ГЕОМЕТР ИЯ

Десять решений одной задачи

Выхо

Истори я

Авторская страничка

Десять решений одной задач

- Ровно 35 лет назад автор этой статьи принял участие в своей первой школьной математической олимпиаде. Среди предложенных задач особенно запомнилась такая: докажите, что сумма углов пятиконечной звезды равна ста восьмидесяти градусам. Эта задача настолько ему понравилась, что он в течение долгого времени собирал к ней различные решения. Помогали ему в этом учителя и школьники. Результатом коллективного творчества стала эта статья.

Все решения задач можно разделить на 2 груп

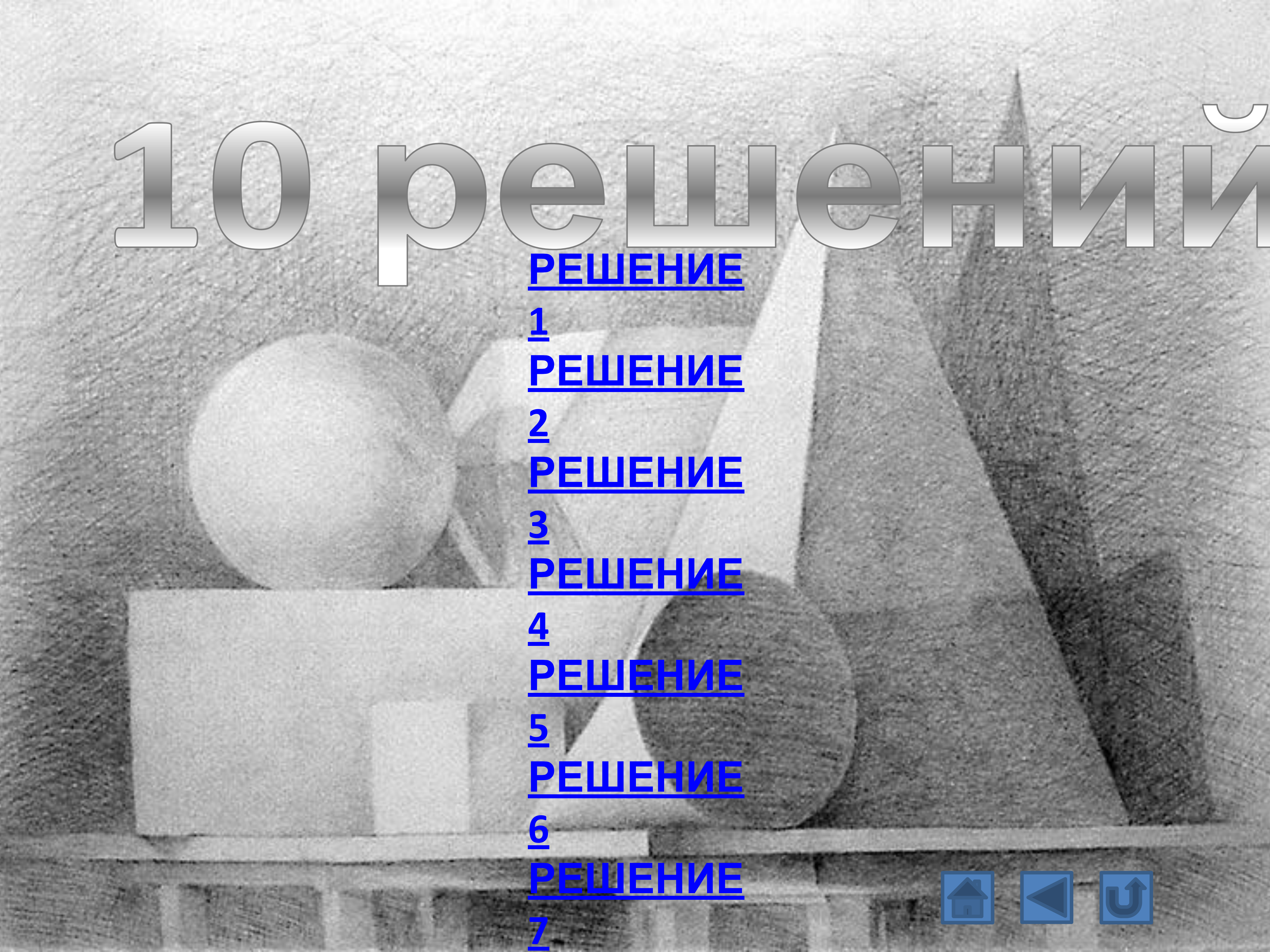
1. Решения, отравленные ядом цивилизации

(так остроумно выражался легендарный преподаватель РГПИ А. М. Кауфман по поводу решения некоторых задач).

2. Собирательные решения

Так как сумма углов звезды равна ста восьмидесяти градусам, надо мысленно собрать их в треугольник, или в развернутый угол или – совершенно фантастическое решение – спроектировать углы на окружности.

Начатьпросмот решений
р



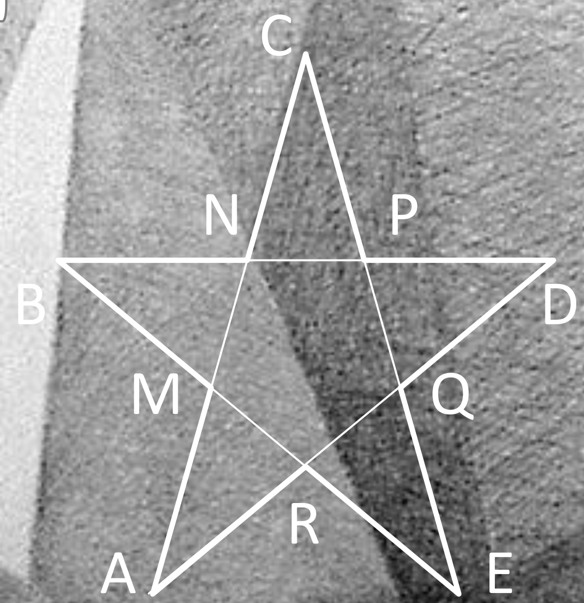
10 решений

РЕШЕНИЕ 1
РЕШЕНИЕ 2
РЕШЕНИЕ 3
РЕШЕНИЕ 4
РЕШЕНИЕ 5
РЕШЕНИЕ 6
РЕШЕНИЕ 7

Решение 1

Если из суммы углов пяти треугольников NPC, PQD, RQE, AMR, BMN вычесть сумму внешних углов пятиугольника MNPQR, взятых по два, то получится сумма углов пятиконечной звезды, которая численно равна

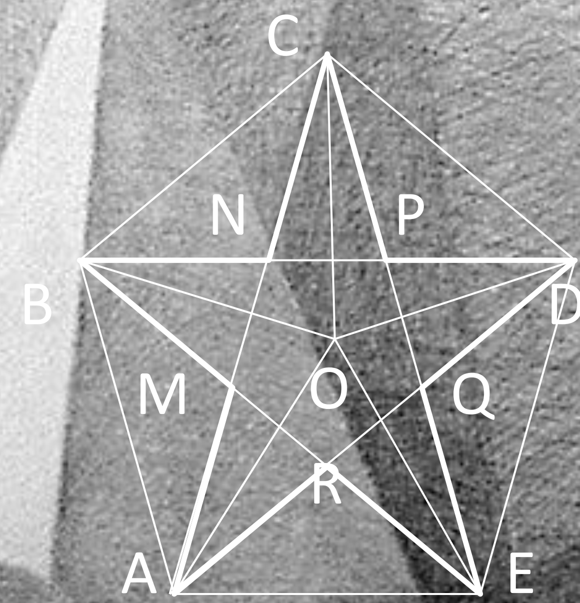
$180° \cdot 5 - 360° \cdot 2 = 180°$



Решение 2

Рассмотрим пятиугольник ABCDE. Сумма углов звезды равна сумме углов пятиугольника ABCDE минус сумма углов треугольников BNC, CPD, EQD,ARE,AMB плюс сумма внутренних углов пятиугольника MNPQR. То есть

$180° \cdot 3 - 180° \cdot 5 + 180° \cdot 3 = 180°$

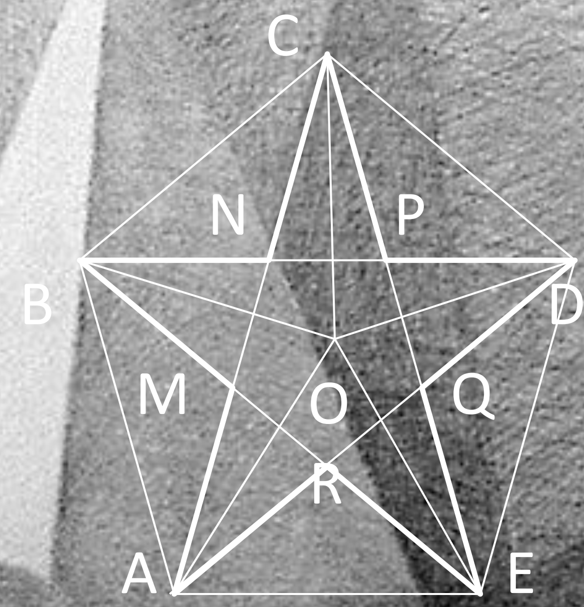


Редко встречается такое естественное решение. Если есть
звезда, то должны быть и лучи.

Решение 3

Соединим точку О, взятую внутри звезды, с ее вершинами. Сумма углов звезды будет равна сумме углов треугольников OBD, OCE, OAD, OBE, OAC минус два полных угла при вершине О.

180° 5 - 360° 2 = 180°



Решение 4

Соберем углы звезды в треугольник NCP. Угол C уже находится в треугольнике, а

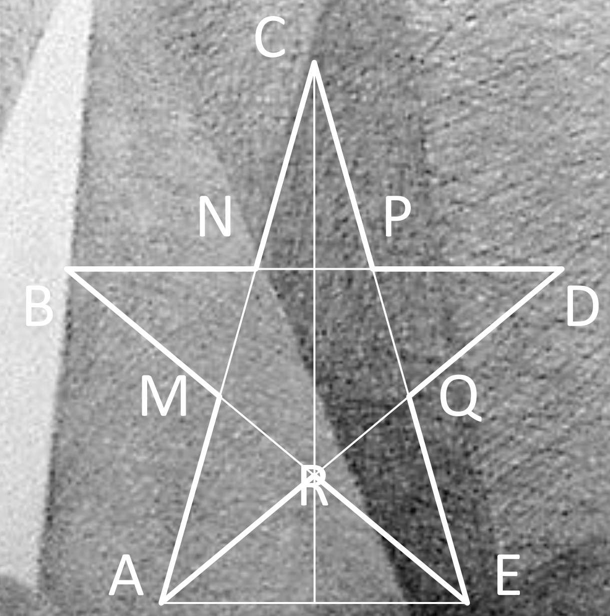
A + D = CNP,

B + E = CPN

Здесь и в дальнейшим используется

теорема о внешнем угле

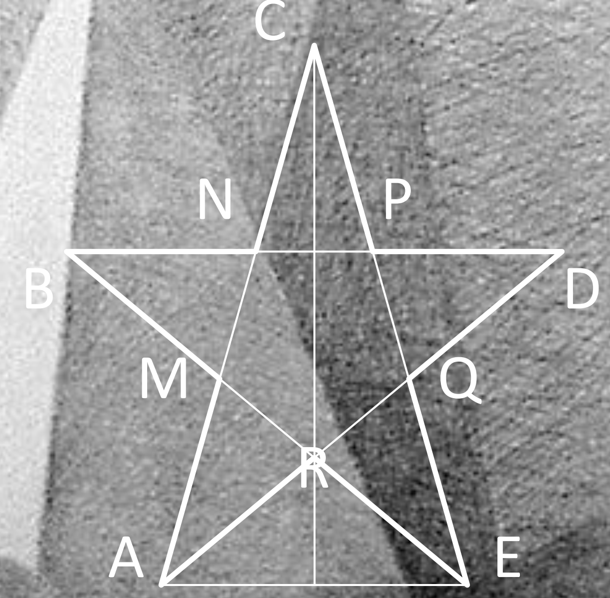
треугольника.



Решение 5

Рассмотрим треугольник ACE, углы A, C и E уже находятся внутри треугольника, а

B + D = CAE + CEA

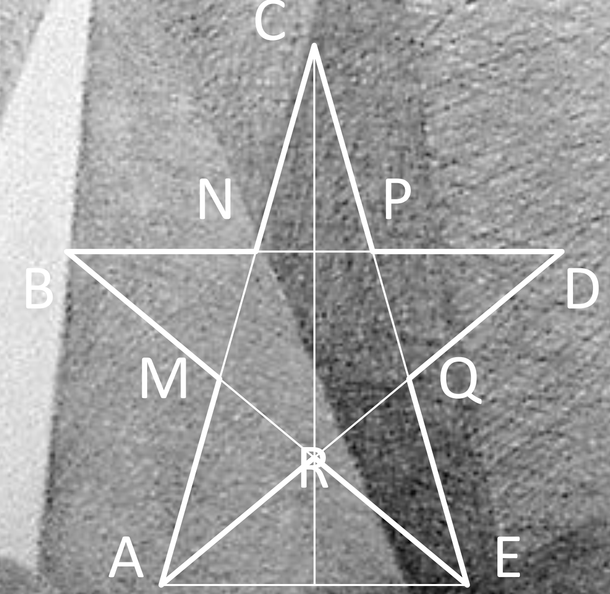


Решение 6

Собираем углы звезды в треугольник ARE.

B + D = RAE + REA,

ARE = A + C + E



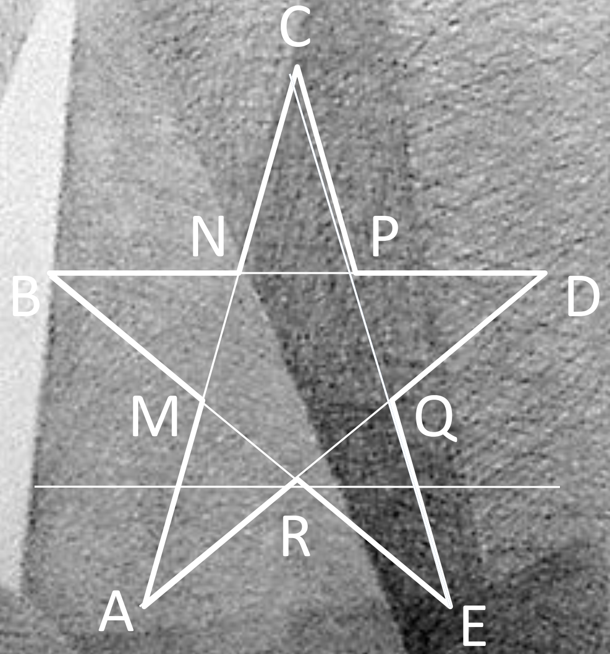
Решение 7

Собираем все углы в полный угол при вершине D. Угол D уже находится там. Покажем что PDQ = A + B + C + E. Это равенство углов следует из следующих трех равенств:

PDQ = A + ANP,

ANP = B + BMN,

BMN = C + E



Решение 8

Через точку R проведем прямую LT параллельную BD. Тогда

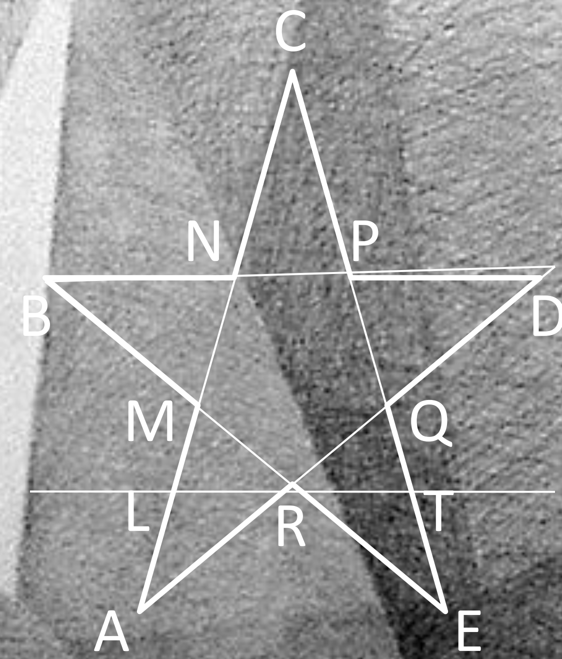
D = LRA,

B = ERT,

ARE = A + C + E

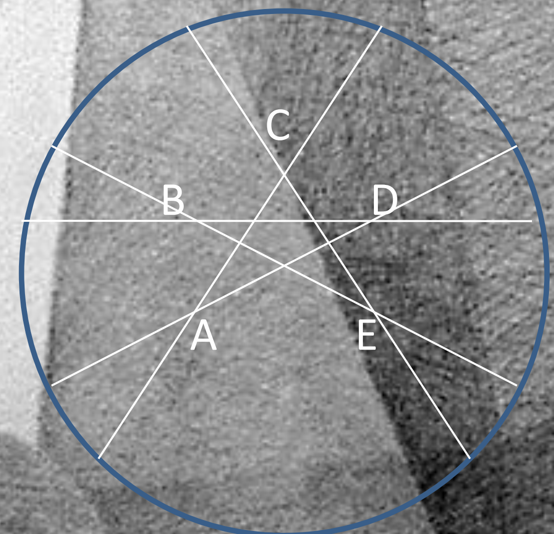
Сложив все три равенства, получим

A + B + C + D + E = 180°



Решение 9

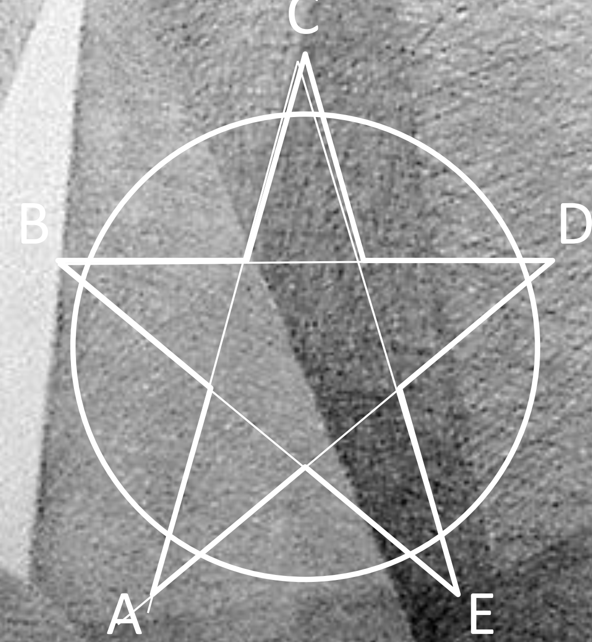
Это фантастическое решение принадлежит И.Ф. Шарыгину. Опишем вокруг звезды окружность и спроектируем углы на эту окружность. Воспользуемся теоремой: угол с вершиной внутри круга измеряется полусуммой двух дуг, одна из которых расположена внутри этого угла, а другая – внутри угла, вертикального к данному. Получим



A + B + C + D + E = 360° : 2 = 180°

Решение 10

Проведем окружность так, чтобы она пересекала стороны всех углов звезды. Воспользуемся теоремой: угол, вершина которого расположена вне круга, а каждая из сторон пересекает окружность в двух точках, измеряется полуразностью дуг заключенных внутри угла. При подсчете суммы углов каждая из дуг будет учитываться или со знаком «+» или со знаком «–». То есть сумма углов звезды равна 180°



Презентацию готовили ученики 10 класса Нахабинской СОШ №2:

(слева направо)

Мишуков Пётр

Мишуков Павел

Мадрахимов Эльдар

Благодарим за помощь и поддержку:

учителя информатики Александрову Нину Владимировну

учителя математики Горемыкину Майю Валентиновну