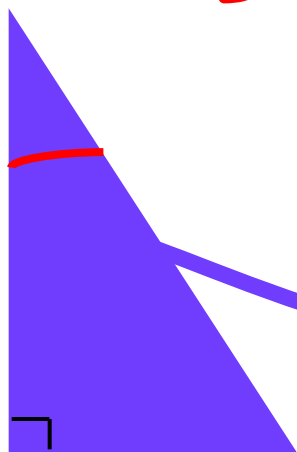
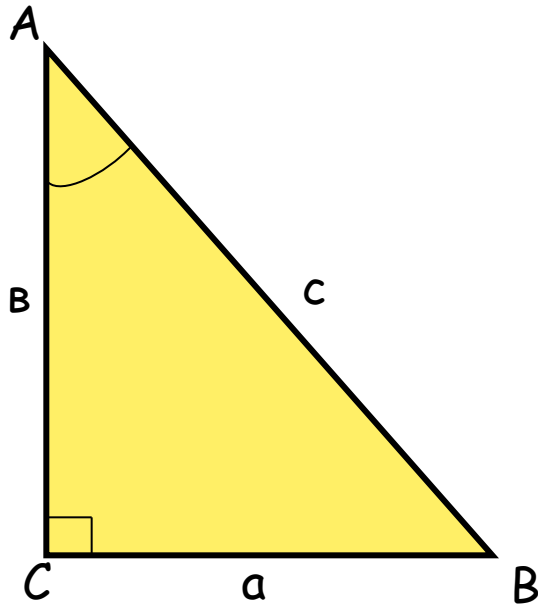


Соотношения  
между сторонами и углами  
в прямоугольном треугольнике



# Определения:



1. **Синусом** острого угла прямоугольного треугольника называется отношение противолежащего катета к гипотенузе.

$$\sin A = \frac{BC}{AB} \quad \sin A = \frac{a}{c}$$

2. **Косинусом** острого угла прямоугольного треугольника называется отношение прилежащего катета к гипотенузе.

$$\cos A = \frac{AC}{AB} \quad \cos A = \frac{b}{c}$$

3. **Тангенсом** острого угла прямоугольного треугольника называется

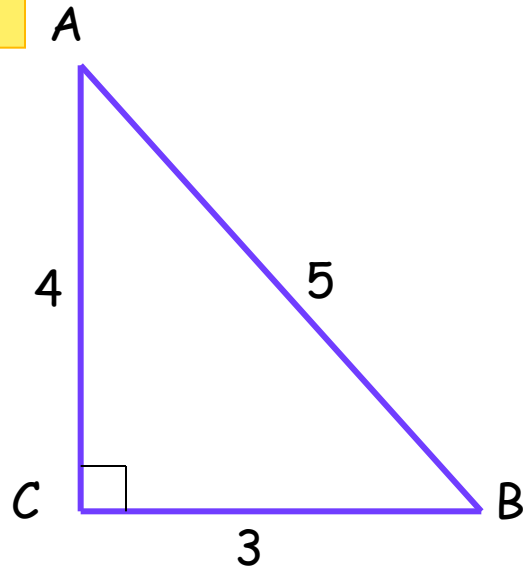
отношение противолежащего катета к прилежащему катету.

$$\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC}$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{a}{b}$$



1.



Найти:

$\sin A$ ;  $\cos A$ ;  $\operatorname{tg} A$ ;

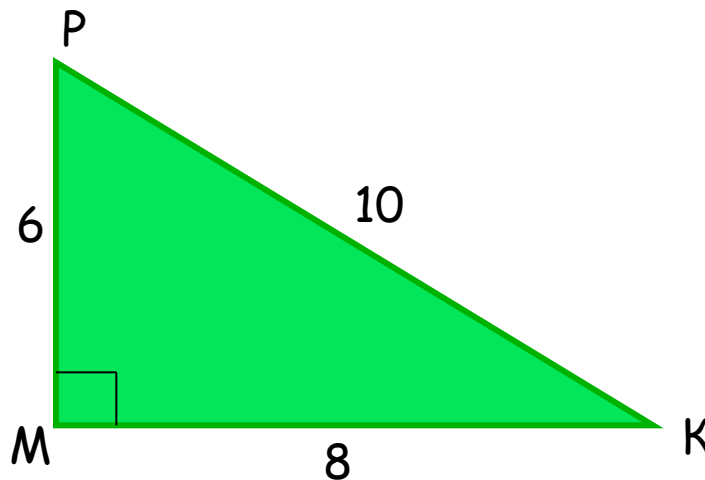
$\sin B$ ;  $\cos B$ ;  $\operatorname{tg} B$ ;

Ответ:

$$\sin A = \frac{3}{5}; \quad \cos A = \frac{4}{5}; \quad \operatorname{tg} A = \frac{3}{4}$$

$$\sin B = \frac{4}{5}; \quad \cos B = \frac{3}{5}; \quad \operatorname{tg} B = \frac{4}{3}$$

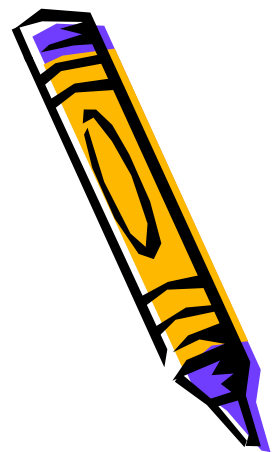
2.



Найти:

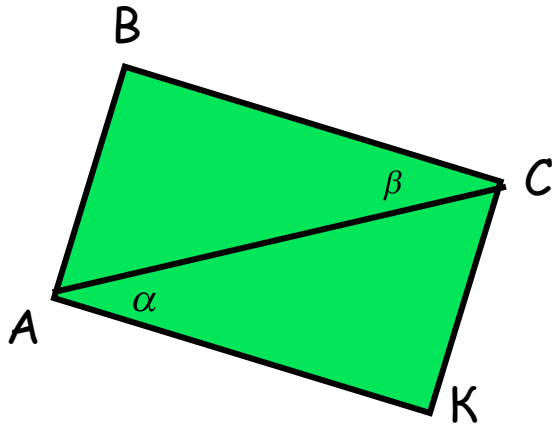
$\sin P$ ;  $\cos P$ ;  $\operatorname{tg} P$ ;

$\sin K$ ;  $\cos K$ ;  $\operatorname{tg} K$ ;



# Тест

1.



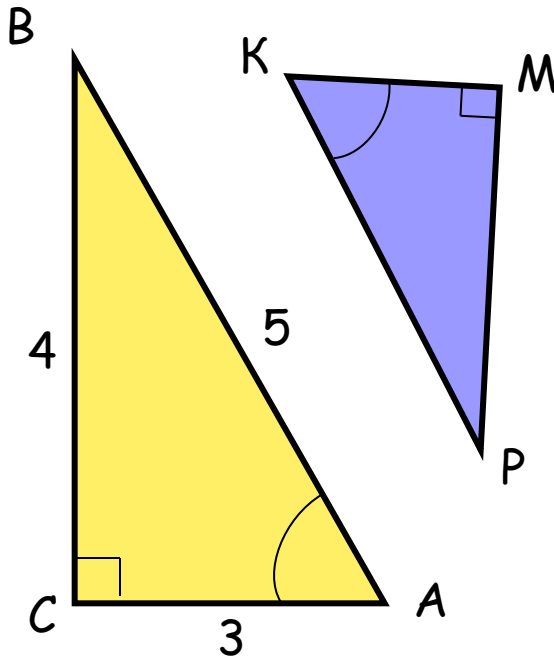
Дано: ABCK - прямоугольник

$\cos \alpha = 0.5$ , тогда  $\cos \beta = \dots\dots$

Ответ: а)  $\frac{1}{2}$  б) 2 в) 0,25

а)  $\frac{1}{2}$

2.



Найти:  $\sin P$

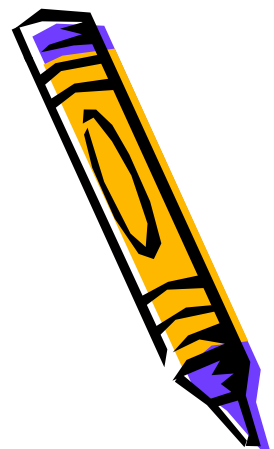
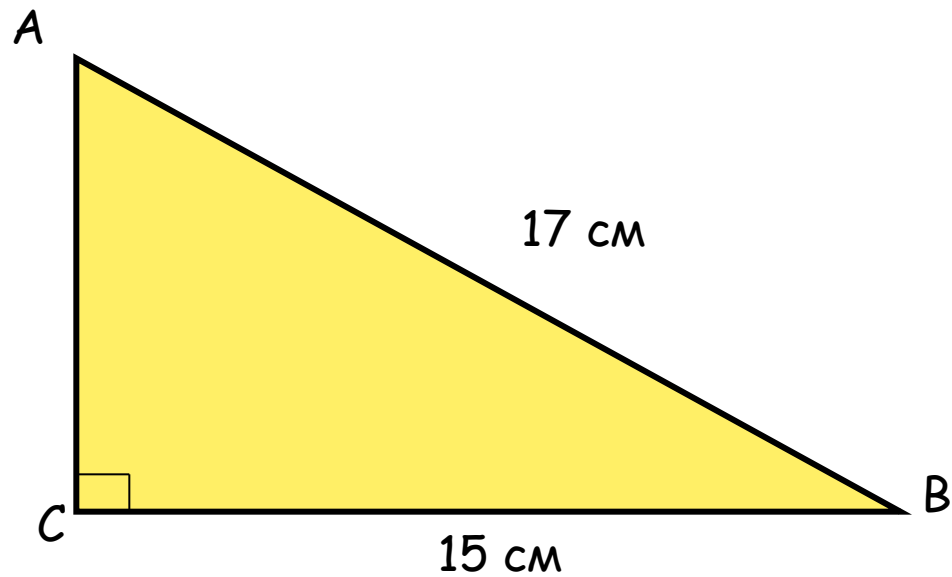
Ответ: а) 0,8 б) 0,6 в) 0,75

б) 0,6



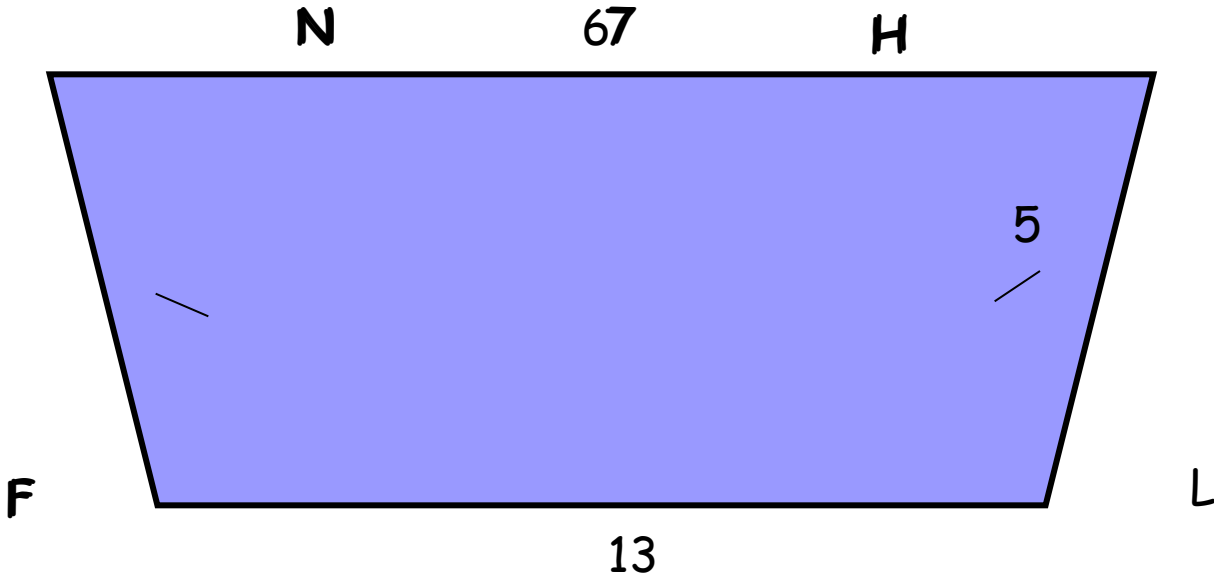
3.

Найти синус, косинус и тангенс острых углов по данным на чертеже:

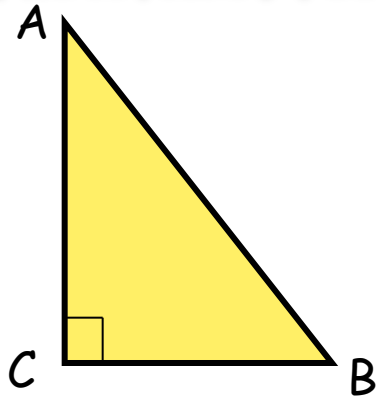


4.

Найти синус, косинус и тангенс острого угла трапеции



# Зависимость между $\sin$ , $\cos$ одного и того же угла



Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$

Доказать:  $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$

Доказательство:

По определению  $\sin A = \frac{BC}{AB}$ , значит,  $\sin^2 A = \frac{BC^2}{AB^2}$

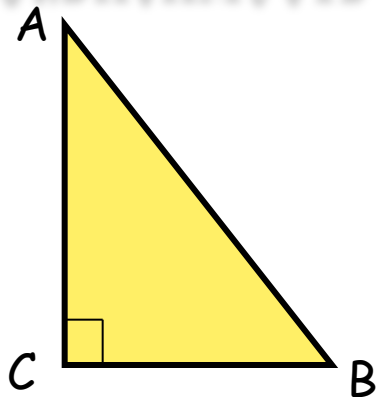
По определению  $\cos A = \frac{AC}{AB}$ , значит,  $\cos^2 A = \frac{AC^2}{AB^2}$

$$\sin^2 A + \cos^2 A = \frac{BC^2}{AB^2} + \frac{AC^2}{AB^2} = \frac{BC^2 + AC^2}{AB^2} = \frac{AB^2}{AB^2} = 1$$

Следовательно,  $\sin^2 A + \cos^2 A = 1$



# Зависимость между $\sin$ , $\cos$ и $\operatorname{tg}$ одного и того же угла



Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$

Доказать:  $\operatorname{tg} A = \frac{\sin A}{\cos A}$

Доказательство:

По определению:  $\sin A = \frac{BC}{AB}$ ,  $\cos A = \frac{AC}{AB}$ ,  $\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC}$

$$\frac{\sin A}{\cos A} = \frac{BC}{AB} : \frac{AC}{AB} = \frac{BC}{AC} = \operatorname{tg} A$$

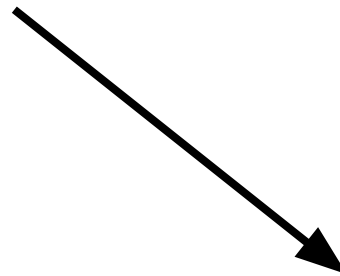
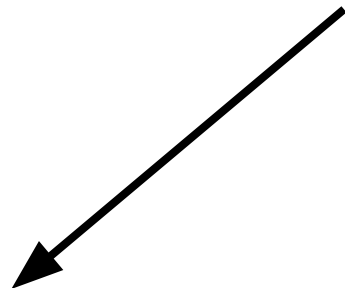




# Зависимость между $\sin$ , $\cos$ и $\operatorname{tg}$ одного и того же угла



$$\sin^2 a + \cos^2 a = 1$$



$$\begin{aligned}\sin^2 a &= 1 - \cos^2 a \\ \sin a &= \sqrt{1 - \cos^2 a}\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\cos^2 a &= 1 - \sin^2 a \\ \cos a &= \sqrt{1 - \sin^2 a}\end{aligned}$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{\sin A}{\cos A}$$



# Значения тригонометрических функций для угла $30^\circ$ .



Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle A = 30^\circ$   
 $AB = c$ .

Решение:

$$\angle A = 30^\circ, AB = c, BC = \frac{1}{2} AB, BC = \frac{1}{2} c$$

По теореме Пифагора

$$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{c^2 - \frac{c^2}{4}} = \sqrt{\frac{3c^2}{4}} = \frac{c\sqrt{3}}{2}$$

$$\sin A = \frac{BC}{AB}$$

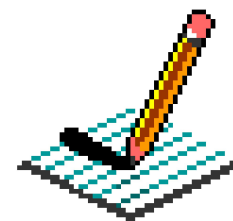
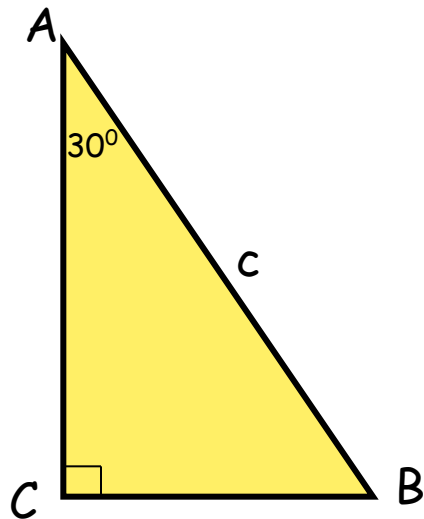
$$\sin 30^\circ = \frac{\frac{c}{2}}{c} = \frac{1}{2}$$

$$\cos A = \frac{AC}{AB}$$

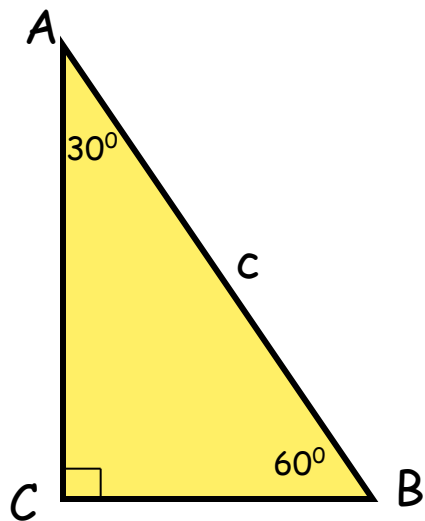
$$\cos 30^\circ = \frac{\frac{c\sqrt{3}}{2}}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\operatorname{tg} A = \frac{BC}{AC}$$

$$\operatorname{tg} 30^\circ = \frac{\frac{c}{2}}{\frac{c\sqrt{3}}{2}} = \frac{1}{\sqrt{3}} = \frac{\sqrt{3}}{3}$$



# Значения тригонометрических функций для угла $60^\circ$ .



Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle B = 60^\circ$   
 $AB = c$ .

Решение:

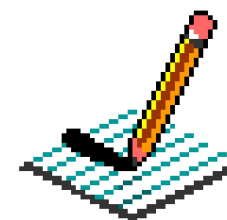
Т. к.  $\angle B = 60^\circ$ , то  $\angle A = 30^\circ$ .

$$AB = c, \quad BC = \frac{c}{2}, \quad AC = \frac{c\sqrt{3}}{2}$$

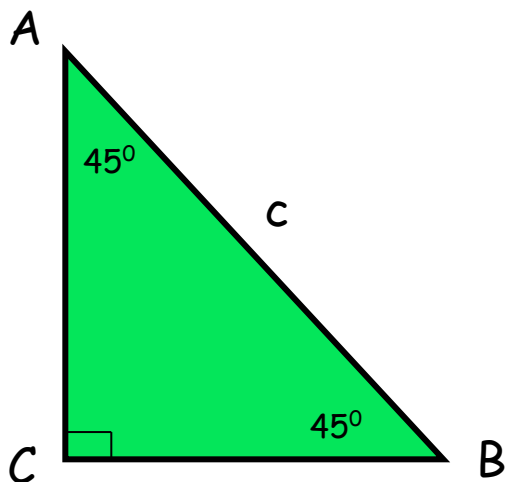
$$\sin B = \frac{AC}{AB} \quad \sin 60^\circ = \frac{\frac{c\sqrt{3}}{2}}{c} = \frac{\sqrt{3}}{2}$$

$$\cos B = \frac{BC}{AB} \quad \cos 60^\circ = \frac{\frac{c}{2}}{c} = \frac{1}{2}$$

$$\operatorname{tg} B = \frac{AC}{BC} \quad \operatorname{tg} 60^\circ = \frac{\frac{c\sqrt{3}}{2}}{\frac{c}{2}} = \frac{\sqrt{3}}{1} = \sqrt{3}$$



# Значения тригонометрических функций для угла $45^\circ$ .



Дано:  $\triangle ABC$ ,  $\angle C = 90^\circ$ ,  $\angle A = 45^\circ$   
 $AB = c$ .

Решение:

Т. к.  $\angle A = 45^\circ$ , то  $\angle B = 45^\circ$ .

Значит,  $\triangle ABC$  - равнобедренный, следовательно,  $AC = BC = x$

По теореме Пифагора:  $x^2 + x^2 = c^2$ ,  $2x^2 = c^2$ ,

$$x^2 = \frac{c^2}{2}, x = \frac{c\sqrt{2}}{2}, AC = BC = \frac{c\sqrt{2}}{2}$$

$$\sin A = \frac{BC}{AB} \quad \sin 45^\circ = \frac{\frac{c\sqrt{2}}{2}}{c} = \frac{\sqrt{2}}{2}, \quad \cos 45^\circ = \frac{\sqrt{2}}{2}$$

$$\operatorname{tg} 45^\circ = 1$$

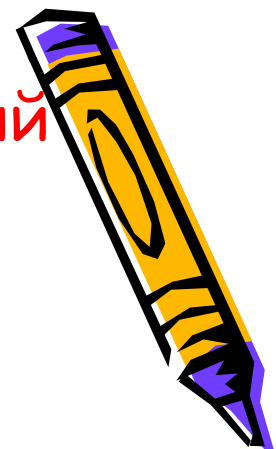


# Таблица значений тригонометрических функций для углов $30^\circ$ , $45^\circ$ , $60^\circ$ .

$\alpha$	$30^\circ$	$45^\circ$	$60^\circ$
$\sin \alpha$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$
$\cos \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$
$\operatorname{tg} \alpha$	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$

$$\sin (90^\circ - \alpha) = \cos \alpha$$

$$\cos (90^\circ - \alpha) = \sin \alpha$$

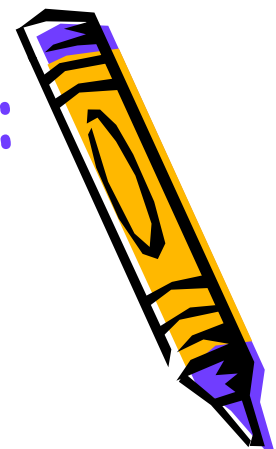


# Проверь своё внимание и память :

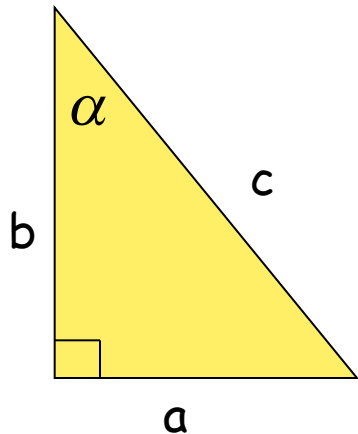
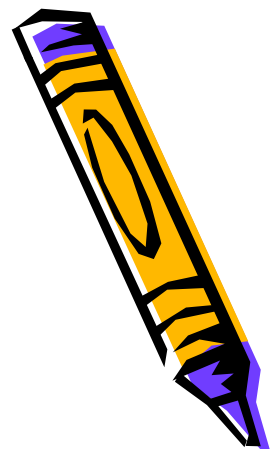
Для какого из углов неправильно указано в таблице значение одной из тригонометрических функций? И какой ?

$\alpha$	$\text{Sin } \alpha$	$\text{Cos } \alpha$	$\text{tg } \alpha$
$30^\circ$	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\sqrt{3}$
$45^\circ$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	1
$60^\circ$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{1}{2}$	$\sqrt{3}$

Неправильно указан  $\text{tg}30^\circ$



# Решение прямоугольных треугольников



$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$a = c \cdot \sin \alpha$$

$$c = \frac{a}{\sin \alpha}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$b = c \cdot \cos \alpha$$

$$c = \frac{b}{\cos \alpha}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

$$a = b \cdot \operatorname{tg} \alpha$$

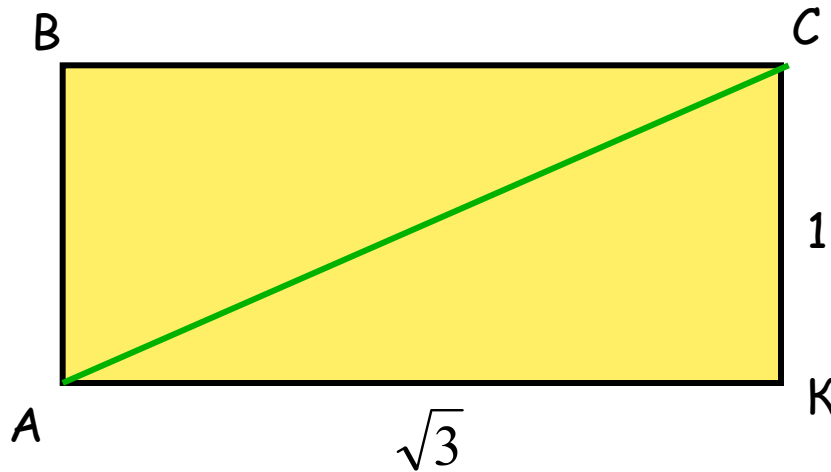
$$b = \frac{a}{\operatorname{tg} \alpha}$$



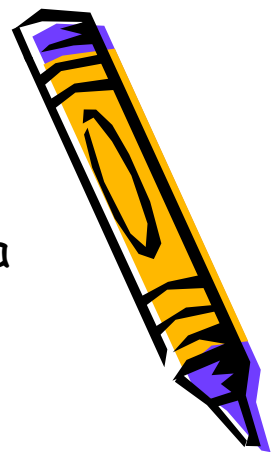
# Реши задачу

1.

Найти углы, которые образует диагональ прямоугольника с его сторонами, если стороны прямоугольника равны  $\sqrt{3}$  дм и 1 дм.



$30^\circ, 60^\circ$ .

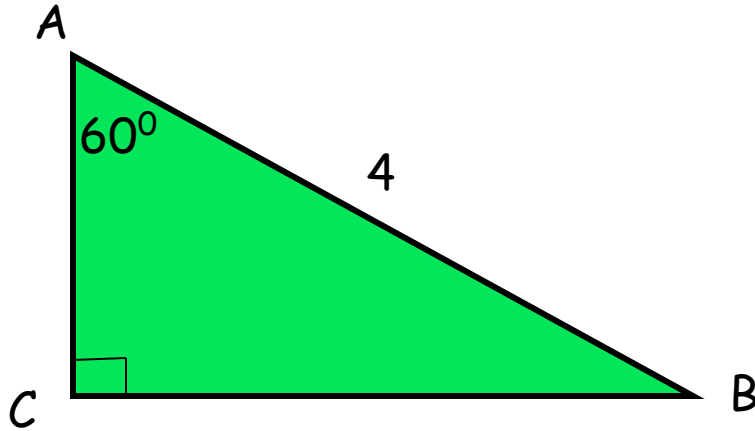




# Реши задачу

2.

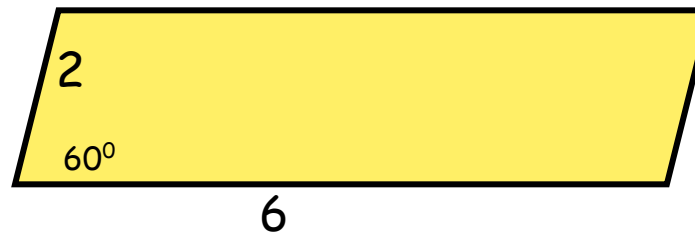
Найти катеты прямоугольного треугольника:



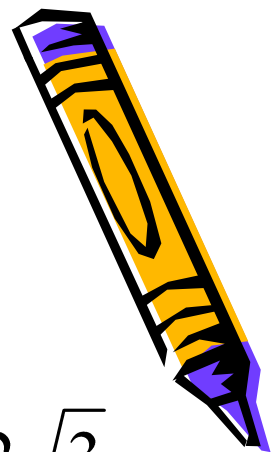
$$AC = 2, BC = 2\sqrt{3}$$

3.

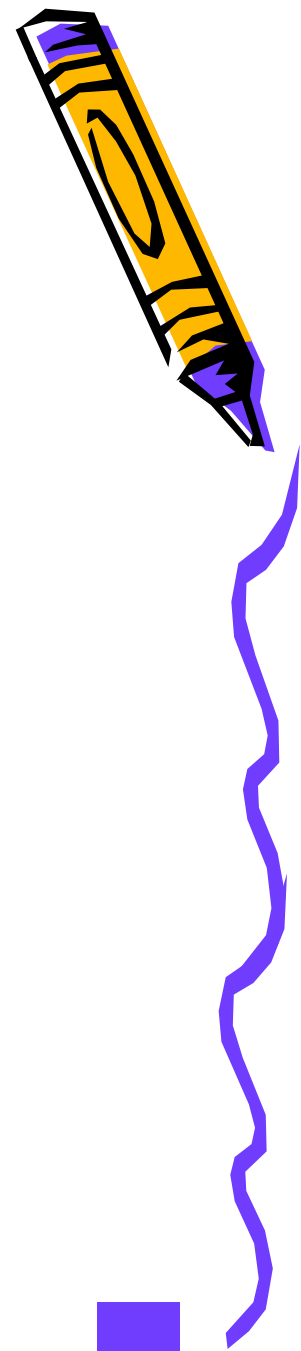
Найти площадь параллелограмма:



$$6\sqrt{3}$$



Желаю успехов в учебе!



Михайлова Л. П.  
ГОУ ЦО № 173.

