

ФОРМУЛЫ ДЛЯ РЕШЕНИЯ ЗАДАЧ НА ПРОГРЕССИИ

Урок алгебры в 9а классе
28 февраля 2012г.

ВОПРОС 1: КАКАЯ ИЗ СЛЕДУЮЩИХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ЯВЛЯЕТСЯ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИЕЙ?

А. Последовательность натуральных степеней числа 3.

Б. Последовательность натуральных чисел, кратных 7.

В. Последовательность квадратов натуральных чисел.

Г. Последовательность чисел, обратных натуральным.

1. КАКАЯ ИЗ СЛЕДУЮЩИХ
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ЯВЛЯЕТСЯ
АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИЕЙ?

Правильно.



К вопросу 2

1. КАКАЯ ИЗ СЛЕДУЮЩИХ
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ ЯВЛЯЕТСЯ
АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИЕЙ?

Не верно.

В этой последовательности разница между соседними числами изменяется, а должна быть постоянна.



ВОПРОС 2: КАКАЯ ИЗ СЛЕДУЮЩИХ ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ НЕ ЯВЛЯЕТСЯ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИЕЙ?

А. Последовательность натуральных степеней числа 3.

Б. Последовательность, все члены которой равны одному и тому же числу 3.

В. Последовательность, состоящая из чередования чисел 3 и -3.

Г. Последовательность, первый член которой равен 3, а все остальные члены - нули.

2. КАКАЯ ИЗ СЛЕДУЮЩИХ
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ НЕ ЯВЛЯЕТСЯ
ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИЕЙ?

Правильно.



К вопросу 3

2. КАКАЯ ИЗ СЛЕДУЮЩИХ
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНОСТЕЙ НЕ ЯВЛЯЕТСЯ
ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИЕЙ?

Не верно.

В этой последовательности отношение последующего члена к предыдущему равно одному и тому же не равному нулю числу, а значит, - это геометрическая прогрессия.



ВОПРОС 3: КАКОЕ ЧИСЛО НЕ ЯВЛЯЕТСЯ
ЧЛЕНОМ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ
ПРОГРЕССИИ 6, 12, 18, ...?

A. 60

Б. 63

В. 66

Г. 72

3. КАКОЕ ЧИСЛО НЕ ЯВЛЯЕТСЯ ЧЛЕНОМ
АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ 6, 12, 18, ...?

Правильно.



К вопросу 4

3. КАКОЕ ЧИСЛО НЕ ЯВЛЯЕТСЯ ЧЛЕНОМ
АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ 6, 12, 18,
...?

Не верно.

Вспомни, что $a_n = a_1 + d(n-1)$,
где $a_1 = 6$, $d = 12 - 6 = 6$, откуда
 $a_n = 6 + 6(n-1) = 6 + 6n - 6 = 6n$, то есть
каждый из членов прогрессии нацело
делится на число 6.



Вернуться к вопросу 3

ВОПРОС 4: КАКОЕ ЧИСЛО ЯВЛЯЕТСЯ
ЧЛЕНОМ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ
6, 12, 24, ...?

А. 192

Б. 100

В. 84

Г. 60

4. КАКОЕ ЧИСЛО ЯВЛЯЕТСЯ ЧЛЕНОМ
ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ 6, 12, 24, ...?

Правильно.



К вопросу 5

4. КАКОЕ ЧИСЛО ЯВЛЯЕТСЯ ЧЛЕНОМ
ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ 6, 12, 24, ...?

Не верно.

Вспомни, что $q = b_{n+1} : b_n$,
найди $q = 12 : 6 = 2$ и выпиши еще несколько
членов данной прогрессии!



Вернуться к вопросу 4

ВОПРОС 5: ИЗВЕСТНЫ НЕСКОЛЬКО
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ЧЛЕНОВ
АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ:
...-12; X; 14; 27... НАЙДИТЕ ЧИСЛО X.

- А. -1
- Б. 0
- В. 1
- Г. 2

5. ИЗВЕСТНЫ НЕСКОЛЬКО ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ЧЛЕНОВ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ:
...-12; X; 14; 27... НАЙДИТЕ ЧИСЛО X.

НЕ ВЕРНО!

- ⦿ Определи разность прогрессии или вспомни ее характеристическое свойство!



Вернуться к вопросу №5

5. ИЗВЕСТНЫ НЕСКОЛЬКО ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ЧЛЕНОВ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ:
...-12; X; 14; 27... НАЙДИТЕ ЧИСЛО X.

ПРАВИЛЬНО! МОЛОДЕЦ!



[Переходи к вопросу 6](#)

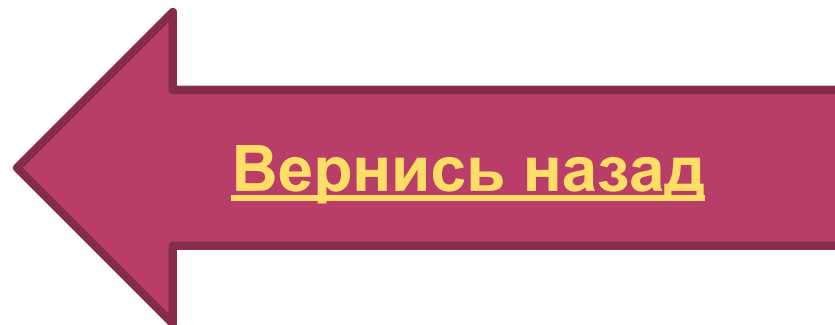
ВОПРОС 6: ИЗВЕСТНЫ НЕСКОЛЬКО
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ЧЛЕНОВ
ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ:
...2; Y ; 8; -16;... НАЙДИТЕ ЧИСЛО Y .

А. - 4 Б. - 5 В. 4 Г. 5

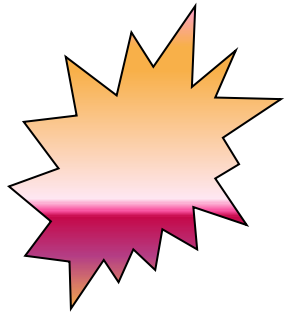
6. ИЗВЕСТНЫ НЕСКОЛЬКО
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ЧЛЕНОВ
ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ:
...2; Y ; 8; -16;... НАЙДИТЕ ЧИСЛО Y .

НЕ ВЕРНО!

- ⦿ Определи знаменатель прогрессии или вспомни ее характеристическое свойство!

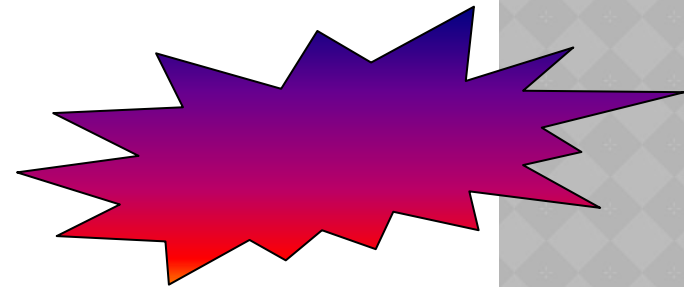


6. ИЗВЕСТНЫ НЕСКОЛЬКО
ПОСЛЕДОВАТЕЛЬНЫХ ЧЛЕНОВ
ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ:
...2; Y ; 8; -16;... НАЙДИТЕ ЧИСЛО Y .



МОЛОДЕЦ! ПРАВИЛЬНО!!!

[Перейти к вопросу 7](#)



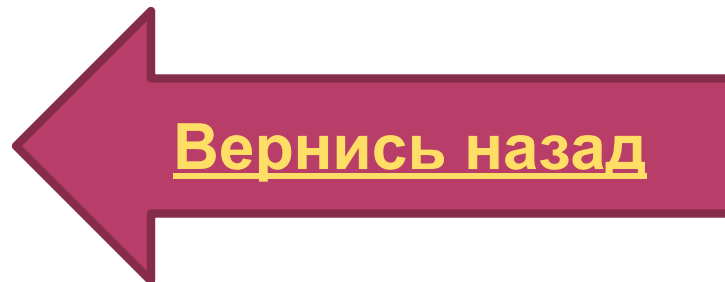
ВОПРОС 7: НАЙДИ СУММУ ПЕРВЫХ ПЯТИ ЧЛЕНОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ, ЕСЛИ ИЗВЕСТНО, ЧТО ЕЕ ПЕРВЫЙ ЧЛЕН РАВЕН 48, А ЗНАМЕНАТЕЛЬ РАВЕН -0,5.

А. - 93 Б. - 33 В. 33 Г. 93

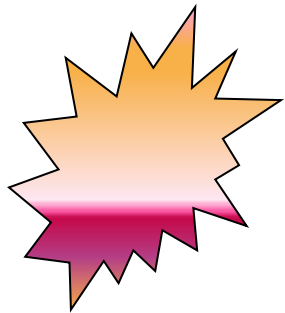
7. НАЙДИ СУММУ ПЕРВЫХ ПЯТИ ЧЛЕНОВ
ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ, ЕСЛИ
ИЗВЕСТНО, ЧТО ЕЕ ПЕРВЫЙ ЧЛЕН РАВЕН 3,
А ЗНАМЕНАТЕЛЬ РАВЕН -2.

НЕ ВЕРНО!

- ⦿ Выпиши первые четыре члена прогрессии и сложи их!

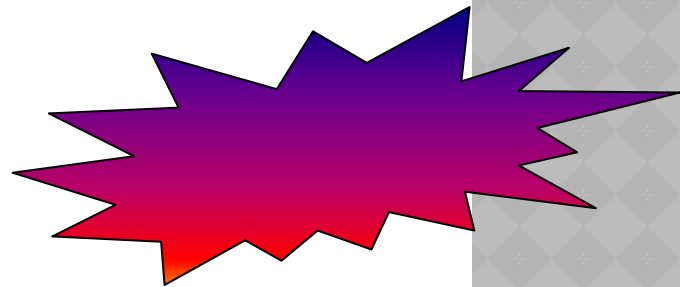


7. НАЙДИ СУММУ ПЕРВЫХ ПЯТИ ЧЛЕНОВ
ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ, ЕСЛИ
ИЗВЕСТНО, ЧТО ЕЕ ПЕРВЫЙ ЧЛЕН РАВЕН 3,
А ЗНАМЕНАТЕЛЬ РАВЕН -2.



МОЛОДЕЦ! ПРАВИЛЬНО!!!

[Перейти к вопросу 8](#)



ВОПРОС 8: НАЙДИ СУММУ ПЕРВЫХ ВОСЬМИ ЧЛЕНОВ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ, ЕСЛИ ИЗВЕСТНО, ЧТО ЕЕ ПЕРВЫЙ ЧЛЕН РАВЕН 4, А РАЗНОСТЬ РАВНА -2.

- А. - 18
- Б. - 20
- В. - 24
- Г. - 32

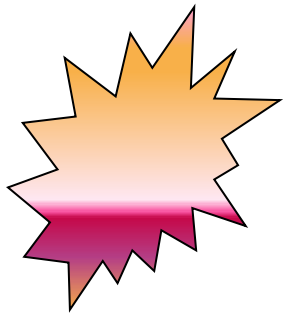
8. НАЙДИ СУММУ ПЕРВЫХ ВОСЬМИ ЧЛЕНОВ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ, ЕСЛИ ИЗВЕСТНО, ЧТО ЕЕ ПЕРВЫЙ ЧЛЕН РАВЕН -4 , А РАЗНОСТЬ РАВНА 2 .

ОШИБКА!

- ⦿ Выпиши первые восемь членов прогрессии, а затем сложи их.

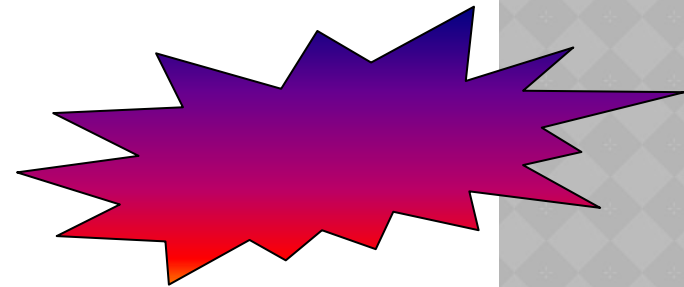


8. НАЙДИ СУММУ ПЕРВЫХ ВОСЬМИ ЧЛЕНОВ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ, ЕСЛИ ИЗВЕСТНО, ЧТО ЕЕ ПЕРВЫЙ ЧЛЕН РАВЕН -4 , А РАЗНОСТЬ РАВНА 2 .



МОЛОДЕЦ! ПРАВИЛЬНО!!!

[Перейти к задаче Карла Гаусса](#)



ЗАДАЧА ГАУССА



К.Ф.Гаусс

Чему равна сумма
первых ста
натуральных чисел ?

Ответ: 5050

1; 2; 3; 4; 5;...; 100

$$a_1 = 1, a_{100} = 100, d=1; S_{100} = ?$$

$$S_{100} = 1 + 2 + 3 + \dots + 98 + 99 + 100$$

$$S_{100} = 100 + 99 + 98 + \dots + 3 + 2 + 1$$

$$2S_{100} = \underbrace{101 + 101 + \dots + 101 + 101}_{100 \text{ раз}}$$

$$S_{100} = 100 \cdot 101 / 2 = 5050$$

Дано: $(a_n) = a_1; a_2; a_3; \dots; a_n$ - арифметическая прогрессия.

Найти: S_n

Решение:

The diagram illustrates the method of adding the sequence to its reverse. It shows two rows of terms: the first row is the original sequence $a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$, and the second row is the reverse sequence $a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_3 + a_2 + a_1$. Each term in both rows is enclosed in a red oval. A horizontal line is drawn below the second row, and a bracket underneath it spans the width of the terms, labeled "n раз" (n times). Below the bracket, the equation $2S_n = (a_1 + a_n)n$ is written.

$$+ S_n = a_1 + a_2 + a_3 + \dots + a_{n-2} + a_{n-1} + a_n$$
$$S_n = a_n + a_{n-1} + a_{n-2} + \dots + a_3 + a_2 + a_1$$

$$2S_n = (a_1 + a_n)n \quad n \text{ раз}$$

$$(1) \quad S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n$$

ФОРМУЛА СУММЫ ЧЛЕНОВ КОНЕЧНОЙ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \cdot n \quad (1)$$

$$a_n = a_1 + d(n-1)$$

$$S_m = \frac{a_1 + a_1 + d(n-1)}{2} \cdot m \quad (2)$$

ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ФОРМУЛЫ СУММЫ ПЕРВЫХ N ПЕРВЫХ ЧЛЕНОВ АРИФМЕТИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

(a_n) – арифм. прогрессия
 $a_1 = 1, d=1, n = 100$

$$S_{100} = ?$$

$$S_n = \frac{2a_1 + d(n-1)}{2} \cdot n$$

$$S_{100} = \frac{2a_1 + d(100-1)}{2} \cdot 100$$

$$S_{100} = \frac{2 \cdot 1 + 1 \cdot 99}{2} \cdot 100 = 101 \cdot 50 = 5050$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ
АРИФМЕТИЧЕСКОЙ
ПРОГРЕССИИ

ФОРМУЛА n -ГО ЧЛЕНА
АРИФМЕТИЧЕСКОЙ
ПРОГРЕССИИ

СВОЙСТВО КАЖДОГО
ЧЛЕНА АРИФМЕТИЧЕСКОЙ
ПРОГРЕССИИ

СУММА ПЕРВЫХ n ЧЛЕНОВ
АРИФМЕТИЧЕСКОЙ
ПРОГРЕССИИ

ФОРМУЛА РАЗНОСТИ
АРИФМЕТИЧЕСКОЙ
ПРОГРЕССИИ

$$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \times n$$

$$a_n = a_1 + (n-1)d$$

$$d = a_{n+1} - a_n$$

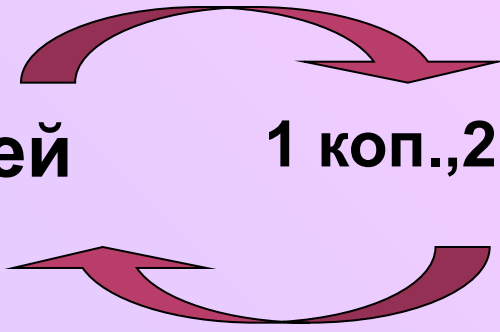
$$a_{n+1} = a_n + d$$

$$S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2} \times n$$

30 дней

За 100 000 рублей

1 коп., 2 коп., 4 коп., 8 коп., ...



Задача о
сметливом
крестьянине и
глупом купце



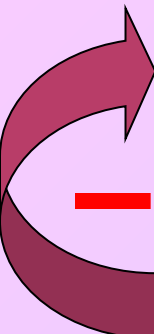
?

3 000 000 руб.



1; 2; 4; 8; 16;...; 2^{29}

$$b_1 = 1, b_{30} = 2^{29}, q=2; S_{30} = ?$$


$$\begin{array}{r} S_{30} = 1 + \cancel{2} + \cancel{4} + \cancel{8} + \cancel{16} + \dots + \cancel{2^{29}} \\ 2S_{30} = \cancel{2} + \cancel{4} + \cancel{8} + \cancel{16} + \dots + \cancel{2^{29}} + 2^{30} \end{array} \quad \cdot 2$$

$$2S_{30} - S_{30} = 2^{30} - 1$$

$$\begin{aligned} S_{30} &= 2^{30} - 1 = 1\,073\,741\,823 \text{ (коп)} = \\ &= 10\,737\,418,23 \text{ (руб)} \end{aligned}$$

Дано: $(b_n) = b_1; b_2; b_3; \dots; b_n$ -
геометрическая прогрессия.

Найти: S_n

Решение: $S_n = b_1 + b_2 + b_3 + \dots + b_n \quad | \cdot q$



$$qS_n = b_1q + b_2q + b_3q + \dots + b_{n-1}q + b_nq$$

$$qS_n - S_n = b_nq - b_1$$

$$S_n \cdot (q-1) = b_nq - b_1$$

$$(3) \quad S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}; \quad q \neq 1$$

Если $q > 1$, то $S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1} (3)$

Если $0 < q < 1$, то $S_n = \frac{b_1 - b_n q}{1 - q} (4)$

Если $q = 1$, то $S_n = n \cdot b_1 (5)$

$$S_n = \frac{b_n q - b_1}{q - 1}; q \neq 1 \quad b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

~~$$S_n = \frac{b_1 q^{n-1} - b_1}{q - 1}; q \neq 1$$~~

(6)
$$S_n = \frac{b_1 (q^n - 1)}{q - 1}; q \neq 1$$

ПРАКТИЧЕСКОЕ ПРИМЕНЕНИЕ ФОРМУЛЫ СУММЫ ПЕРВЫХ N ПЕРВЫХ ЧЛЕНОВ ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ ПРОГРЕССИИ

(b_n) – геом. прогрессия

$b_1 = 1, q=2, n = 30$

$S_{30} = ?$

$$S_n = \frac{b_1(q^n - 1)}{q - 1}$$

$$S_{30} = \frac{b_1(q^{30} - 1)}{q - 1}$$

$$S_{30} = \frac{2(2^{30} - 1)}{2} = 2^{30} - 1 = 1073741823$$

ОПРЕДЕЛЕНИЕ
ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ
ПРОГРЕССИИ

ФОРМУЛА n -ГО ЧЛЕНА
ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ
ПРОГРЕССИИ

СВОЙСТВО КАЖДОГО
ЧЛЕНА ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ
ПРОГРЕССИИ

СУММА ПЕРВЫХ n ЧЛЕНОВ
ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ
ПРОГРЕССИИ

ФОРМУЛА ЗНАМЕНАТЕЛЯ
ГЕОМЕТРИЧЕСКОЙ
ПРОГРЕССИИ

$$b_n = \sqrt{b_{n-1} \cdot b_{n+1}}$$

$$S_n = \frac{b_1 - q \cdot b_n}{1 - q}$$

$$b_n = b_1 \cdot q^{n-1}$$

$$q = \frac{b_{n+1}}{b_n}$$

$$b_{n+1} = b_n \cdot q$$

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (1 - q^n)}{1 - q}$$

ДОМАШНЕЕ ЗАДАНИЕ

- 1) читать п.п. 26 и 28 учебника;
- 2) выполнить творческую работу «Шпаргалка с формулами для решения задач на прогрессии»;
- 3) записать в тетради доказательство всех выведенных на уроке формул.



СПАСИБО ЗА УРОК!

1. **Результатом своей личной работы считаю, что я ...**
 - A. Разобрался в теории.
 - Б. Научился решать задачи
 - В. Повторил весь ранее изученный материал.
 - Г. Не узнал ничего нового.

2. **Чего мне не хватало на уроке при решении задач?**
 - A. Знаний.
 - Б. Времени.
 - В. Желания.
 - Г. Решал нормально.

3. **Кто оказал мне наиболее существенную помощь в преодолении трудностей на уроке?**
 - A. Одноклассники.
 - Б. Учитель.
 - В. Слайды презентации.
 - Г. Никто.