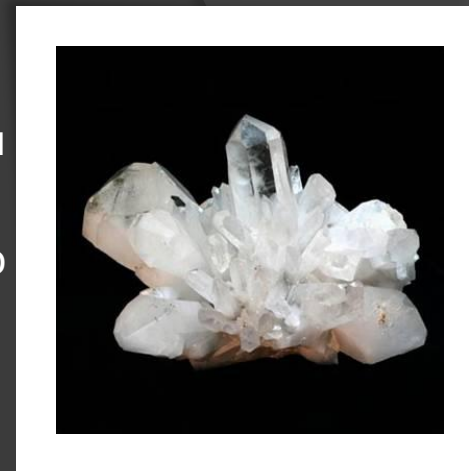




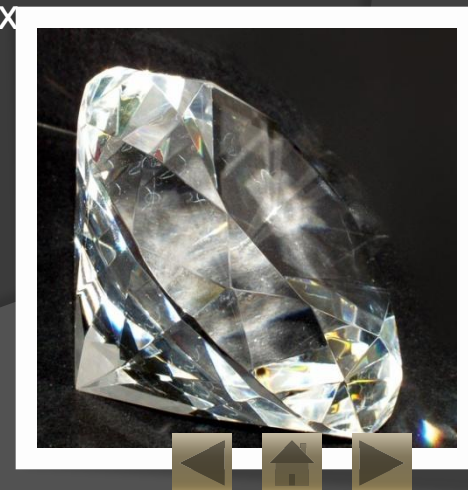
# Кристаллы – природные многогранники



Многие думают, что кристаллы - это красивые, редко встречающиеся камни. Они бывают разных цветов, обычно прозрачные и, что самое замечательное, обладают красивой правильной формой. Чаще всего кристаллы представляют собой многогранники, стороны (грани) их идеально плоские, рёбра строго прямые. Они радуют глаз чудесной игрой света в гранях, удивительной правильностью строения.



Есть среди них скромные кристаллы каменной соли природного хлористого натрия, т. е. обычной поваренной соли. Они встречаются в природе в виде прямоугольных параллелепипедов или кубиков. Простая форма и у кристаллов кальцита - прозрачных косоугольных параллелепипедов. Куда сложнее кристаллы кварца. У каждого кристаллика множество граней разной формы, пересекающихся по рёбрам разной длины.



# Кристаллы



# Классификация ювелирных камней



Ювелирные камни классифицируются по ряду признаков. К ним относятся такие как твердость, прозрачность, окраска, блеск, частота распространения в природе, долговечность и рыночной стоимости.



Сама классификация ювелирных камней неоднократно составлялись на протяжении последних двух столетий минералогами разных стран. По мере открытия новых месторождений, изменения приоритетов и рыночной конъюнктуры классификации уточнялись, пересматривались, создавались новые.



Некоторые камни в разное время помещали в разные разряды и относили то к драгоценным, то к полудрагоценным, другие занимали постоянное место во всех классификациях. Существует также неопределенность и в терминологии: такие понятия, как «самоцветы», «цветные камни», «драгоценные камни» разные ученые трактуют неодинаково.



# Классификация ювелирных камней



## Первая группа - ювелирные (драгоценные) камни

I порядок: алмаз, изумруд, синий сапфир, рубин.

II порядок: александрит, благородный жадеит, оранжевый, желтый и фиолетовый сапфир, благородный черный опал.

III порядок: демантоид (хризолит), благородная шпинель, благородный белый и огненный опал, аквамарин, топаз, лунный камень, родолит, красный турмалин.

IV порядок: синий, зеленый, розовый и полихромный турмалин, циркон (гиацинт), берилл, бирюза, аметист, хризопраз, гранат, цитрин, благородный сподумен.



## Вторая группа - ювелирно-поделочные камни

I порядок: раухтопаз, гематит-кровоавик, янтарь, горный хрусталь, жадеит, нефрит, лазурит, малахит, авантюрин.

II порядок: агат, цветной халцедон, гелиотроп, розовый кварц, иризирующий обсидиан, обыкновенный опал, лабрадор и другие непрозрачные иризирующие шпаты.

## Третья группа - поделочные камни

Яшмы, гранит, окаменелое дерево, мраморный оникс, обсидиан, гагат, селенит, флюорит, цветной мрамор и др.





# ЗВЕЗДЧАТЫЕ МНОГОГРАННИКИ







# Звездчатые многогранники



Как Вы уже могли убедиться, мир наш исполнен симметрии. С древнейших времен с ней связаны наши представления о красоте. Наверное, этим объясняется непреходящий интерес человека к удивительным символам симметрии, привлекавшим внимание множества выдающихся мыслителей, от Платона и Евклида до Эйлера и Коши.

Впрочем, многогранники отнюдь не только объект научных исследований. Их формы – завершенные и причудливые, широко используются в декоративном искусстве.

Звездчатые многогранники очень декоративны, что позволяет широко применять их в ювелирной промышленности при изготовлении всевозможных украшений. Применяются они и в архитектуре. Многие формы звездчатых многогранников подсказывает сама природа. Снежинки - это звездчатые многогранники. С древности люди пытались описать все возможные типы снежинок, составляли специальные атласы. Сейчас известно несколько тысяч различных типов снежинок.





## Звёздчатый октаэдр

Был открыт Леонардо Да Винчи, затем спустя почти 100 лет переоткрыт И. Кеплером, и назван им "Stella octangula" – звезда восьмиугольная. Отсюда октаэдр имеет и второе название "stella octangula Кеплера".

У октаэдра есть только одна звездчатая форма. Её можно рассматривать как соединение двух тетраэдров.







# Большой звёздчатый додекаэдр



Большой звездчатый додекаэдр принадлежит к семейству тел Кеплера-Пуансо, то есть правильных невыпуклых многогранников. Грани большого звездчатого додекаэдра – пентаграммы, как и у малого звездчатого додекаэдра. У каждой вершины соединяются три грани. Вершины большого звездчатого додекаэдра совпадают с вершинами описанного додекаэдра.

Большой звездчатый додекаэдр был впервые описан Кеплером в 1619 г. Это последняя звездчатая форма правильного додекаэдра.





# Звёздчатый икосаэдр



Икосаэдр имеет двадцать граней. Если каждую из них продолжить неограниченно, то тело будет окружено великим многообразием отсеков – частей пространства, ограниченных плоскостями граней. Все звездчатые формы икосаэдра можно получить добавлением к исходному телу таких отсеков. Не считая самого икосаэдра, продолжения его граней отделяют от пространства  $20+30+60+20+60+120+12+30+60+60$  отсеков десяти различных форм и размеров. Большой икосаэдр (см. рис) состоит из всех этих кусков, за исключением последних шестидесяти.



# Звёздчатый икосаэдр



Среди звездчатых форм икосаэдра встречаются некоторые соединения платоновых тел. Среди них: соединения пяти октаэдров, энантиоморфные формы соединения пяти тетраэдров и соединения десяти тетраэдров. Если бы Платон смог видеть эти формы, они привели бы его в восхищение.

В 1900 году Брюкнер опубликовал классическую работу о многогранниках, озаглавленную "Vielecke und Vielflache", в которой были представлены некоторые новые звездчатые формы икосаэдра. Открытием еще несколько форм мы обязаны Уиллеру(1924). В 1938 году систематическое и полное исследование вопроса провел Кокстер совместно с Дювалем, Флэзером, Петри. Для различения исходных форм и выделения характерных форм они применили правила ограничения, установленные Дж. Миллером. Кокстер доказал, что существует всего 59 звездчатых форм икосаэдра, из которых 32 обладают полной, а 27 неполной икосаэдральной симметрией (последнее обстоятельство дает возможность строить энантиоморфные им аналоги, которые имеют красивый и необычный вид). Мы представим некоторые виды икосаэдров:





## Первая звёздчатая форма икосаэдра.

Эту модель делают из 20 частей, каждая часть представляет собой невысокую треугольную пирамиду без основания.



## Вторая звёздчатая форма икосаэдра.

На этой очень красивой модели заметны пятигранные высокие пики, выступающие из впадин модели соединения десяти тетраэдров.



## Шестая звёздчатая форма икосаэдра.

Показанная на рисунке модель является ещё одной звёздчатой формой икосаэдра. На ней легко обнаружить 12 длинных пиков.





# Звёздчатый кубookтаэдр



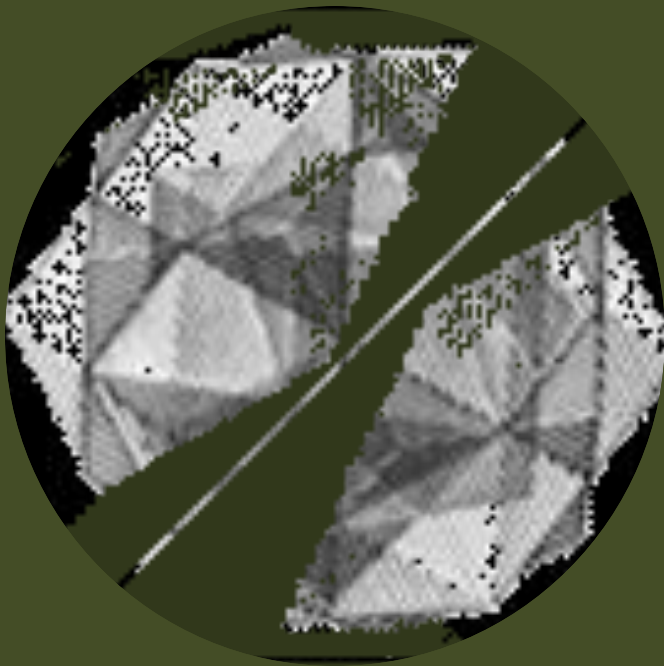
Кубookтаэдр – полуправильный многогранник. Он строится так: в кубе проводятся отсекающие плоскости через середину ребер, выходящих из одной вершины. В результате получится полуправильный многогранник - кубookтаэдр. Его гранями являются шесть квадратов, как у куба, и восемь правильных треугольников, как у октаэдра. Отсюда и его название.

Полуправильные многогранники называются также телами Архимеда.





# Звёздчатый икосододекаэдр



Икосододекаэдр имеет 32 грани, из которых 12 являются правильными пятиугольными гранями, а остальные 20 – правильные треугольники. Казалось бы, столь большое число граней потребует сложнейших исследований. Что касается вопроса о том, могут ли получившиеся многогранники оказаться правильными, то на него давно получен ответ. Великий математик Коши ещё в 1811 году доказал, что список правильных многогранников исчерпывается пятью платоновыми телами вкуче с четырьмя многогранниками Кеплера - Пуансо.





# ЛИСТ МЁБИУСА







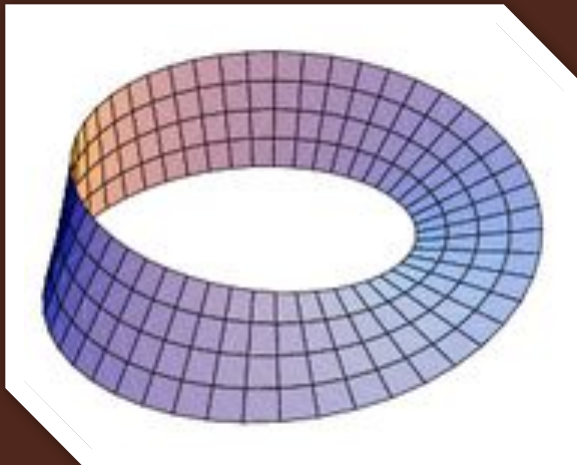
# ЛИСТ МЁБИУСА



Лента Мёбиуса

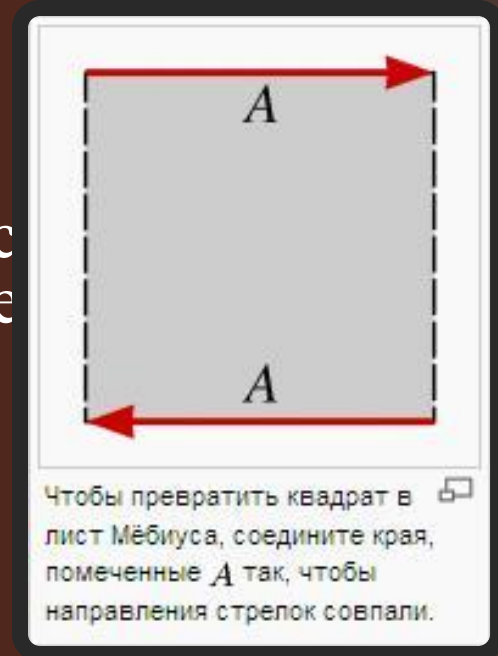
**Лист Мёбиуса, лента Мёбиуса** — топологический объект, простейшая односторонняя поверхность с краем. Попасть из одной точки этой поверхности в любую другую можно, не пересекая края. **Лента Мёбиуса** была обнаружена независимо немецкими математиками Августом Фердинандом Мёбиусом и Иоганном Бенедиктом Листингом в 1858 году. Модель ленты Мёбиуса может легко быть сделана. Для этого надо взять достаточно вытянутую бумажную полоску и соединить концы полоски, предварительно перевернув один из них. В евклидовом пространстве существуют два типа полос Мёбиуса в зависимости от направления закручивания: правые и левые.

Лист Мёбиуса иногда называют прародителем символа бесконечности, так как находясь на поверхности ленты Мёбиуса, можно было бы идти по ней вечно. Это не соответствует действительности, так как символ использовался для обозначения бесконечности в течение двух столетий до открытия ленты Мёбиуса.



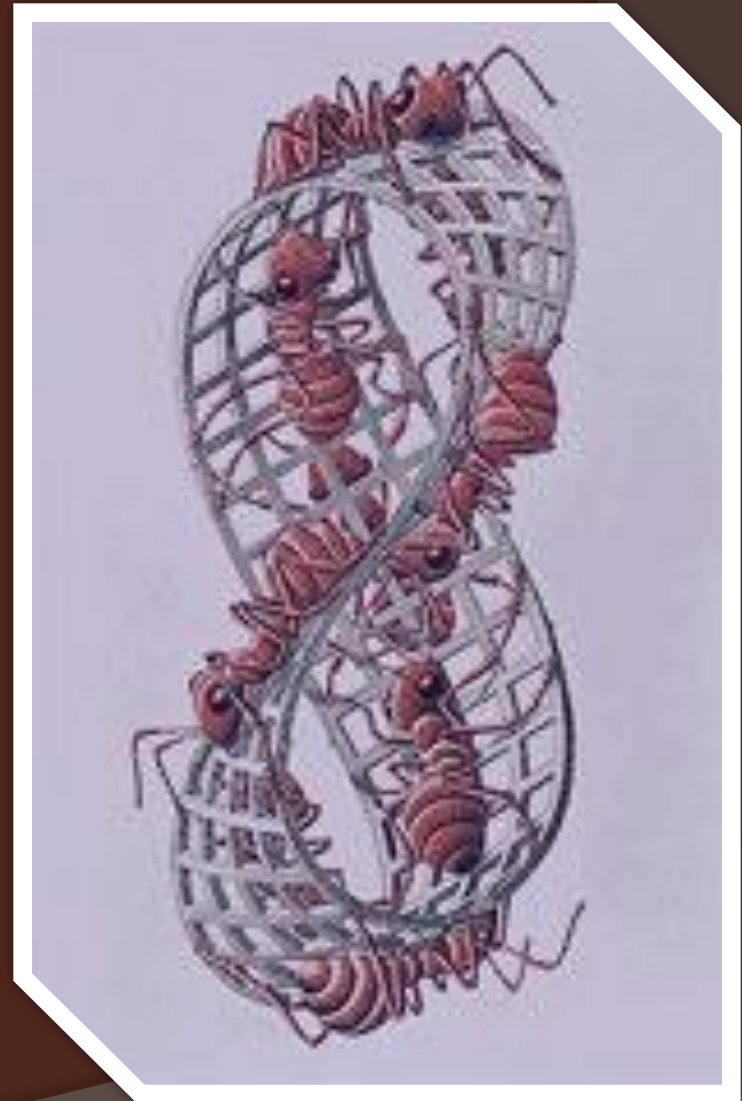
# СВОЙСТВА

- Лента Мёбиуса обладает любопытными свойствами. Если попробовать разрезать ленту вдоль по линии, равноудалённой от краёв, вместо двух лент Мёбиуса получится одна длинная двухсторонняя (вдвое больше, чем лента Мёбиуса) лента, которую фокусники называют «афганская лента».
- Если теперь эту ленту разрезать вдоль по середине, получаются две ленты намотанные друг на друга. Если же разрезать ленту Мёбиуса, отступая от края приблизительно на треть её ширины, то получаются две ленты, одна — более тонкая лента Мёбиуса, другая — длинная лента с двумя полуоборотами (Афганская лента).



# СВОЙСТВА

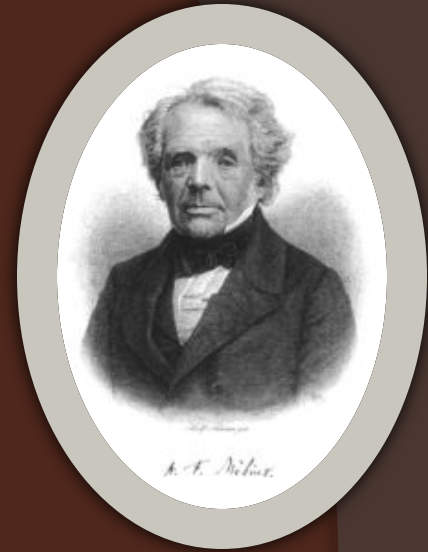
- Другие интересные комбинации лент могут быть получены из лент Мёбиуса с двумя или более полуоборотами в них. Например если разрезать ленту с тремя полуоборотами, то получится лента, завитая в узел трилистника. Разрез ленты Мёбиуса с дополнительными оборотами даёт неожиданные фигуры, названные парадромными кольцами.



# МЁБИУС АВГУСТ ФЕРДИНАНД



- **Август Фердинанд Мёбиус** — немецкий математик и астроном-теоретик.
- Родился на территории княжеской школы Шульпфорте, близ Наумбурга. Его отец занимал в этой школе должность учителя танцев. Мать Мёбиуса была потомком Мартина Лютера.
- Отец умер, когда мальчику было всего три года. Начальное образование Мёбиус получил дома и сразу выказал интерес к математике. С 1803 по 1809 годы учился в колледже Шульпфорте, затем поступил в Лейпцигский университет. Первые полгода, в соответствии с рекомендациями семьи, он изучал право, но затем принял окончательное решение посвятить жизнь математике и астрономии. Биографы предполагают, что в этом выборе сказалось влияние преподававшего там известного астронома и математика Моллвейде.
- В 1813—1814 годах Мёбиус жил в Гёттингене, где посещал университетские лекции Гаусса по астрономии. Затем он уехал в Халле, чтобы прослушать курс лекций математика Иоганна Пфаффа, учителя Гаусса. В результате Мёбиус получил глубокие знания по обеим наукам..



# МЁБИУС АВГУСТ ФЕРДИНАНД



- С 1816 года он также работал сначала астрономом-наблюдателем, затем директором в Плейсенбургской астрономической обсерватории (близ Лейпцига). Деятельно участвовал в перестройке и оснащении обсерватории.
- 1820 - Мёбиус женится. У него родились два сына и дочь.
- В 1825 году Моллвейде умер. Мёбиус попытался занять его место, но его репутация преподавателя была неважной, и университет предпочёл другую кандидатуру. Однако, узнав, что Мёбиус получил приглашения из других университетов, руководство повысило его в должности до ординарного профессора астрономии. К этому времени математические исследования Мёбиуса принесли ему известность в научном мире.
- 1848 - Мёбиус становится директором обсерватории.
- Статья о знаменитой ленте Мёбиуса была опубликована посмертно.

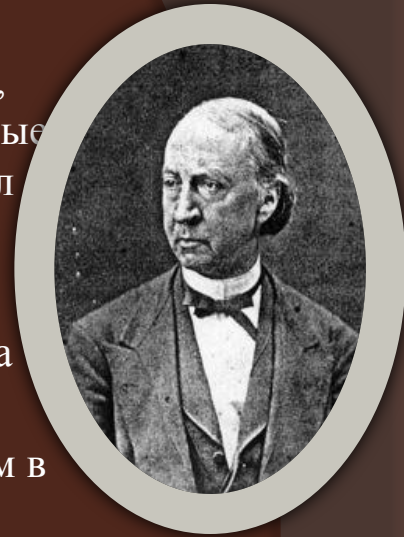






# ЛИСТИНГ ИОГАНН БЕНЕДИКТ

- **Иога́нн Бенеди́кт Ли́стинг** — немецкий математик и физик.
- Листинг родился в семье бедного ремесленника чешского происхождения, который занимался изготовлением щёток. С детства обнаружил незаурядные способности в науке и рисовании, сумел закончить школу, а с 13 лет начал материально помогать родителям.
- В 1825 году поступил в гимназию, где 5 лет изучал языки и математику.
- В 1830 г. он поступил в Гёттингенский университет,. Огромное влияние на Листинга оказал его учитель Гаусс.
- 1834 - Листинг защищает докторскую. В 1837 году принят преподавателем в Ганноверское высшее ремесленное училище.
- 1846 - Женится. У них родились две дочери.
- 1847 - публикует основополагающую книгу по топологии.
- 1848 - после революции Листинг уступает Веберу кафедру физики, а сам становится профессором математической физики.
- 1858: независимо от [А. Мёбиуса](#) открывает свойства [листа Мёбиуса](#).
- Умер от сердечного удара в возрасте 74 лет.





# Материалы, используемые для создания презентации

## Интернет ресурсы:

1. [www.a-jewels.com](http://www.a-jewels.com)
2. [feng-shui.peterlife.ru](http://feng-shui.peterlife.ru)

## Книги:

1. Ювелирные камни Н.И. Корнилов, Ю.П. Солодова
2. Научно-популярный физико-математический журнал Академии наук СССР и Академии педагогических наук СССР





THE END.

ПРЕЗЕНТАЦИЮ ПОДГОТОВИЛ  
УЧЕНИК **10** КЛАССА **“А”**  
НИКОЛАЕВ АНДРЕЙ

