

ЧИСЛО «ПИ» И СПОСОБЫ ЕГО ВЫЧИСЛЕНИЯ НА КОМПЬЮТЕРЕ

Автор: Орехова Екатерина, ученица
II класса, МКОУ Плесской СОШ,
обучающаяся в объединении
«Программирование» МКОУ ДОД
ЦДЮТ

Научный руководитель: Юдин
Андрей Борисович, учитель
математики МКОУ Плесской
СОШ, педагог дополнительного
образования МКОУ ДОД ЦДЮТ

АЛГОРИТМ РАБОТЫ:

- ▶ **Выяснить, каким способом можно составить алгоритмы для нахождения числа Π с помощью компьютера и узнать, какой способ поможет более точно вычислить это число.**

ЗАДАЧИ РАБОТЫ

- ▶ Ознакомиться с историей числа Π
- ▶ Найти необходимые формулы для вычисления числа Π
- ▶ Преобразовать найденные формулы в алгоритмы в системе программирования PascalABC
- ▶ Узнать, какой способ вычисления наиболее точный

- ▶ Число Пи (греческая буква π) — это математическая константа, выражающая отношение длины окружности к длине её диаметра. Число Пи иррационально и бесконечно.



ФОРМУЛЫ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ЧИСЛА

- ▶ Ряд Мадхавы
- ▶ Формула Джона Валлиса
- ▶ Формула Вильгельма Лейбница
- ▶ Формула Леонарда Эйлера
- ▶ Нахождение числа Пи с помощью рядов
- ▶ Формула Джона Мэчина
- ▶ Алгоритм Brenta-Саламина

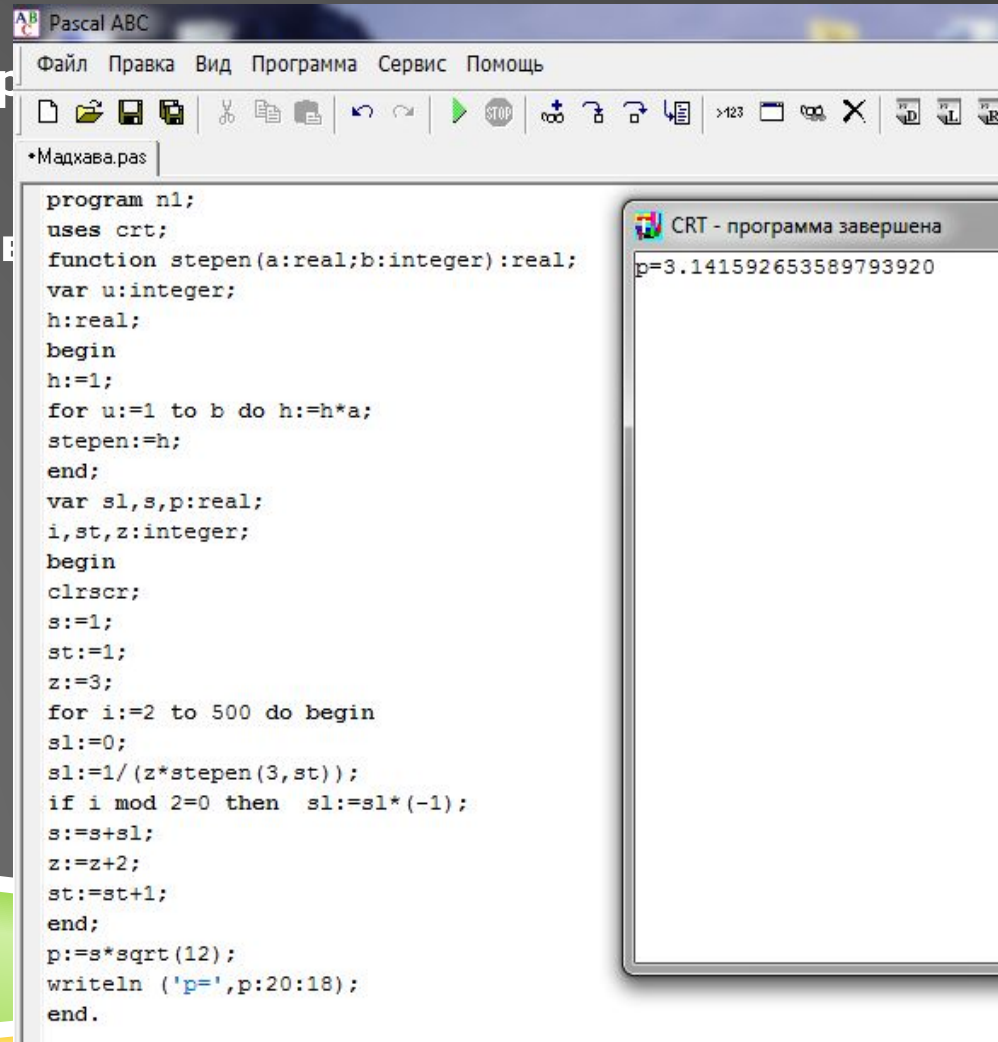
МАДХАВЫ

► формула $\pi = \sqrt{12} \left(1 - \frac{1}{3 \cdot 3} + \frac{1}{5 \cdot 3^2} - \frac{1}{7 \cdot 3^3} + \dots \right)$

► Вычисления на компьютере

► Количество верных знаков
после запятой: 15

3,14159265358979323846



```
Pascal ABC
Файл  Правка  Вид  Программа  Сервис  Помощь
•Мадхава.pas

program n1;
uses crt;
function stepen(a:real;b:integer):real;
var u:integer;
h:real;
begin
h:=1;
for u:=1 to b do h:=h*a;
stepen:=h;
end;
var s1,s,p:real;
i,st,z:integer;
begin
clrscr;
s:=1;
st:=1;
z:=3;
for i:=2 to 500 do begin
s1:=0;
s1:=1/(z*stepen(3,st));
if i mod 2=0 then s1:=s1*(-1);
s:=s+s1;
z:=z+2;
st:=st+1;
end;
p:=s*sqrt(12);
writeln ('p=',p:20:18);
end.
```

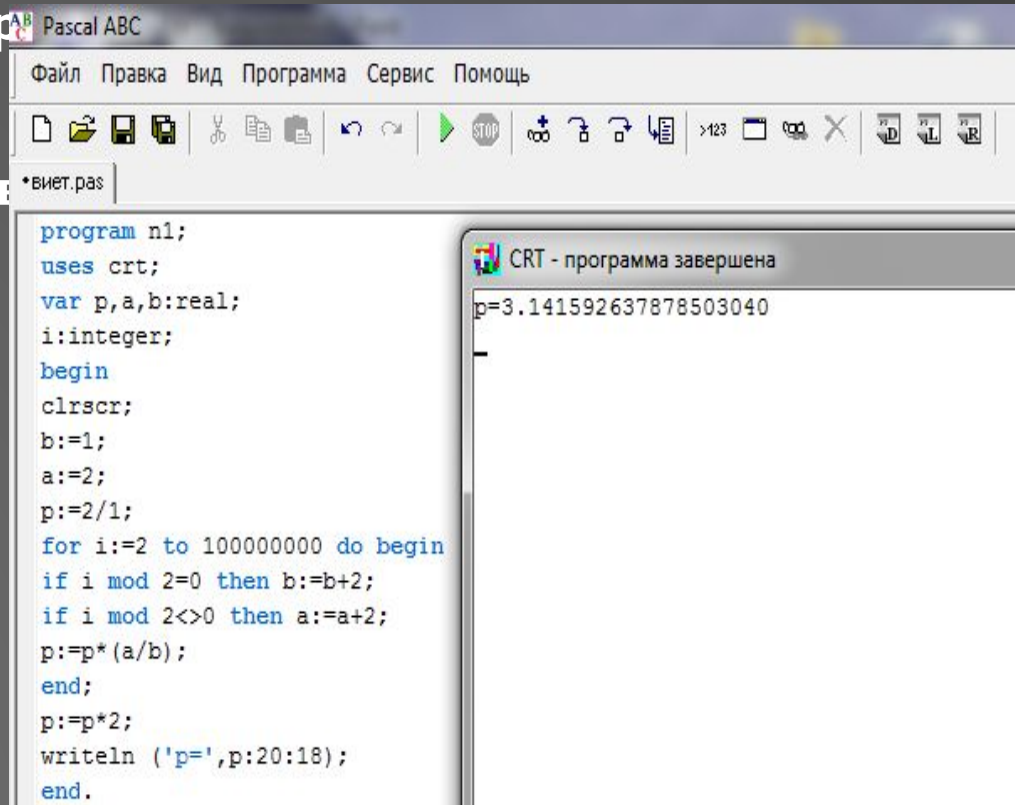
CRT - программа завершена
p=3.14159265358979320

ФОРМУЛА ДЖОНА ВАЛЛИСА

▶ Формула:
$$\frac{2}{1} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{4}{3} \cdot \frac{4}{5} \cdot \frac{6}{5} \cdot \frac{6}{7} \cdot \frac{8}{7} \cdot \frac{8}{9} \cdots = \frac{\pi}{2}$$

▶ Вычисления на компьютере

▶ Количество верных знаков
после запятой: 7



```
program n1;
uses crt;
var p,a,b:real;
i:integer;
begin
clrscr;
b:=1;
a:=2;
p:=2/1;
for i:=2 to 100000000 do begin
if i mod 2=0 then b:=b+2;
if i mod 2<>0 then a:=a+2;
p:=p*(a/b);
end;
p:=p*2;
writeln ('p=',p:20:18);
end.
```

CRT - программа завершена

p=3.141592637878503040

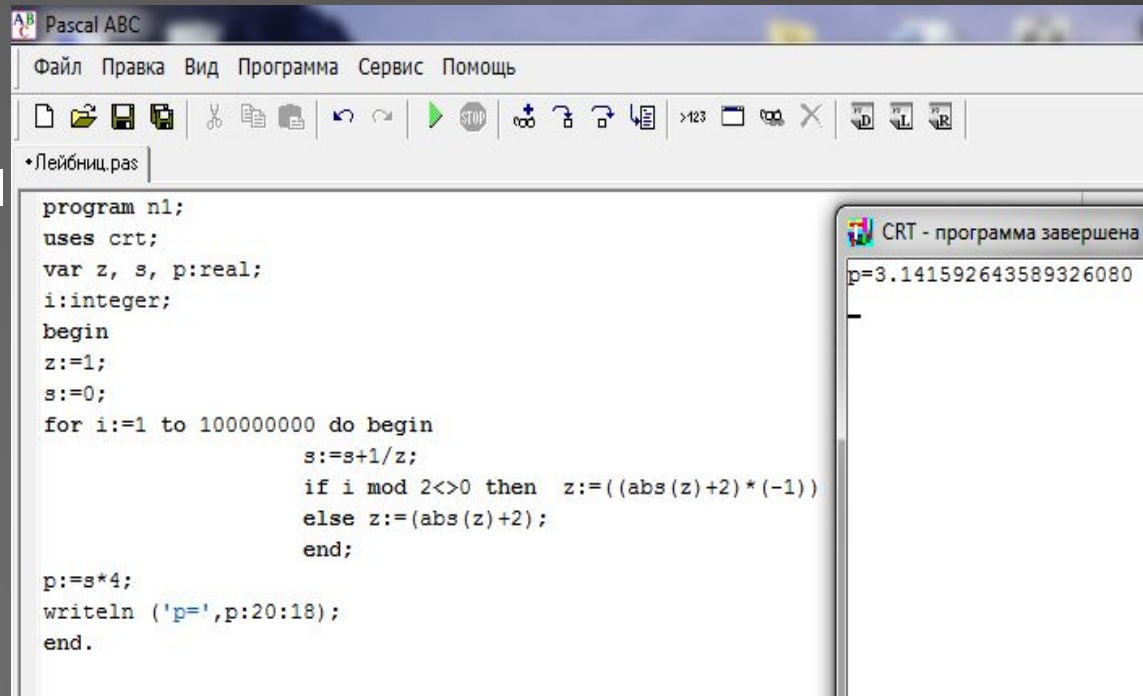
3,14159265358979323846

ФОРМУЛА ВИЛЬГЕЛЬМА ЛЕЙБНИЦА

► Формула:
$$\frac{1}{1} - \frac{1}{3} + \frac{1}{5} - \frac{1}{7} + \frac{1}{9} - \dots = \frac{\pi}{4}$$

► Вычисления на компьютере:

► Количество верных знаков после запятой: 1



```
program n1;
uses crt;
var z, s, p:real;
i:integer;
begin
  z:=1;
  s:=0;
  for i:=1 to 1000000000 do begin
    s:=s+1/z;
    if i mod 2<>0 then z:=((abs(z)+2)*(-1))
    else z:=(abs(z)+2);
  end;
  p:=s*4;
  writeln ('p=',p:20:18);
end.
```

CRT - программа завершена
p=3.141592643589326080

3,14159265358979323846

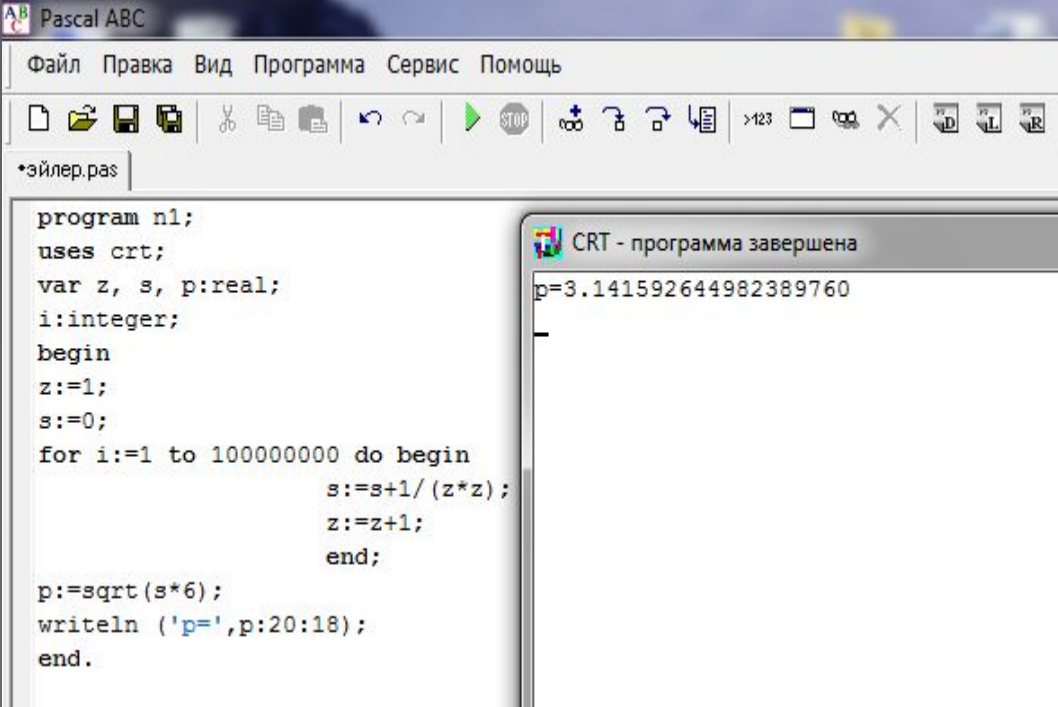
ФОРМУЛА ЛЕОНАРДА ЭЙЛЕРА

Формула:

$$\frac{1}{1^2} + \frac{1}{2^2} + \frac{1}{3^2} + \frac{1}{4^2} + \dots = \frac{\pi^2}{6}$$

► Вычисления на компьютере:

► Количество верных знаков после запятой: 8



The screenshot shows a Pascal ABC IDE window titled "Pascal ABC". The menu bar includes "Файл", "Правка", "Вид", "Программа", "Сервис", and "Помощь". The toolbar contains various icons for file operations, editing, and execution. The main text area shows the following code:

```
program n1;
uses crt;
var z, s, p:real;
i:integer;
begin
  z:=1;
  s:=0;
  for i:=1 to 100000000 do begin
    s:=s+1/(z*z);
    z:=z+1;
  end;
  p:=sqrt(s*6);
  writeln ('p=',p:20:18);
end.
```

A small dialog box titled "CRT - программа завершена" is overlaid on the bottom right, displaying the result: "p=3.141592644982389760".

3,14159265358979323846

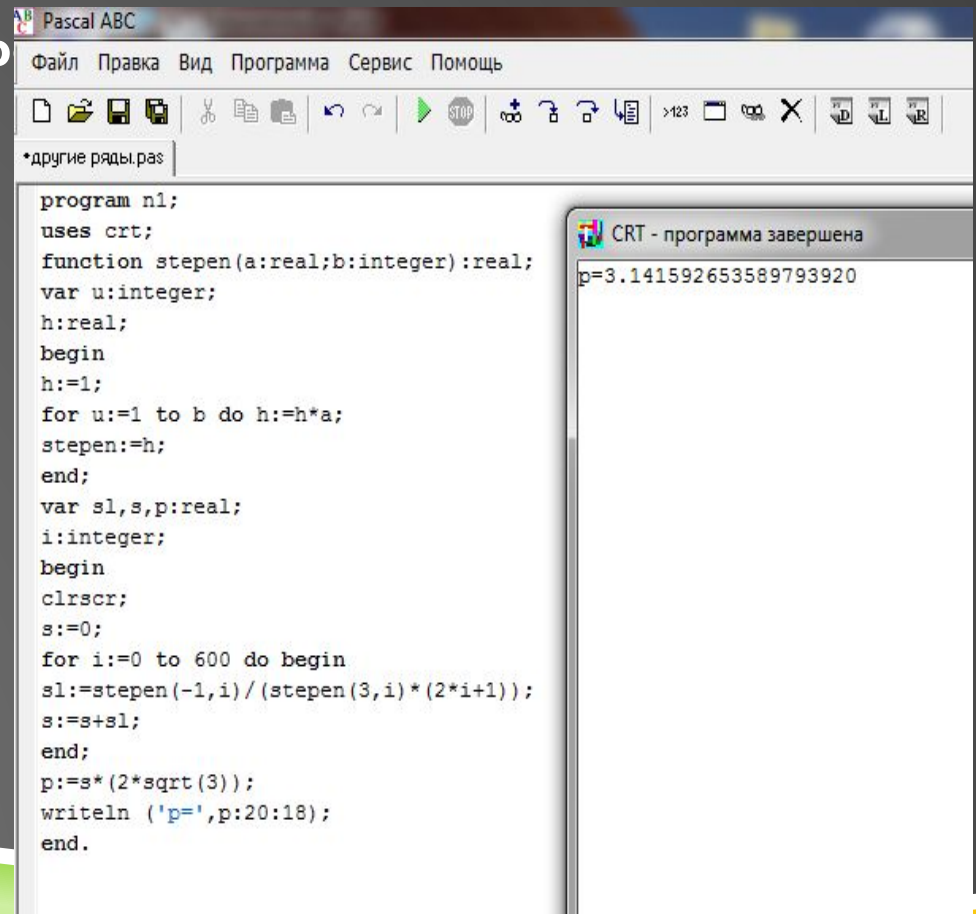
ПОИСКОВАНИЕ ЧИСЛА ПИ С ПОМОЩЬЮ РЯДОВ

формула:
$$\pi = 2\sqrt{3} \sum_{k=0}^{\infty} \frac{(-1)^k}{3^k (2k+1)}$$

Вычисления на компьютере

Количество верных знаков после запятой: 7

3,14159265358979323846



```
program n1;
uses crt;
function stepen(a:real;b:integer):real;
var u:integer;
h:real;
begin
h:=1;
for u:=1 to b do h:=h*a;
stepen:=h;
end;
var s1,s,p:real;
i:integer;
begin
clrscr;
s:=0;
for i:=0 to 600 do begin
s1:=stepen(-1,i) / (stepen(3,i) * (2*i+1));
s:=s+s1;
end;
p:=s*(2*sqrt(3));
writeln ('p=',p:20:18);
end.
```

CRT - программа завершена

p=3.14159265358979320

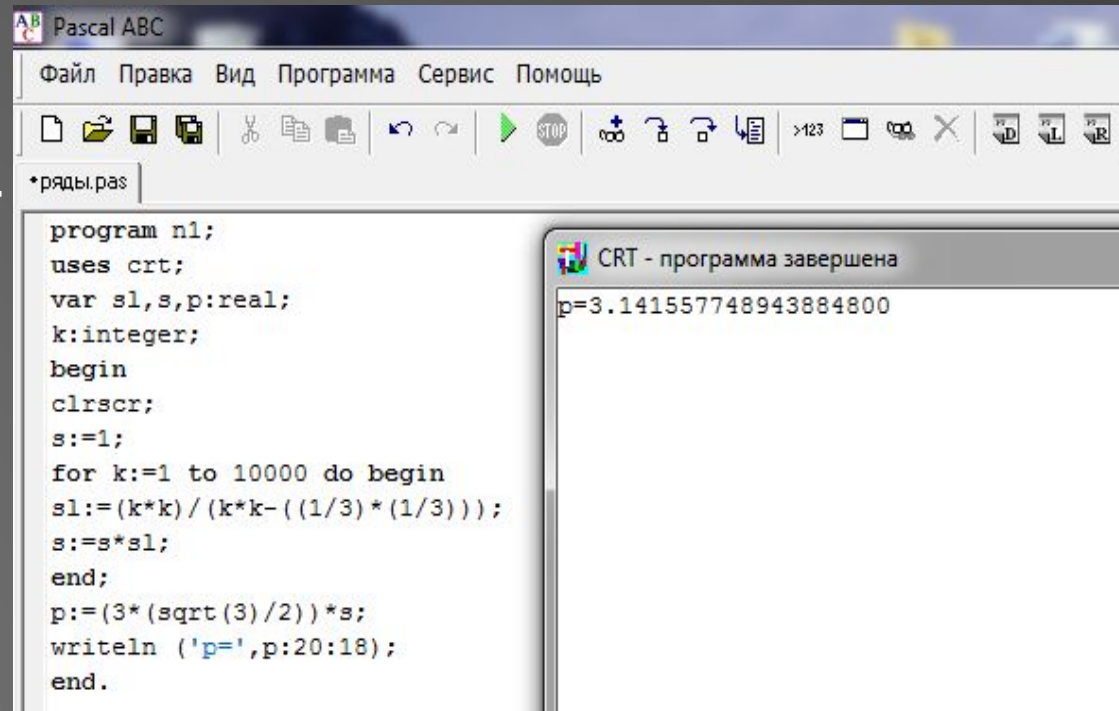
ОБОЖДЕНИЕ ЧИСЛА ПИ С ПОМОЩЬЮ ОВ

ормула:

$$\pi = 3 \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \prod_{k=1}^{\infty} \frac{k^2}{k^2 - \left(\frac{1}{3}\right)^2}$$

Вычисления на компьютере:

Количество верных
знаков после запятой: 4



```
program n1;
uses crt;
var s1,s,p:real;
k:integer;
begin
clrscr;
s:=1;
for k:=1 to 10000 do begin
s1:=(k*k)/(k*k-((1/3)*(1/3)));
s:=s*s1;
end;
p:=(3*(sqrt(3)/2))*s;
writeln ('p=',p:20:18);
end.
```

CRT - программа завершена

p=3.141557748943884800

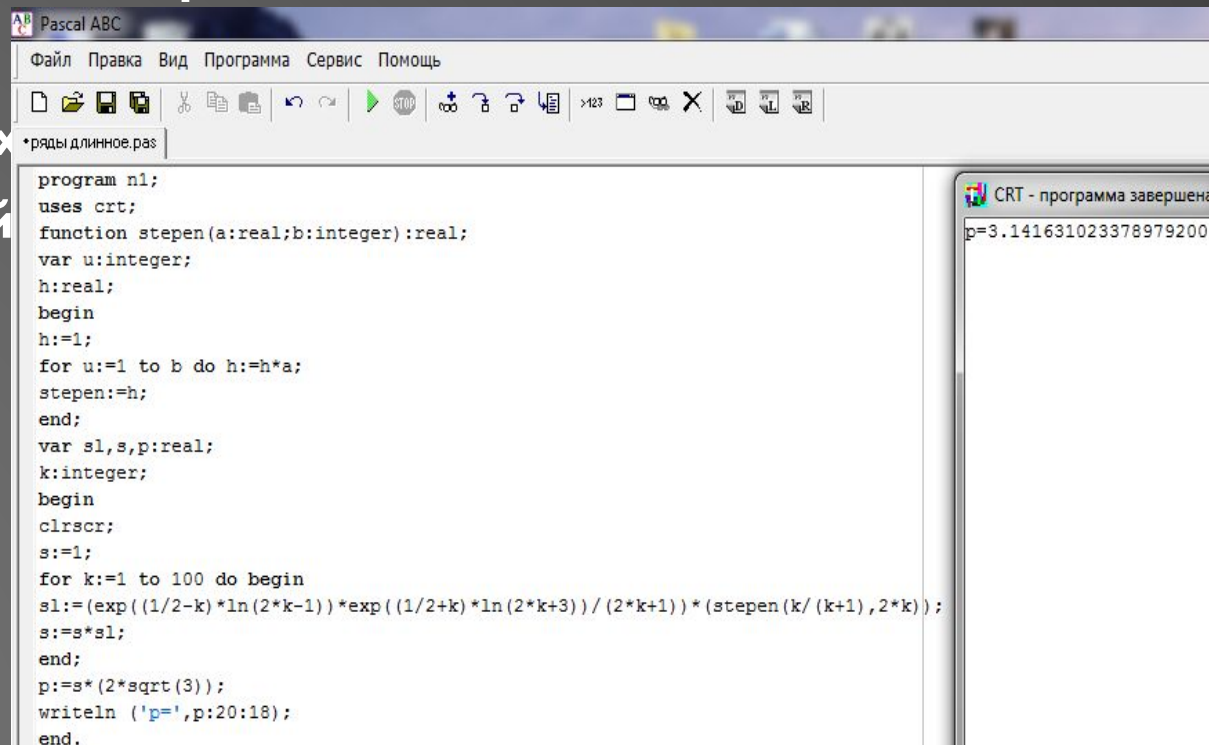
3,14159265358979323846

ОЦЕНОЧНОЕ ПОСКОБЛЕНИЕ ЧИСЛА ПИ С ПОМОЩЬЮ РЯДОВ

► Формула
$$\pi = 2\sqrt{3} \prod_{k=1}^{\infty} \frac{(2k-1)^{\frac{1}{2}-k} (2k+3)^{k+\frac{1}{2}}}{2k+1} \left(\frac{k}{k+1} \right)^{2k}$$

► Вычисления на компьютере:

► Количество верных
знаков после запятой



```
program n1;
uses crt;
function stepen(a:real;b:integer):real;
var u:integer;
h:real;
begin
h:=1;
for u:=1 to b do h:=h*a;
stepen:=h;
end;
var s1,s,p:real;
k:integer;
begin
clrscr;
s:=1;
for k:=1 to 100 do begin
s1:=(exp((1/2-k)*ln(2*k-1))*exp((1/2+k)*ln(2*k+3))/(2*k+1))*(stepen(k/(k+1),2*k));
s:=s*s1;
end;
p:=s*(2*sqrt(3));
writeln('p=',p:20:18);
end.
```

CRT - программа завершена
p=3.141631023378979200

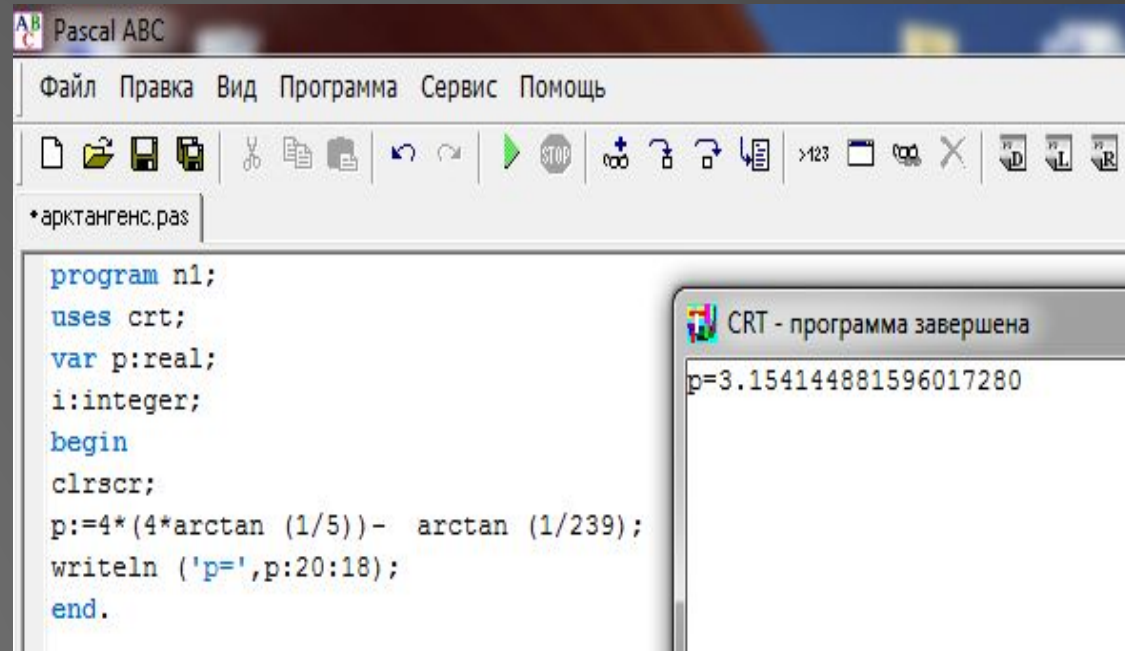
3,14159265358979323846

ФОРМУЛА ДЖОНА МЭЧИНА

► Формула
$$\frac{\pi}{4} = 4 \operatorname{arctg} \frac{1}{5} - \operatorname{arctg} \frac{1}{239}$$

► Вычисления на компьютере:

► Количество верных знаков после запятой: 1



```
program n1;
uses crt;
var p:real;
i:integer;
begin
  clrscr;
  p:=4*(4*arctan (1/5))- arctan (1/239);
  writeln ('p=',p:20:18);
end.
```

CRT - программа завершена

p=3.154144881596017280

3,14159265358979323846

АЛГОРИТМ БРЕНТА-САЛАМИНА

Формула:

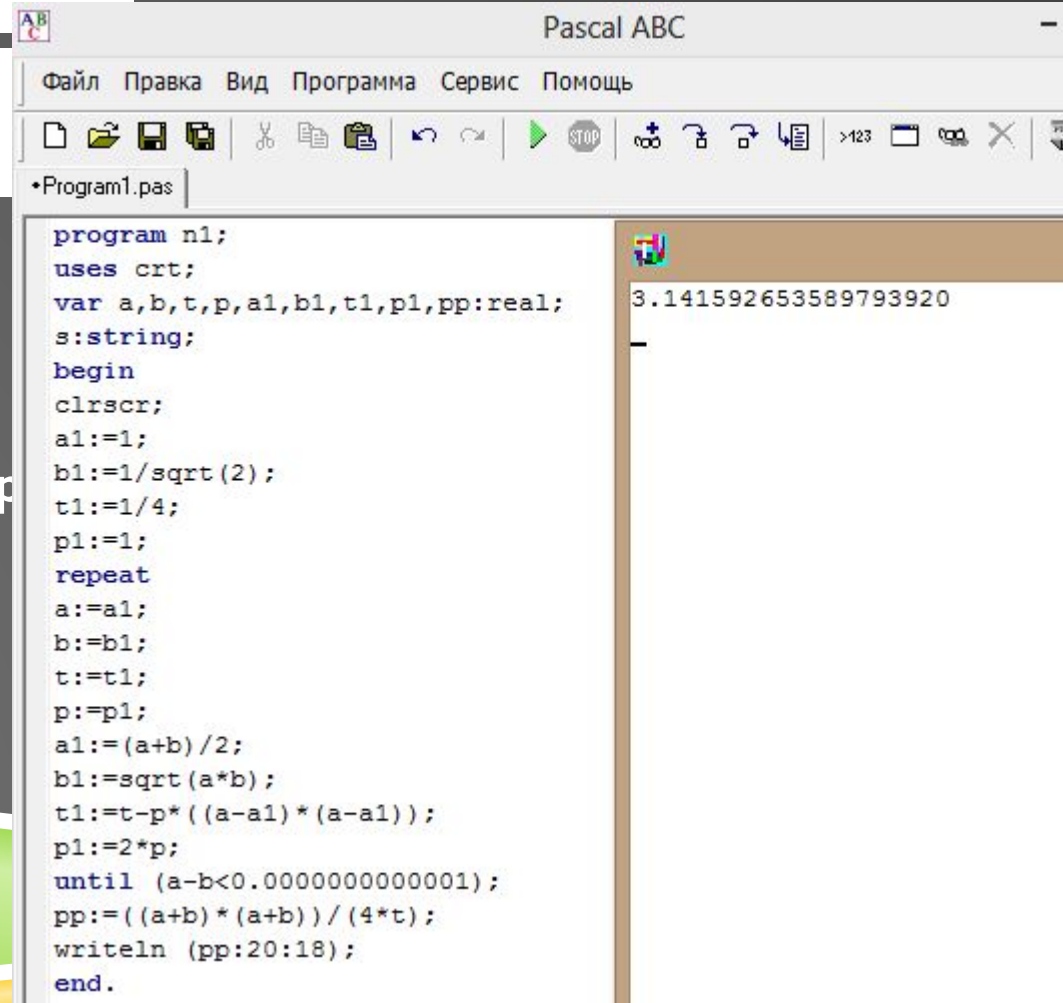
$$a_0 = 1 \quad b_0 = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad t_0 = \frac{1}{4} \quad p_0 = 1$$

$$a_{n+1} = \frac{a_n + b_n}{2} \quad b_{n+1} = \sqrt{a_n b_n}$$
$$t_{n+1} = t_n - p_n(a_n - a_{n+1})^2 \quad p_{n+1} = 2p_n$$

$$\pi \approx \frac{(a_n + b_n)^2}{4t_n}.$$

- ▶ Вычисления на компьютере
- ▶ Количество верных знаков после запятой: 15

3,14159265358979323846



```
program n1;
uses crt;
var a,b,t,p,a1,b1,t1,p1,pp:real;
s:string;
begin
clrscr;
a:=1;
b:=1/sqrt(2);
t:=1/4;
p:=1;
repeat
a:=a1;
b:=b1;
t:=t1;
p:=p1;
a1:=(a+b)/2;
b1:=sqrt(a*b);
t1:=t-p*((a-a1)*(a-a1));
p1:=2*p;
until (a-b<0.000000000000001);
pp:=((a+b)*(a+b))/(4*t);
writeln (pp:20:18);
end.
```

ВЫВОД

После анализа решенных мною задач, я выяснила, что наиболее точными способами нахождения числа π на компьютере являются:

- ▶ Ряд Мадхавы (15 знаков)
- ▶ Формула Лейбница (11 знаков)
- ▶ Алгоритм Brenta-Саламина (15 знаков)

Классические системы программирования, к которым относится Pascal, не пригодны для вычислений больших и очень маленьких чисел, поэтому, в приведенных мною примерах, я не достигла точности, описанной в литературе.

ВЫВОДЫ И ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Благодаря данной работе:

- ▶ Я научилась составлять программы для вычисления числа π различными способами; из этих способов я выбрала наиболее точные
- ▶ Познакомилась с историей числа π
- ▶ Узнала основные способы нахождения числа π