

# ***ПРОЕКТ***

ученицы 11 «Б» класса  
МОУ Алексеевской СОШ  
Рябовой Светланы  
Под руководством  
Плешаковой О.В.

ТЕМА ПРОЕКТА:

**ПРОИЗВОДНАЯ**

- Из истории;
- Понятие о производной;
- Правила вычисления производной:
  - Основные правила дифференцирования,
  - Производная степенной функции.
- Производная сложной функции:
  - Сложная функция,
  - Производная тригонометрических функций;
- Применение.

Формула производной встречается нам ещё в 15 веке. Великий итальянский математик Тарталья, рассматривая и развивая вопрос - на сколько зависит дальность полёта снаряда от наклона орудия - применяет её в своих трудах.

Посвящает целый трактат о роли производной в математике известный учёный Галилео Галилей. Затем производная и различные изложения с её применением стали встречаться в работах Декарта, французского математика Роберваля и англичанина Грегори. Большой вклад по изучению производной внесли такие умы, как Лопиталь, Бернулли, Лангранж и др

# Понятие о производной

Производной функции  $f$  в точке  $x_0$  называется число, к которому стремится разностное отношение  $\Delta f / \Delta x = f(x_0 + \Delta x) - f(x_0) / \Delta x$  при  $\Delta x$ , стремящемся к нулю.

Основные правила дифференцирования

**Правило №1.** Если функции

$u$  и  $v$  дифференцируемы в

точке  $x_0$ , то их сумма

дифференцируема в этой

точке  $(u+v)' = u' + v'$ .

Коротко говорят:

производная суммы равна

сумме производных.

Лемма. Если функция  $f$  дифференцируема в точке  $x_0$ , то она непрерывна в этой точке:  
 $\Delta f \rightarrow 0$  при  $\Delta x \rightarrow 0$ , т.е.  
 $f(x_0 + \Delta x) \rightarrow f(x_0)$  при  $\Delta x \rightarrow 0$ .

Правило №2. Если функции  $u$  и  $v$  дифференцируема в точке  $x_0$ , то произведение дифференцируемо в этой точке и  $(uv)' = u'v + uv'$ .

Следствие. Если функция  $u$  дифференцируема в точке  $x_0$ , а  $C$ -постоянная, то функция  $Cu$  дифференцируема в этой точке и  $(Cu)' = Cu'$ .

Коротко говорят: постоянный множитель можно выносить за знак производной.

Правило №3. Если функции  $u$  и  $v$  дифференцируемы в точке  $x_0$  и функция  $v$  не равна нулю в этой точке, то частное  $u/v$  также дифференцируемо в  $x_0$  и

$$(u/v)' = (u'v - uv')/v^2.$$

Производная  
степенной функции:

Для любого целого  $n$   
и любого  $x$  ( $x \neq 0$  при  
 $n \leq 1$ )

$$(x^n)' = nx^{n-1}.$$

Целые рациональные  
функции (многочлены) и  
дробно-рациональные  
функции  
дифференцируемы в  
каждой точке своей  
области определения.

# Производная сложной функции:

Если функция  $f$  имеет производную в точке  $x_0$ , а функция  $g$  имеет производную в точке  $y_0=f(x_0)$ , то сложная функция  $h(x)=g(f(x))$  также имеет производную в точке  $x_0$  причём  $h'(x_0)=g'(f(x_0)) \cdot f'(x_0)$ .

# Производные тригонометрически х функций:

Формула производной синуса:  
Функция синус имеет производную в  
любой точке и  $(\sin x)' = \cos x$ .

Формулы дифференцирования  
косинуса, тангенса и  
котангенса: функции  $y = \cos x$ ,  
 $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$  имеют  
производные в каждой точке  
своей области определения,  
и справедливы формулы:

$$(\cos x)' = -\sin x,$$

$$(\operatorname{tg} x)' = 1/\cos^2 x,$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -1/\sin^2 x.$$

$$(\sin x)' = \cos x$$

$$(\cos x)' = -\sin x,$$

$$(\operatorname{tg} x)' = 1/\cos^2 x,$$

$$(\operatorname{ctg} x)' = -1/\sin^2 x.$$

Производные широко применимы в настоящее время, например, в экономическом анализе. Они помогают точно вывести данные об изменении экономики государства. Используя их, можно совершенно точно просчитать, как можно увеличить доход государства и за счёт чего он может быть увеличен

Производная широко используется для исследования функций, т.е. для изучения различных свойств функций.

Например, с помощью производной можно находить промежутки возрастания и убывания функции, ее наибольшие и наименьшие значения.

***КОНЕЦ***

---