

Целое уравнение и его корни.



Уравнения, левая и правая часть которых, целые выражения, называют **целыми уравнениями**.

Рассмотрим уравнение $2(x^2+1)(x-1)=6x-(x+7)$;

Раскроем скобки, перенесём все члены в левую часть, приведём подобные члены.

$$2(x^3-x^2+x-1)=6x-x-7$$

$$2x^3-2x^2+2x-2=6x-x-7$$

$$2x^3-2x^2+2x-2-6x+x+7=0$$

$$2x^3-2x^2-3x+5=0$$

Целое уравнение и его корни.



$$2x^3 - 2x^2 - 3x + 5 = 0$$

Мы привели уравнение к виду $P(x) = 0$, где $P(x)$ – многочлен стандартного вида, степень этого многочлена называют **степенью уравнения.**

В нашем случае это уравнение $3^{\text{й}}$ степени.

Степень целого уравнения. Памятка

Чтобы определить степень целого уравнения, нужно:

- ❖ раскрыть скобки, если они есть;
- ❖ перенести все члены в левую часть уравнения;
- ❖ привести подобные слагаемые в левой части уравнения; записать многочлен в стандартном виде.
- ❖ степень этого многочлена и будет степенью уравнения.

Степень целого уравнения.



Определите
степень
уравнения:

а) $2x^2 - 6x^5 + 1 = 0$;

б) $x^9 - 9x = 8$;

в) $(x+8)(x-3) = 0$;

Ответы:

а) $-6x^5 + 2x^2 + 1 = 0$;
(5 степень)

б) $x^9 - 9x - 8 = 0$; (9 степень)

в) $x^2 - 3x + 8x - 24 = 0$;

$x^2 + 5x - 24 = 0$ (2 степень,
квадратное уравнение)

Степень целого уравнения.



Определите степень
уравнения:

$$\text{г) } 5x^3 - 5x(x^2 + 4) = 17$$

$$\text{д) } \frac{x^4 - 1}{4} - \frac{x^2 + 1}{2} = 3x^2$$

Ответы:

$$\text{г) } 5x^3 - 5x^3 - 20x - 17 = 0;$$
$$-20x - 17 = 0; \text{ (1 степень,}$$
$$\text{линейное уравнение)}$$

$$\text{д) } x^4 - 1 - 2(x^2 + 1) = 12x^2;$$

$$x^4 - 1 - 2x^2 - 2 - 12x^2 = 0;$$

$$x^4 - 14x^2 - 3 = 0; \text{ (4 степень,}$$
$$\text{биквадратное уравнение)}$$

Количество корней целого уравнения.

Линейное уравнение $ax+b=0$ ($a \neq 0$) имеет единственный корень $x = -\frac{b}{a}$

Квадратное уравнение имеет 2 корня (если $D > 0$), 1 корень (если $D = 0$), не имеет корней, (если $D < 0$).

Можно доказать, что уравнение 3^й степени имеет не более 3^x корней, уравнение 4^й степени имеет не более 4^x корней.

Вообще, уравнение $n^{\text{й}}$ степени имеет не более n^x корней.



Приёмы решения целых уравнений:

Приёмы решения целых уравнений:

- ✓ в уравнении вида $P(x)=0$, разложить многочлен $P(x)$ на множители;
- ✓ графический способ;
- ✓ введение новой переменной;

Приёмы решения целых уравнений:

Пример №1.

$$x^3 - 8x^2 - x + 8 = 0,$$

$$(x^3 - 8x^2) - (x - 8) = 0,$$

$$x^2(x - 8) - (x - 8) = 0,$$

$$(x - 8)(x^2 - 1) = 0,$$

$$(x - 8)(x - 1)(x + 1) = 0,$$

$$x - 8 = 0 \text{ или } x - 1 = 0 \text{ или } x + 1 = 0$$

$$x_1 = 8, x_2 = 1, x_3 = -1.$$

Ответ: 8; ±1.