

Проект по математике

На тему:

Системы уравнений

Выполнила: ученица 11
класса Грибской СОШ
Тафинцева Настя

Руководитель:
Мякинникова О.Б.

Обозначение

~~Решением системы~~ называется множество уравнений, решаемых совместно.

уравнение записывается под другим и объединяют фигурной скобкой. Порядок уравнений не играет роли.

Например $(x; y)$, удовлетворяющих каждому уравнению.

$$\left\{ \begin{array}{l} x+y=39 \\ x-y=11 \end{array} \right. \quad \left\{ \begin{array}{l} 5x+3y=7 \\ 2x+3y=1 \end{array} \right.$$

Система двух уравнений,
из которых одно первой степени,
а другое второй.

Система уравнений вида:

$$x + y = a$$

→ Уравнение первой степени

$$xy = b.$$

→ Уравнение второй степени

Пусть дана система:



$$\begin{cases} x^2 - 4y^2 + x + 3y = 1 \\ 2x - y = 1 \end{cases}$$

Воспользуемся способом

ПОДСТАНОВКИ

выразим из второго уравнения y .

Тогда уравнение 2-й степени после подстановки дает уравнение с одним неизвестным x :

$$\begin{cases} x^2 - 4y(2x-1) + 3(2x-1) = 1 \\ 2x - 1 = y \end{cases}$$



Решаем уравнение

$$x^2 - 4(2x-1)^2 + x +$$

$$3(2x-1)^2 + x + 3(2x-1) = 1$$

$$x^2 - 4(4x^2 - 4x + 1) + x + 6x - 3 = 1$$

$$x^2 - 16x^2 + 16x - 4 + x + 6x - 3 - 1 = 0$$

$$-15x^2 + 23x - 8 = 0; 15x^2 - 23x + 8 = 0$$



$$15^2 x - 23 x + 8 = 0$$

$$\sqrt{D} = \sqrt{23 - 4 \times 15 \times 8} = \sqrt{49} = 7$$

$$x_1 = \frac{23 + 7}{30} = 1$$

$$x_2 = \frac{23 - 7}{30} = 1/15$$



После этого из
уравнения $y = 2x - 1$
находим:

$$y_1 = 2 \cdot 1 - 1 = 1$$

$$y_2 = 2 \cdot 8/15 - 1 = 1/15$$



Таким образом, данная
Ответ: $(1; 1); (8/15; 1/15)$
система имеет две пары
решений:

$$1) x_1 = 1, y_1 = 1;$$

$$2) x_2 = 8/15, y_2 = 1/15$$

Ответ: $(1; 1); (8/15; 1/15)$

Система двух уравнений,
из которых каждое
второй степени.

Пример:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = a \\ x y = b \end{cases}$$

Если $b \neq 0$, то и $x \neq 0$ и $y \neq 0$.

Поэтому мы можем, не нарушая равносильности уравнений, разделить обе части второго из них на x :

$$\left[\begin{array}{l} x^2 + y^2 = a \\ xy = b \end{array} \right] \iff \left[\begin{array}{l} x^2 + (b/x)^2 = a \\ y = b/x \end{array} \right]$$

Умножив обе части на λ

²

, получим

равносильное

уравнение:

$$x^4 + b^2 = ax^2, \text{ т. е.}$$

$$x^4 - ax^2 + b^2 = 0.$$

Подобным же

образом решается и

$$x^2 - y^2 = a$$

система:

$$xy = b.$$

$$x^2 - y^2 = a$$

$$xy = b.$$

Надо решить систему уравнений:

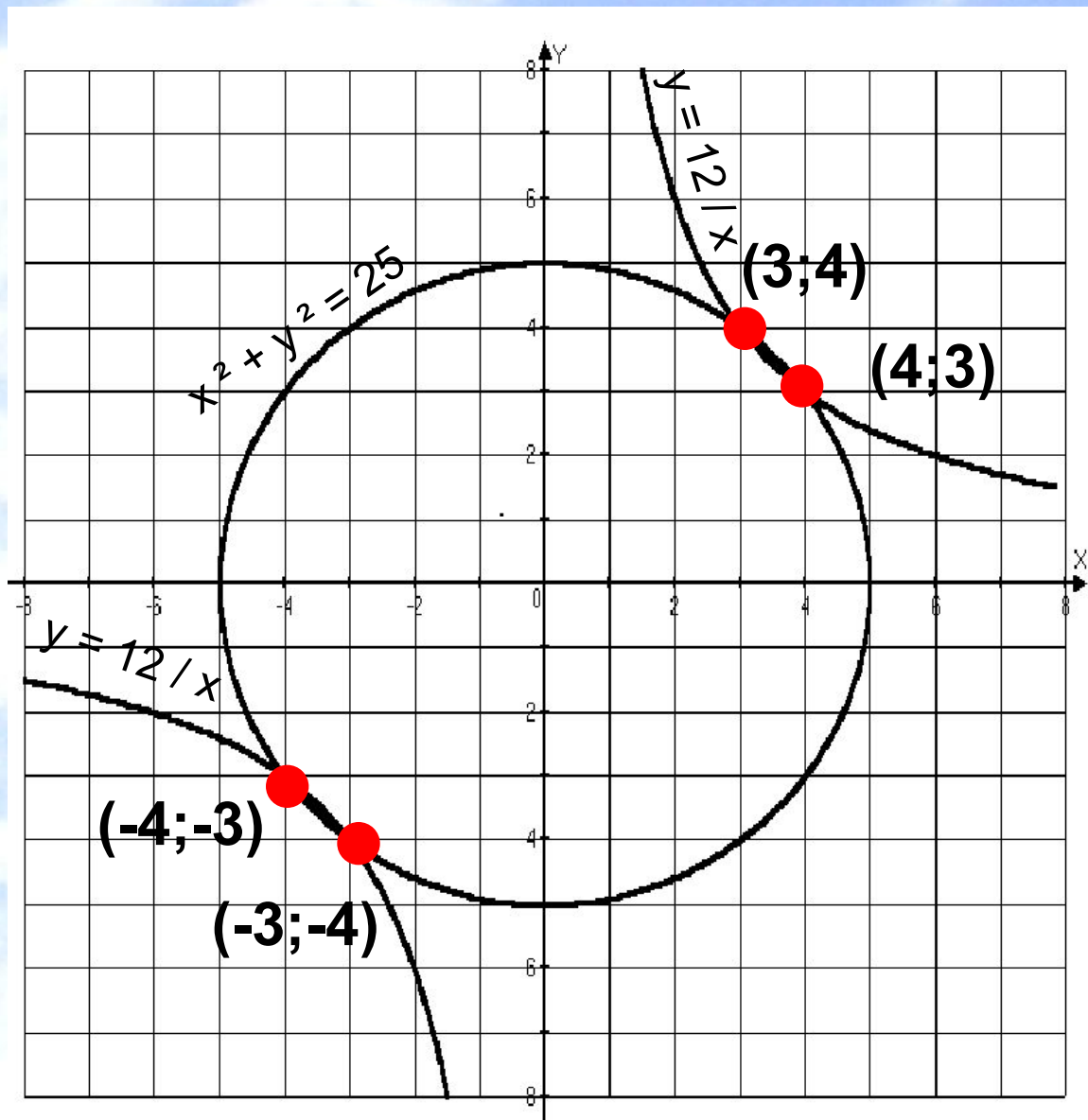
$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ x \cdot y = 12. \end{cases}$$

Иллюстрация (графический) Построим в одной координатной плоскости графики функций

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ x \cdot y = 12 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x^2 + y^2 = 25 \\ y = 12 / x \end{cases}$$



Из рисунка видно, что значения корней следующие:



$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 25, \\ x \cdot y = 12. \end{cases}$$

II способ
(аналитический)



Умножим второе уравнение на 2 и сначала сложим с первым, а затем вычтем из первого.
Получим:

$$\begin{cases} x^2 + 2 \cdot x \cdot y + y^2 = 25 + 24, \\ x^2 - 2 \cdot x \cdot y + y^2 = 25 - 24; \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} (x + y)^2 = 49, \\ (x - y)^2 = 1. \end{cases}$$

Задача сводится к системе
линейных уравнений с двумя
неизвестными:

$$\begin{cases} |x + y| = 7, \\ |x - y| = 1; \end{cases}$$

\Leftrightarrow

$$\left[\begin{cases} x + y = 7, \\ x - y = 1; \\ x + y = -7, \\ x - y = 1; \\ x + y = 7, \\ x - y = -1; \\ x + y = -7, \\ x - y = -1. \end{cases} \right.$$

Применяя к полученным системам метод сложения (т.е. сначала сложим эти уравнения, а далее вычтем из первых –

вторые), получим:

Ответу $(4; 3)$; $(-3; -4)$; $(3; 4)$; $(-4; -3)$

$$\begin{cases} x - y = 1; \\ x + y = -7, \\ x - y = 1; \\ x + y = 7, \\ x - y = -1; \\ x + y = -7, \\ x - y = -1. \end{cases} \iff \begin{cases} 2y = 6; \\ 2x = -6, \\ 2y = -8; \\ 2x = 6, \\ 2y = 8; \\ 2x = -8, \\ 2y = -6, \end{cases} \iff \begin{cases} x = 4, \\ y = 3; \\ x = -3, \\ y = -4; \\ x = 3, \\ y = 4; \\ x = -4, \\ y = -3, \end{cases}$$

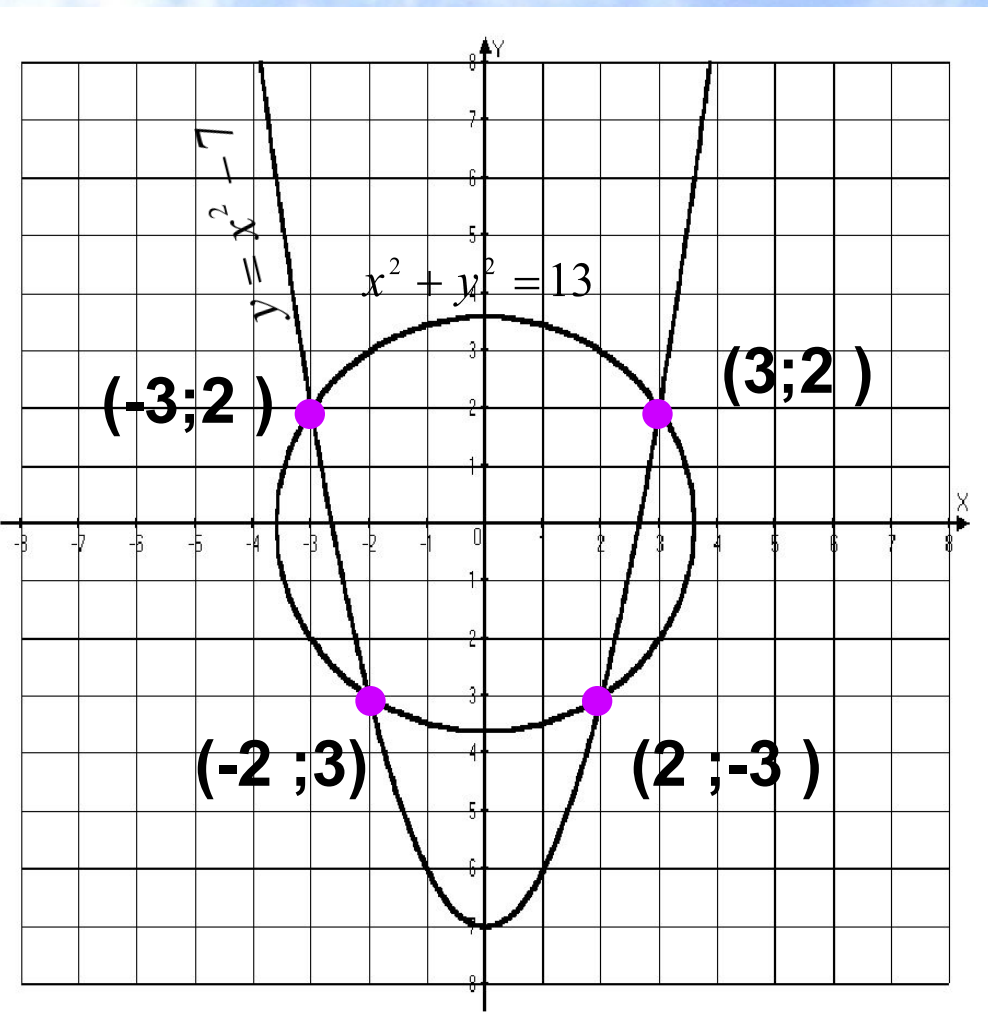
Решить систему уравнений:

$$\begin{cases} x^2 + y^2 = 13, \\ y = x^2 - 7. \end{cases}$$

Построим в одной координатной плоскости графики функций

Тестом (графический)

$$x^2 + y^2 = 13 \quad \text{и} \quad y = x^2 - 7$$



ОТВЕТ :

$(2;-3); (-2;-3); (3;2); (-3;2)$