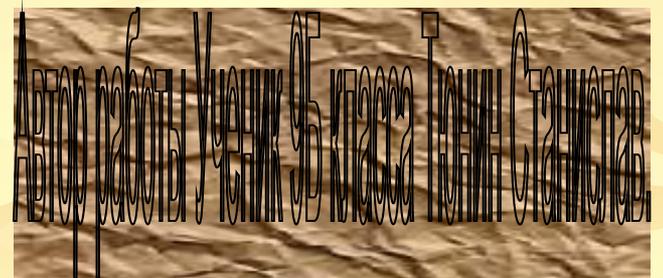


# Квадратные уравнения.





(Чосер, английский поэт, средние века.)



# Цель работы:

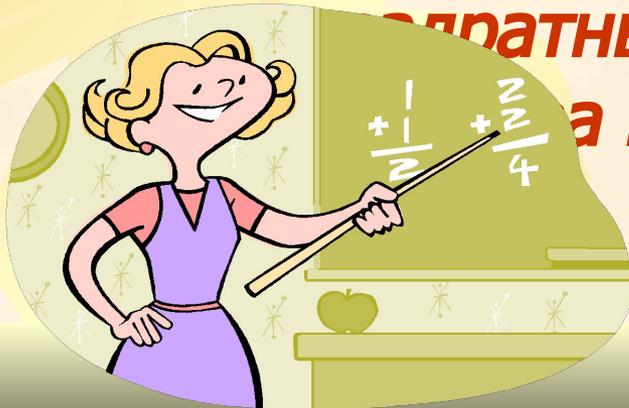
1. Изучить тему «Квадратные уравнения».
2. Исследовать зависимость между коэффициентами и корнями квадратного уравнения.

# План работ

## 1. Изучить теорию вопроса:

- Квадратные уравнения. Виды квадратных уравнений.
- Методы решения квадратных уравнений.
- Зависимость между корнями и коэффициентами квадратного уравнения.

## 2. Приёмы рационального решения квадратных уравнений, используя зависимость между корнями и коэффициентами.



Квадратным уравнением называется уравнение вида  $ax^2 + bx + c = 0$  где  $x$  – переменная,  $a$ ,  $b$  и  $c$  – некоторые числа, причём  $a \neq 0$ .

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Первый  
коэффициент

Второй  
коэффициент

Свободный  
член

# Классификация .

## Квадратные уравнения.

неполное

$$c = 0;$$
$$ax^2 + bx = 0$$

$$b = 0; c = 0;$$
$$ax^2 = 0$$

$$b = 0;$$
$$ax^2 + c = 0$$

полное

$$ax^2 + bx + c = 0$$

приведённое

$$x^2 + px + q = 0$$

# «ДИСКРИМИНАНТ» - РАЗЛИЧИТЕЛЬ.

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D > 0$$

Уравнение имеет  
два действительных  
корня.

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{D}}{2a};$$
$$x_2 = \frac{-b + \sqrt{D}}{2a}$$

$$D = 0$$

Уравнение имеет  
два равных  
действительных  
корня.

$$x_{1,2} = -b / 2a$$

$$D < 0$$

Уравнение не имеет  
корней.

# Приёмы устного решения квадратных уравнений.

$$a x^2 + b x + c = 0.$$

**Основа:**  $f(x) = a x^2 + b x + c;$   
 $f(1) = a + b + c; f(-1) = a - b + c.$

1. Если  $a + b + c = 0$ , то один корень уравнения  $x = 1$ , а второй  $x = c/a$ .

2. Если  $a - b + c = 0$ , то один корень уравнения  $x = -1$ , а второй  $x = -c/a$ .

3. Если  $a = c$ ,  $b = a^2 + 1$ , то один корень уравнения  $x = -a$ , а второй  $x = -1/a$ .

4. Если  $a = c$ ,  $b = -(a^2 + 1)$ , то один корень уравнения  $x = a$ , а второй  $x = 1/a$ .

## Теорема Виета.

- Если  $x_1$  и  $x_2$  корни приведённого квадратного уравнения  $x^2 + px + q = 0$ , то  $x_1 + x_2 = -p$ , а  $x_1 x_2 = q$ .

### Обратное утверждение:

- Если числа  $m$  и  $n$  таковы, что  $m + n = -p$ ,  $mn = q$ , то эти числа являются корнями уравнения  $x^2 + px + q = 0$ .

### Обобщённая теорема:

- Числа  $x_1$  и  $x_2$  являются корнями приведённого квадратного уравнения  $x^2 + px + q = 0$  тогда и только тогда, когда  $x_1 + x_2 = -p$ ,  $x_1 x_2 = q$ .

**Следствие:**  $x^2 + px + q = (x - x_1)(x - x_2)$

**Исследование знаков корней квадратного уравнения  $x^2 + px + q = 0$ , если  $D > 0$ .**

$q > 0$			$q < 0$			$q = 0$
$p > 0$	$p < 0$	$p = 0$	$p > 0$	$p < 0$	$p = 0$	
$x_1 < 0,$ $x_2 < 0.$	$x_1 > 0,$ $x_2 > 0.$	$x^2 + q = 0$ Корней нет	$x_1 < 0,$ $x_2 > 0,$ Причём $ x_1  >  x_2 $	$x_1 > 0,$ $x_2 < 0,$ Причём $ x_1  >  x_2 $	$x^2 + q = 0$ $x^2 = -q$ $x_1 = -\sqrt{-q}$ $x_2 = -x_1$	$x^2 + px = 0$ $x(x + p) = 0,$ $x_1 = 0$ или $x_2 = -p.$

***Ситуации, в которых может использоваться теорема Виета.***

- Проверка правильности найденных корней.
- Определение знаков корней квадратного уравнения.
- Устное нахождение целых корней приведённого квадратного уравнения.
- Составление квадратных уравнений с заданными корнями.
- Разложение квадратного трёхчлена на множители.

# Методы решения полных квадратных уравнений.

$$ax^2 + bx + c = 0$$

Общая формула  
корней:  
 $x_{1,2} = (-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac})/2a$

Теорема Виета:  
 $x_1 + x_2 = -b/a,$   
 $x_1 x_2 = c/a$

Общая формула с  
чётными  
коэффициентами:  
 $x_{1,2} = (-b/a \pm \sqrt{(b/2)^2 - ac})/a$

Если  $a + b + c = 0,$   
то  $x_1 = 1; x_2 = c/a.$

Если  $a \pm b + c \neq 0,$   
то решить уравнение  
 $x^2 + bx + c = 0$   
и разделить полученные  
корни на  $a.$

Если  $a - b + c = 0,$   
то  $x_1 = -1; x_2 = -c/a.$

# Методы решения уравнений, сводящихся к квадратным.

$af^2(x) + bf(x) + c = 0$ .  
Метод введения новой переменной:  
1) Замена:  $f(x) = t$ .  
2) Решаем уравнение:  
 $at^2 + bt + c = 0$ .  
3) Решаем уравнение:  
 $f(x) = t$ .

Биквадратное уравнение:  
 $ax^4 + bx^2 + c = 0$ .

Уравнение с переменной в знаменателе:  
 $p(x) / q(x) = 0$ .

$\left\{ \begin{array}{l} p(x) = 0, \\ q(x) \neq 0. \end{array} \right.$

Рациональное уравнение  $f(x) = q(x)$ , где  $f(x)$  и  $q(x)$  – дробные выражения.

1. Найти общий знаменатель дробей, входящих в уравнение;
2. Умножить обе части уравнения на общий знаменатель;
3. Решить получившееся целое уравнение;
4. Исключить из его корней те, которые обращают в нуль общий знаменатель.

**Штифель (1486 – 1567)** в 1544 году сформировал общее правило решения квадратных уравнений, приведённых к единому каноническому виду

$$x^2 + bx = c$$

при всевозможных комбинациях знаков и коэффициентов *b* и *c*.

**Франсуа Виет (1540 – 1603)** вывел формулы решения квадратного уравнения в общем виде, однако он признавал только положительные числа.

**Итальянские учёные Тарталья, Кардано, Бомбелли** среди первых в XVI веке учитывают, помимо положительных, и отрицательные корни.

В XVII веке благодаря трудам **Жиррара, Декарта, Ньютона** и других учёных, способ решения квадратных уравнений принимает современный вид.

# *Литература*

1. Алгебра. 8 класс. Под редакцией Теляковского С. А. М., Просвещение, 2002 г.
2. Сборник задач по алгебре. Галицкий М. Л., Гольдман А. М., Звавич Л. И. М., 1996 г.
3. Алгебра. Дополнительные главы к школьному учебнику 8 класса. Макарычев Ю. Н., Миндюк Н. Г. М., Просвещение, 2003 г.



The background features a textured, light brown surface with several stylized, overlapping yellow leaves of various shapes and sizes scattered across it. The leaves have a simple, flat appearance with visible veins.

Научился сам - научи другого.