Коллинеарные и компланарные векторы

Два вектора называются **коллинеарными**, если при откладывании их от одной точки они располагаются на одной прямой.

Теорема. Вектор $\vec{b}$ коллинеарен ненулевому вектору $\vec{a}$ тогда и только тогда, когда для некоторого числа t выполняется равенство $\vec{b} = t\,\vec{a}$.

Три вектора называются **компланарными**, если при откладывании их от одной точки они располагаются в одной плоскости.

Теорема. Если векторы $\vec{a}$ и $\vec{b}$ не коллинеарны, то любой вектор $\vec{c}$, компланарный с векторами $\vec{a}$ и $\vec{b}$, можно представить единственным образом в виде $\vec{c} = t\vec{a} + s\vec{b}$.

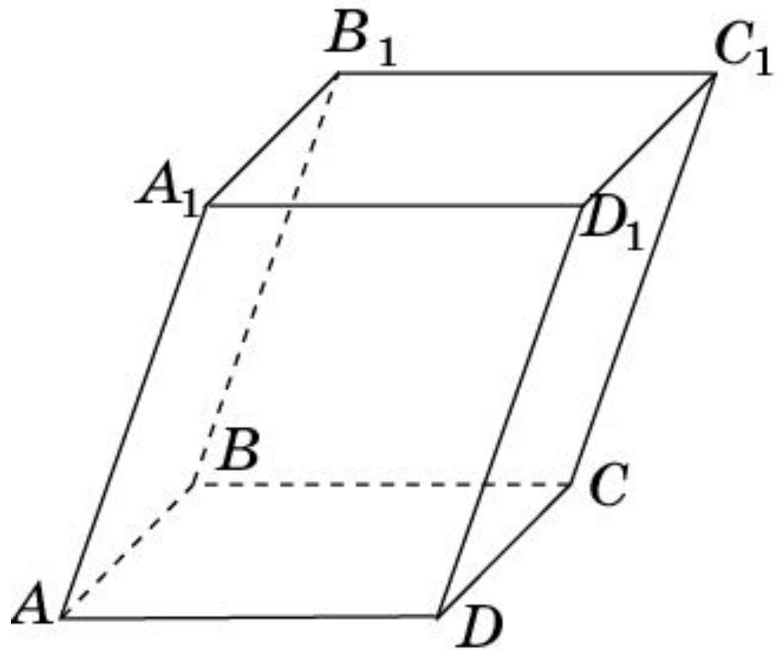
Упражнение 1

Существуют ли в тетраэдре $ABCD$ компланарные векторы, соединяющие его вершины?

Ответ: Да, например, $\overrightarrow{AB}, \overrightarrow{AC}, \overrightarrow{BC}$.

Упражнение 2

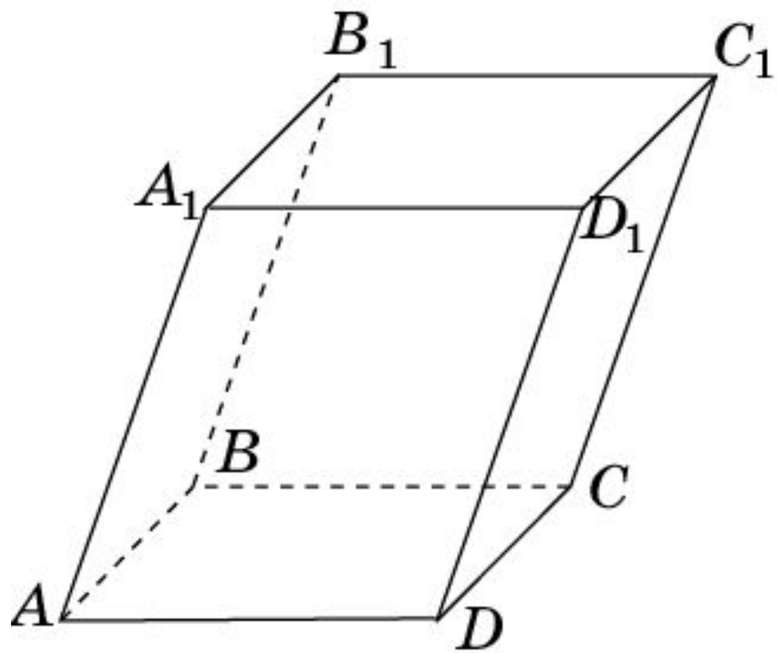
Назовите пары коллинеарных векторов, с началом и концом в вершинах параллелепипеда $A \ldots D_1$.



Ответ: а) $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{DC}$, $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{A_1B_1}$, $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{D_1C_1}$;
$\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{CD}$, $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{B_1A_1}$, $\overrightarrow{AB}$ и $\overrightarrow{C_1D_1}$.

Упражнение 3

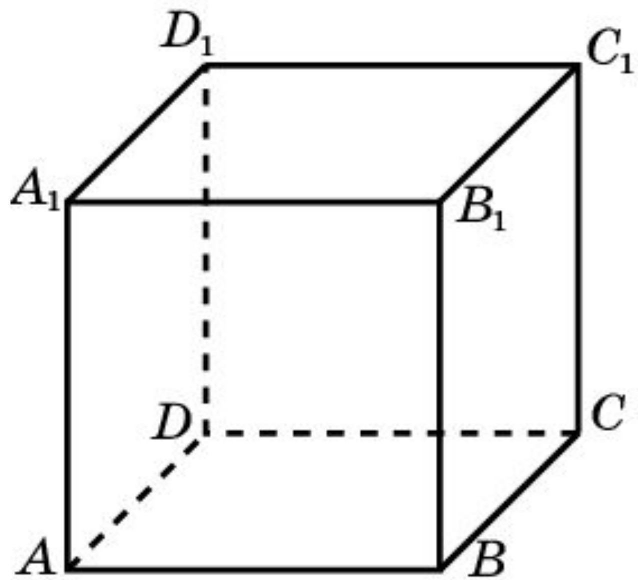
Назовите тройки компланарных векторов, с началом и концом в вершинах параллелепипеда $A \ldots D_1$.



Ответ: $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AC}$; $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AA_1}$, $\overrightarrow{AB_1}$; …

Упражнение 4

$A...D_1$ – куб. Являются ли компланарными векторы: а) $\overrightarrow{AD_1}$, $\overrightarrow{B_1C}$, $\overrightarrow{BB_1}$; б) $\overrightarrow{AD_1}$, $\overrightarrow{B_1C}$, $\overrightarrow{AC_1}$?

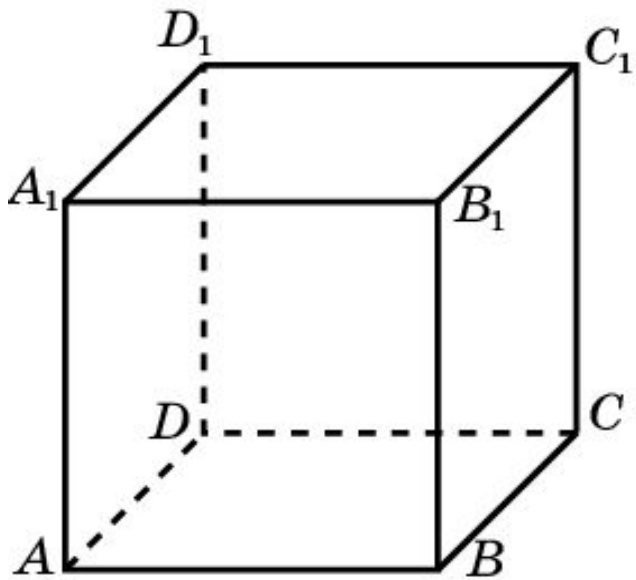


Ответ: а) Да; б) нет.

Упражнение 5

$A...D_1$ - куб. Выразите векторы $\overrightarrow{AC}$, $\overrightarrow{AB_1}$, $\overrightarrow{AD_1}$, $\overrightarrow{AC_1}$

через векторы $\overrightarrow{AB}$, $\overrightarrow{AD}$, $\overrightarrow{AA_1}$.

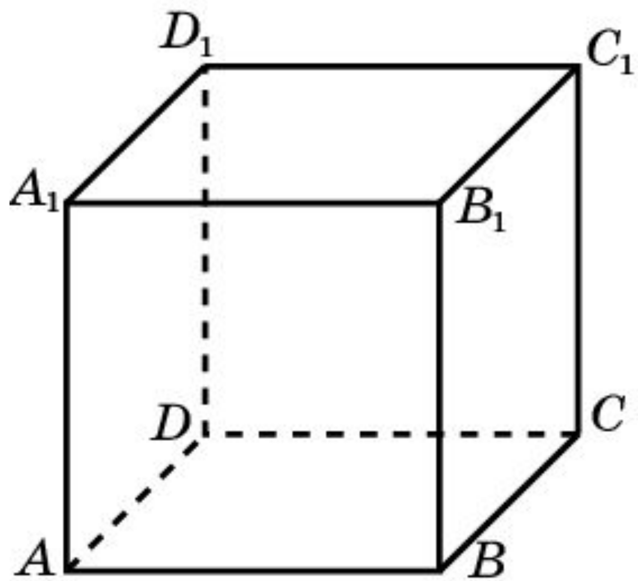


Ответ: $\overrightarrow{AC} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD}$; $\overrightarrow{AB_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AA_1}$; $\overrightarrow{AD_1} = \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$;
$\overrightarrow{AC_1} = \overrightarrow{AB} + \overrightarrow{AD} + \overrightarrow{AA_1}$.

Упражнение 6

$A \ldots D_1$ - куб. Укажите такую точку X, для которой верно равенство:

$$\overrightarrow{XA} + \overrightarrow{XB} + \overrightarrow{XC} + \overrightarrow{XD} + \overrightarrow{XA_1} + \overrightarrow{XB_1} + \overrightarrow{XC_1} + \overrightarrow{XD_1} = \vec{0}.$$



Ответ: Центр куба.