

Математические софизмы

Словам, звучащим и так, и иначе,

Верни единство и правдивость!

Пусть вольность только вольность значит,

А справедливость – справедливость!

A cartoon illustration of a girl with blonde pigtails and a boy in green overalls holding a large sign. The sign has a green grid pattern and contains the text 'Математика - царица наук!' in red cursive.

Математика
- царица наук!

Проект выполнил: Денис Панчук,
ученик 9 класса МОУ СОШ №2 г.
Петровска

**Научный руководитель: Зинаида
Александровна Долгова,**
преподаватель математики МОУ СОШ
№2 г.Петровска



Что такое «софизм» ?



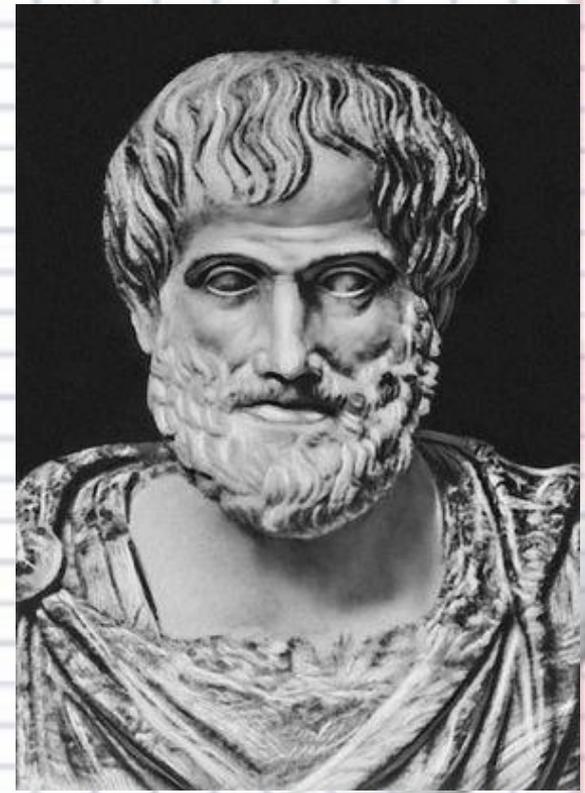
«Если нашел ошибку в софизме, значит, ты ее осознал, а осознание ошибки предупреждает от ее повторения в дальнейших математических рассуждениях.»
Н. И. Лобачевский

Софизм - умозаключение или рассуждение, обосновывающее какую-нибудь заведомую нелепость, абсурд или парадоксальное утверждение, противоречащее общепринятым представлениям.



Что такое «софизм» ?

Аристотель называл софизмом «мнимые доказательства», в которых обоснованность заключения кажущаяся и обязана чисто субъективному впечатлению, вызванному недостаточностью логического или семантического анализа.



Аристотель



Довушки языка

В софизмах используются многие особенности нашего повседневного языка. В нем обычны метафоры, т.е. обороты речи, заключающие скрытое уподобление, образное сближение слов на базе их переносного значения:

«Неустанно ночи длинной.

*Сказка черная лилась,
И багровый над долиной.
Загорелся поздно глаз»*

Здесь «глаз» - метафора луны.





Многие слова и обороты многозначны. Например, слово «новый», как отмечается в словаре современного русского языка, имеет восемь значений, среди которых и «современный», и «следующий», и «незнакомый»... в языке есть омонимы – одинаково звучащие, но разные по значению слова (коса из волос, коса как орудие для косьбы и коса как узкая отмель, вдающаяся в воду).

Все эти особенности языка способны нарушить однозначность выражения мысли и вести к смешению значений слов, что создает благоприятную почву для софизмов.



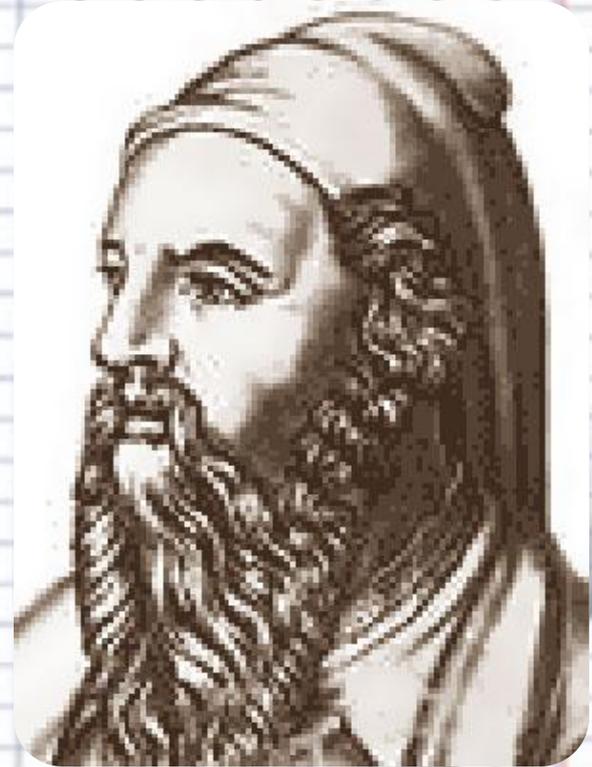
К
О
С
А





История софизмов

Исторически с понятием «софизм» неизменно связывают идею о намеренной фальсификации, руководствуясь признанием Протагора, что задача софиста — представить наихудший аргумент как наилучший, путём хитроумных уловок в речи, в рассуждении, заботясь не об истине, а об успехе в споре или о практической выгоде. По-видимому, первыми, кто понял важность семиотического анализа софизмов, были сами софисты. Анализ и примеры софизмов часто встречаются в диалогах Платона.



Протагор (Платон)



Софистами в Древней Греции называли философов-учителей, задачей которых было научить своих учеников «мыслить, говорить и делать». Будучи в большинстве случаев глубоко образованными людьми, они не столько передавали ученикам знания из различных областей науки, сколько стремились научить их владеть искусством словесных состязаний.

История софизмов



Древнегреческая школа

Пример:



- 1) Возьмем в качестве исходного соотношения следующее очевидное равенство:

$$4:4 = 5:5$$

- 2) После вынесения за скобки общего множителя из каждой части равенства будем иметь:

$$4 \cdot (1:1) = 5 \cdot (1:1)$$

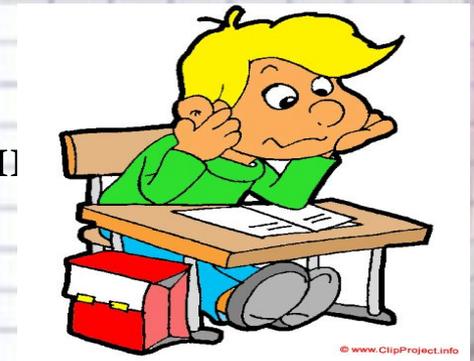
или

$$(2 \cdot 2)(1:1) = 5(1:1)$$

- 3) Наконец, зная, что $1:1=1$, мы из соотношения устанавливаем:

$$2 \cdot 2 = 5$$

А где ошибка?



Нельзя выносить множитель за скобки, как это сделано в равенстве!



«Где ты, угадай, где ты, угадай»

Пусть число x равно 1 . Тогда можно записать, что

$x^2 = 1$, или $x^2 - 1 = 0$, раскладывая $x^2 - 1$ по формуле разности квадратов, получим

$$(x+1)(x - 1) = 0.$$

Разделив обе части этого равенства на $x-1$, имеем

$$x+1=0 \text{ и } x= -1.$$

Поскольку по условию $x=1$, то отсюда приходим к равенству

$$\underline{1 = -1}$$





В чем

ошибка?

Здесь ошибка совершена при переходе от равенства $(x+1)(x-1)=0$ к равенству

$x+1=0$ и $x=-1$. Действительно, этот переход совершен посредством деления на величину $x-1$, которая по исходному условию равна нулю, а, как известно, деление на нуль запрещено.



Равенство $(x+1)(x-1)=0$, в силу того что $x-1=0$, можно записать в виде равенства $(x+1) \cdot 0=0$, которое выполняется при любом значении $x+1$. Поэтому вывод о том, что $x=-1$, неправилен.



«Всякое число равно своему удвоенному значению»

Запишем очевидное для любого числа a тождество

$$a^2 - a^2 = a^2 - a^2.$$

Вынесем a в левой части за скобку, а правую часть разложим на множители по формуле разности квадратов, получив

$$a(a - a) = (a + a)(a - a).$$

Разделив обе части на $(a - a)$, получим $a = a + a$, или

$$\underline{a = 2a.}$$

Итак, всякое число равно своему удвоенному значению.



Почему равенство неверно?

Ошибка совершена при переходе от равенства $a(a - a) = (a + a)(a - a)$ к равенству $a = 2a$. В самом деле, число $a - a$, на которое делится первое равенство, равно нулю. Поэтому это равенство можно записать в виде $a \cdot 0 = (a + a) \cdot 0$, откуда, очевидно, следует, что число a слева и число $a + a$ справа могут принимать любые, отнюдь не равные друг другу значения.



Деление же обеих частей этого равенства на равное нулю число $a - a$ приводит к бессмыслице.



«Все числа равны между собой»

Возьмем два произвольных неравных между собой числа a и b и запишем для них очевидное тождество

$$a^2 - 2ab + b^2 = b^2 - 2ab + a^2.$$

Слева и справа стоят полные квадраты, т.е. можем записать

$$(a - b)^2 = (b - a)^2.$$

Извлекая из обеих частей последнего равенства квадратный корень, получим

$$a - b = b - a$$

или $2a = 2b$, или окончательно

$$\underline{a = b.}$$



Исходное тождество и равенство $(a - b)^2 = (b - a)^2$ вполне справедливы. Но при переходе от этого равенства к равенству $a - b = b - a$ была совершена ошибка. А именно: извлечение корня из обеих частей первого равенства сделано неправильно. В действительности же вместо равенства $a - b = b - a$ из первого равенства должно следовать: $|a - b| = |b - a|$, которое вытекает из данных соотношений. Здесь необходимо рассмотреть два случая:

- ⇒ $a - b \geq 0$, тогда, очевидно, $b - a \leq 0$. Тогда из равенства следует $a - b = -(b - a)$, или $a = a$.
- ⇒ $a - b < 0$, тогда $b - a > 0$, откуда следует, что $-(a - b) = b - a$, или $a = a$.





Для тех, кто хочет разобраться в софизмах и парадоксах

1. http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%90%D1%85%D0%B8%D0%BB%D0%BB%D0%B5%D1%81_%D0%B8_%D1%87%D0%B5%D1%80%D0%B5%D0%BF%D0%B0%D1%85%D0%B0
2. <http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A1%D0%BE%D1%84%D0%B8%D0%B7%D0%BC>
3. <http://rcio.pnzgu.ru/personal/99/1/5/>