ГОУ НПО «Профессиональный лицей №70»

ГЕОМЕТРИЯ ЛОБАЧЕВСКОГО

Выполнила: студентка 1 курса Ким В. Т.

Руководитель: учитель математики Боровкова Ю.В.

Новокузнецк, 2010

Проблема V постулата

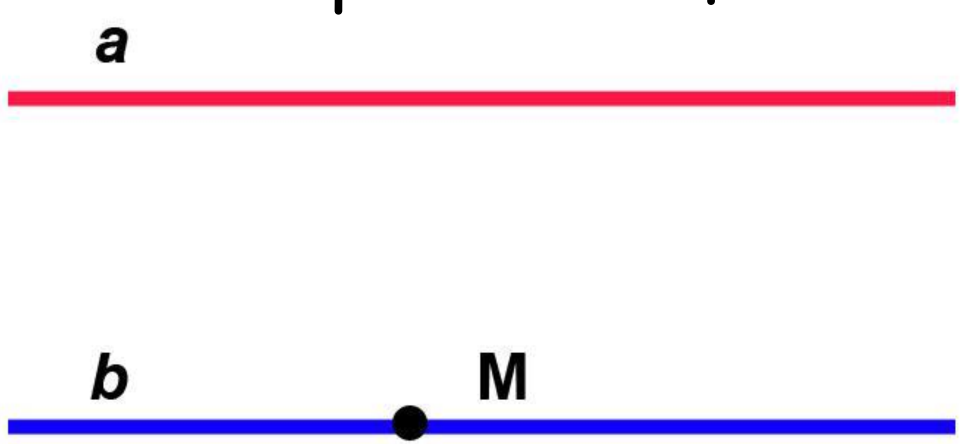
- Система аксиом современных школьных учебников геометрии базируется на системе аксиом Евклида. Евклидова геометрия на протяжении тысячелетий считалась единственной. Однако не все математики соглашались с системой аксиом и постулатов Евклида. Больше всего вопросов и споров вызывал V постулат.

V постулат Евклида

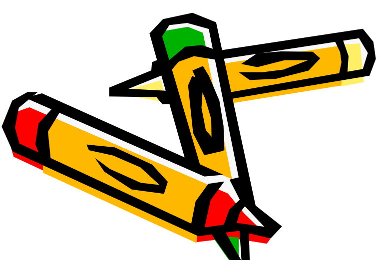
- Если две прямые, пересечённые третьей, образуют по одну сторону от третьей прямой внутренние углы, сумма которых менее двух прямых углов, то при продолжении этих двух прямых они непременно пересекутся, причём именно с той стороны от третьей прямой, где сумма односторонних углов менее 180º.

Аксиома параллельности

- В школьных учебниках V постулат Евклида заменяют равносильной ему аксиомой параллельности, более лёгкой для восприятия.
- Через точку, не лежащую на данной прямой проходит только одна прямая, лежащая с данной прямой в одной плоскости и не пересекающая её.



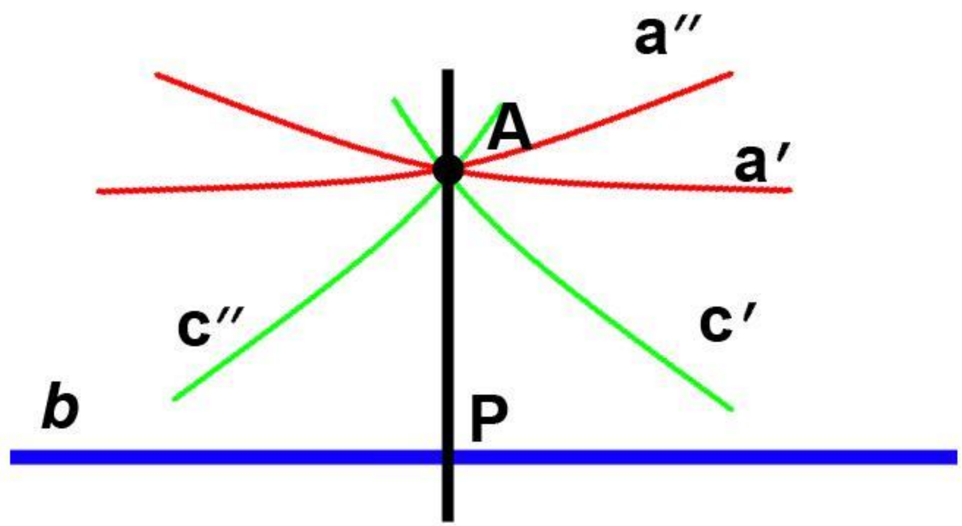
- К концу XVIII века стала очевидна независимость V постулата от прочих постулатов Евклида. Многочисленные попытки доказать его успеха не имели. Русский учёный Николай Иванович Лобачевский в попытке доказать V постулат, заменил постулат его же отрицанием, что привело его к созданию новой, никому ранее неизвестной, геометрии*.

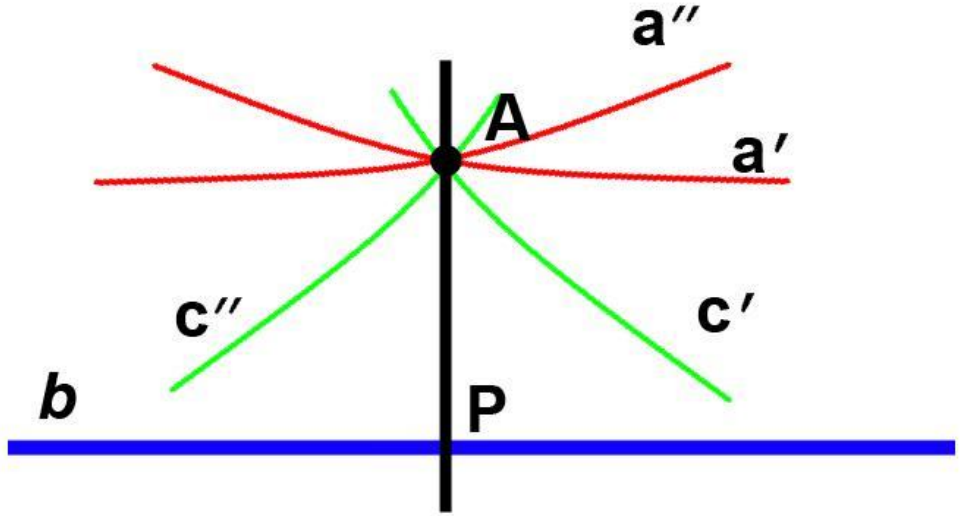


* Формально Карл Фридрих Гаусс пришёл к тем же идеям раньше Лобачевского, но не опубликовал их, боясь потерять авторитет перед мировым учёным сообществом.

Аксиома Лобачевского

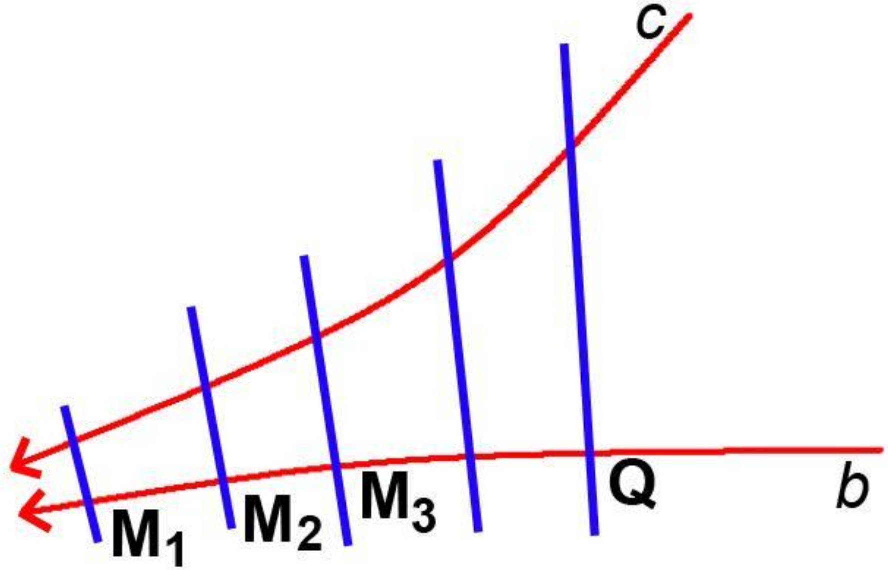
- Через точку, не лежащую на данной прямой, проходят по крайней мере две прямые, лежащие с данной прямой в одной плоскости и не пересекающие её.



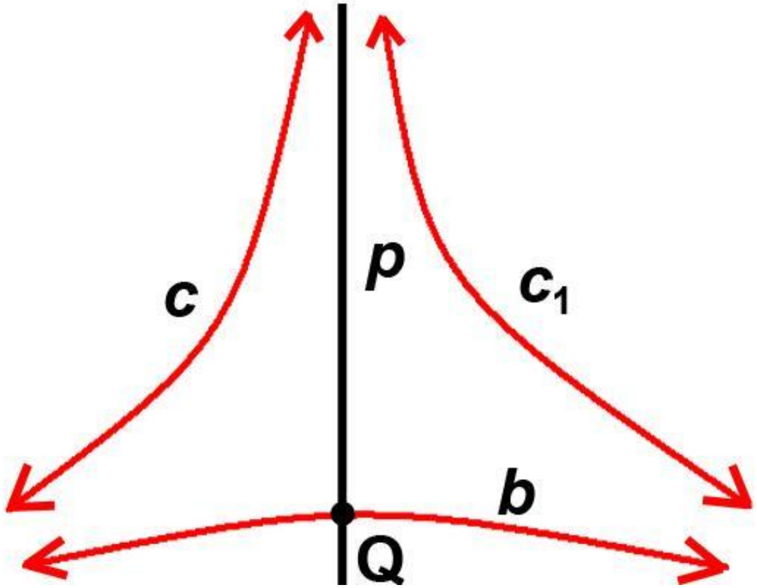


- Лобачевский называет прямые C' и C'' параллельными, причем $C' \parallel b$ - влево, а $C'' \parallel b$ - вправо.
- Остальные прямые, проходящие через точку A и не пересекающие прямую b, (такие, как a' и a'') называются расходящимися.

- Далее обозначим длину отрезка AP
- На наших чертежах линии изогнуты, но вы должны понять, что Лобачевский рассуждал именно о прямых линиях. Если отрезок AP мал, то острый угол близок к 90° .Если посмотреть в “микроскоп“,то мы увидим, что прямые C' и C'' практически сливаются, поскольку угол очень близок к 90°.
- Лобачевский доказывает, что две параллельные прямые неограниченно сближаются друг с другом в сторону параллельности, но в обратном направлении они неограниченно удаляются друг от друга.



- Затем Лобачевский рассматривает две параллельные прямые ***b*** и ***c***, берет на прямой ***b*** движущуюся точку ***M***, удаляющуюся в сторону, обратную параллельности. В каждом положении точки ***M*** он восставляет перпендикуляр к прямой ***b*** до ***c***. Длина перпендикуляра непрерывно возрастает при движении точки ***M*** и, когда она попадает в положение ***Q***, то становится бесконечной, точнее говоря, перпендикуляр ***P*** в точке ***Q***, параллелен прямой ***c***.



- Построив прямую c_1, симметричную c, относительно перпендикуляра P, получим три прямые: c, c_1, b, которые попарно параллельны друг другу, т.е. $c \parallel b$, $c_1 \parallel b$.
- Возникает своеобразный бесконечный треугольник. У него каждые две стороны параллельны друг другу, а вершин совсем нет (они как бы находятся в бесконечности).

Связь геометрий Лобачевского и Евклида

- В геометрии Лобачевского выполняется большинство теорем евклидовой геометрии (те, что не требуют использования аксиомы параллельности). В частности, верны все три признака равенства треугольников, но к ним добавляется четвёртый, которого нет в евклидовой геометрии:
- Если три угла одного треугольника соответственно равны трём углам второго треугольника, то эти треугольники равны*.

---

* В геометрии Лобачевского сумма углов треугольника строго меньше 180°.

Практическое применение геометрии Лобачевского

- Геометрия Лобачевского находит применение при изучении сверх-больших (космических) пространств. Недаром сам автор назвал ее «пангеометрией», т.е. всеобщей геометрией. Идеи Лобачевского широко используются современными физиками при построении общей геометрической картины «физического мира». Альберт Эйнштейн, например, применил их в своей теории относительности.

Судьба открытия

- Лобачевский выступил с докладом об открытии НЕЕВКЛИДОВОЙ ГЕОМЕТРИИ в 1824 году, но поддержки не нашёл. Он опубликовал о ней ряд статей и книг, причем с её помощью сумел вычислить несколько интегралов, ранее неизвестных, но понимания не встретил.
- Математики следующего поколения (Клейн, Кэли, Пуанкаре и др.) сумели построить модель геометрии Лобачевского из материала геометрии Евклида, тем самым установив непротиворечивость и законность новой геометрии. Лишь после этого неевклидовы геометрии получили дальнейшее распространение.

Литература:

1. Геометрия Лобачевского [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://ru.wikipedia.org/wiki/Геометрия_Лобачевского
2. Светила математики. Н.И.Лобачевский [Электронный ресурс]. - Режим доступа: http://mathsun.ru/lobachevskij.html
3. Энциклопедия для детей. [Том 11.] Математика. – 2-е изд., перераб. / ред. коллегия: М. Аксёнова, В. Володин, М. Самсонов. – М.: Мир энциклопедий Аванта+, Астрель, 2007. – 621 [3] с.: и