

# Признаки параллелограмма

Цель урока:

Рассмотреть признаки параллелограмма и закрепить полученные знания в процессе решения задач.

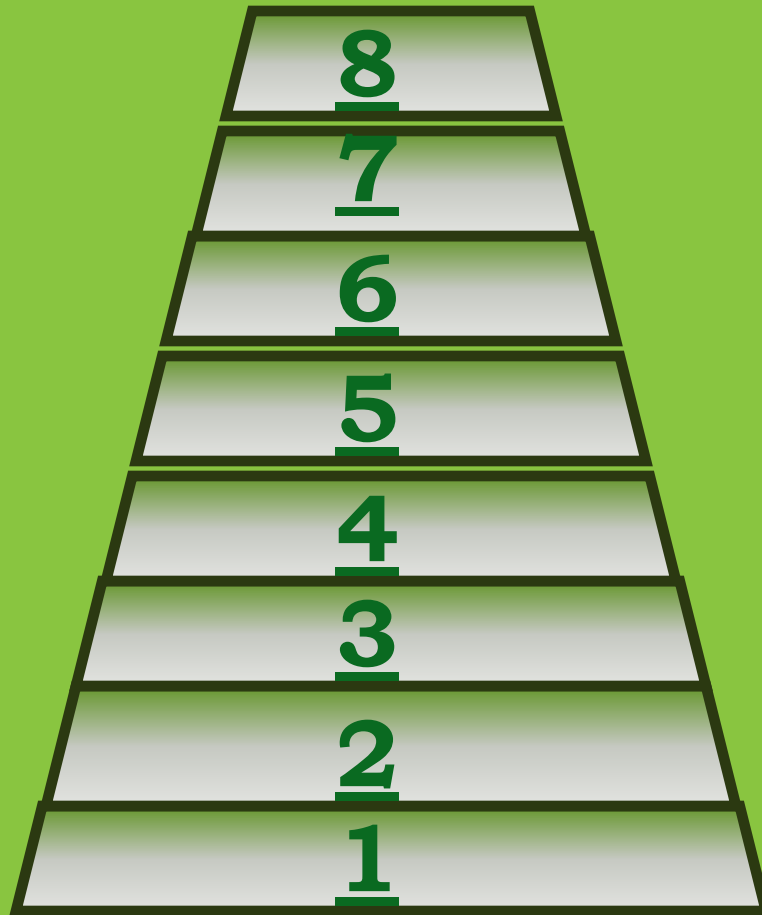
# свойства

# параллелограмма

1°. Биссектриса угла параллелограмма отсекает от него равнобедренный треугольник.

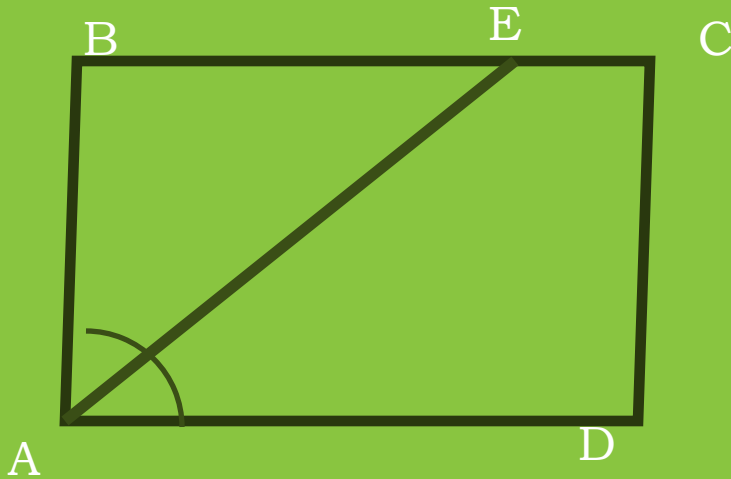
2°. Биссектрисы соседних углов параллелограмма перпендикулярны, а биссектрисы противоположных углов параллельны или лежат на одной прямой.

# Индивидуальная работа по карточкам



# 1°. Биссектриса угла

параллелограмма отсекает от него  
равнобедренный треугольник.



*Дано:*

ABCD – параллелограмм,

AE – биссектриса угла BAD.

*Доказать:*  $\triangle ABE$  –  
равнобедренный.

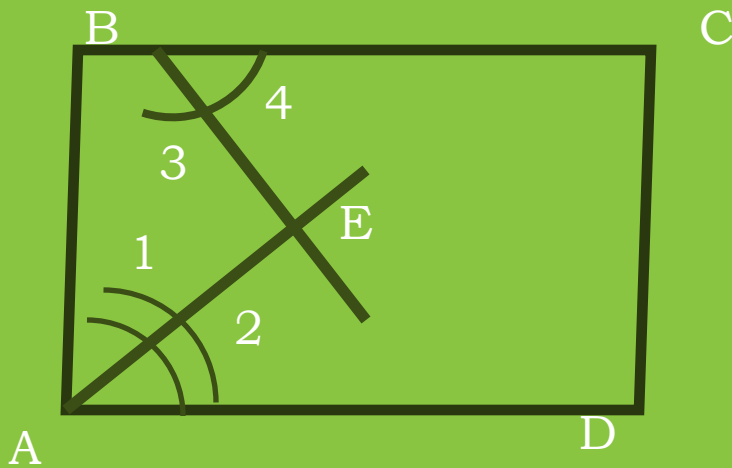
Доказательство:

Так как ABCD – параллелограмм, значит  $BC \parallel AD$ , тогда угол EAD = углу BEA как накрест лежащие при параллельных прямых BC и AD и секущей AE. AE – биссектриса угла BAD, значит, угол BAE = углу EAD, поэтому угол BAE = углу BEA.

В  $\triangle ABE$  угол BAE = углу BEA, значит,  $\triangle ABE$  – равнобедренный с основанием AE.

**2. Биссектрисы соседних углов параллелограмма перпендикулярны, а биссектрисы противоположных углов параллельны или лежат на одной прямой.**

*Дано:*



ABCD –параллелограмм,

BE –биссектриса угла CBA,

AE – биссектриса угла BAD.

**Доказать:  $BE \perp AE$**

Доказательство:

AE – биссектриса, следовательно  $\angle 1 = \angle 2$ . BE – биссектриса  $\Rightarrow \angle 3 = \angle 4$ . В параллелограмме сумма углов, прилежащих к одной стороне, равна  $180^\circ$ , поэтому  $\angle ABC + \angle BAD = 180^\circ$ , то есть  $\angle 1 + \angle 2 + \angle 3 + \angle 4 = 180^\circ$ . Так как  $\angle 1 = \angle 2, \angle 3 = \angle 4$ , то  $2 \cdot (\angle 1 + \angle 3) = 180^\circ, \angle 1 + \angle 3 = 90^\circ$ . В  $\triangle ABE = 180^\circ - (\angle 1 + \angle 3) = 90^\circ$ , то есть  $BE \perp AE$ .

**Свойст**<sup>?</sup>

**во**

**Обратная  
теорема**

**Призна**<sup>?</sup>

**к**

СВОЙСТВА

ПРИЗНАКИ



## СВОЙСТВА

Если  
наступила  
осень, то  
становится  
холодно,  
падают  
листья,  
идут  
холодные  
затяжные  
дожди



## ПРИЗНАКИ

Если  
становится  
холодно,  
падают  
листья,  
идут  
холодные  
затяжные  
дожди, то  
это  
осень

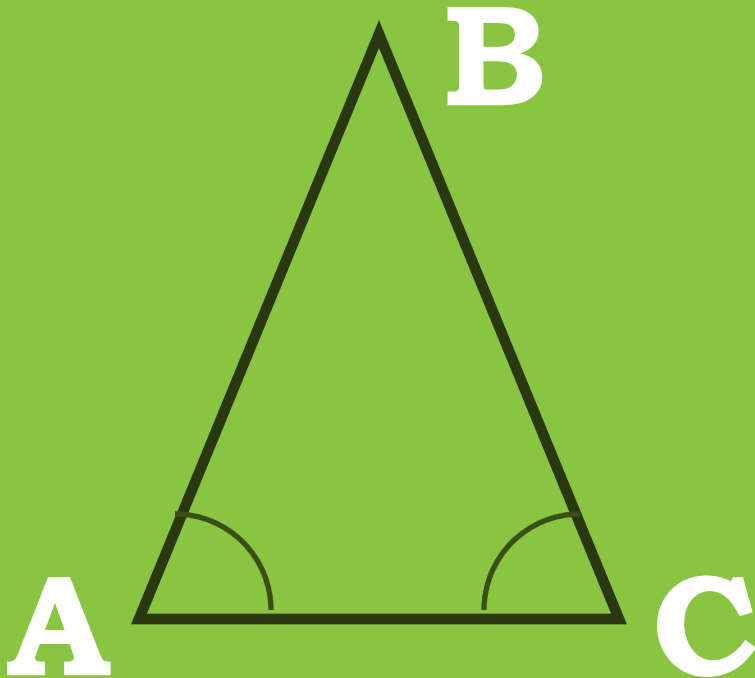


# СВОЙСТВО равнобедренно ГО треугольника

В равнобедренном  
треугольнике углы при  
основании равны

## Призна

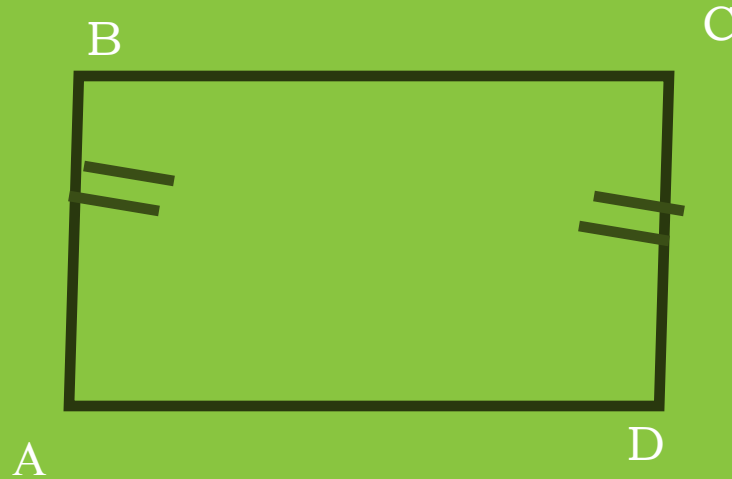
Если в треугольнике  
углы при основании  
равны, то ЭТОТ  
треугольник  
равнобедренный.



# Признаки параллелограмма

1. Если в четырехугольнике две стороны равны и параллельны, то это четырехугольник – параллелограмм.
2. Если в четырехугольнике противоположные стороны попарно равны, то этот четырехугольник – параллелограмм.
3. Если в четырехугольнике диагонали пересекаются и точкой пересечения делятся пополам, то этот четырехугольник – параллелограмм.

1°. Если  $AB=CD$  и  $AB \parallel CD$ , то  $ABCD$ -параллелограмм.



Дано:

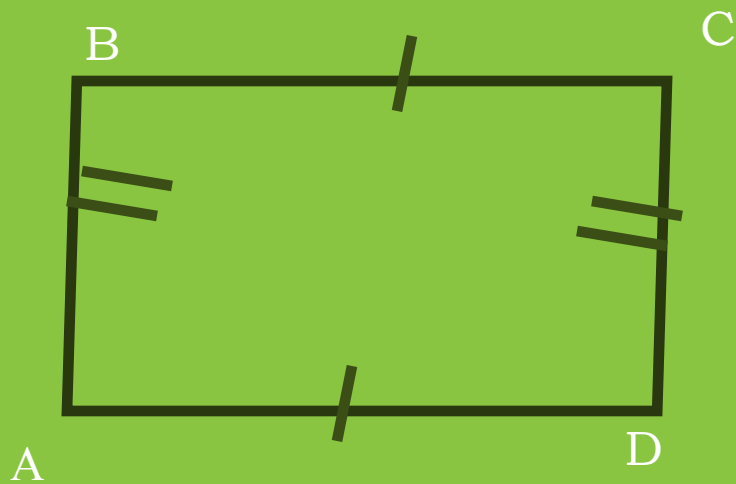
$ABCD$  – четырехугольник.

$AB=CD$  и  $AB \parallel CD$ .

Доказать, что  $ABCD$ -параллелограмм.

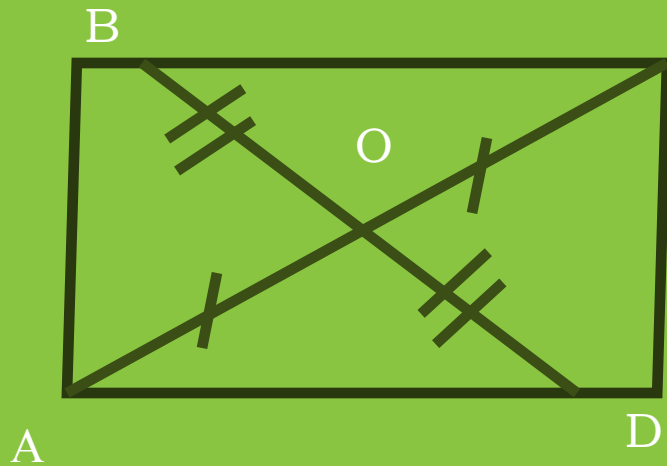
Доказательство:

2°. Если  $AB=CD$  и  $BC=AD$ , то  $ABCD$ -  
параллелограмм.



Дано:  
 $ABCD$  – четырехугольник.  
 $AB=CD$  и  $BC=AD$ .  
Доказать, что  $ABCD$ -  
параллелограмм.

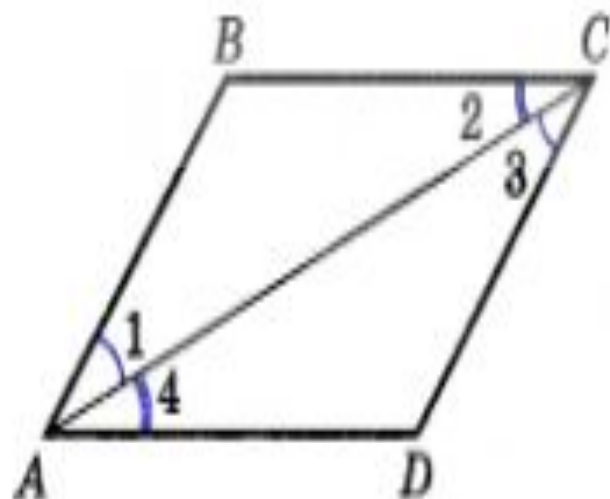
3°. Если  $AC \cap BD = O$  и  $BO = OD, AO = OC$ , то  $ABCD$ -параллелограмм.



С Дано:  
 $ABCD$  –четырехугольник.  
 $AC \cap BD = O$  и  $BO = OD, AO = OC$ .  
Доказать, что  $ABCD$ -  
параллелограмм.

На рисунке в четырехугольнике  $ABCD$   $\angle 1 = \angle 3$ ,  $\angle 2 = \angle 4$ .

Докажите, что четырехугольник  $ABCD$  — параллелограмм.



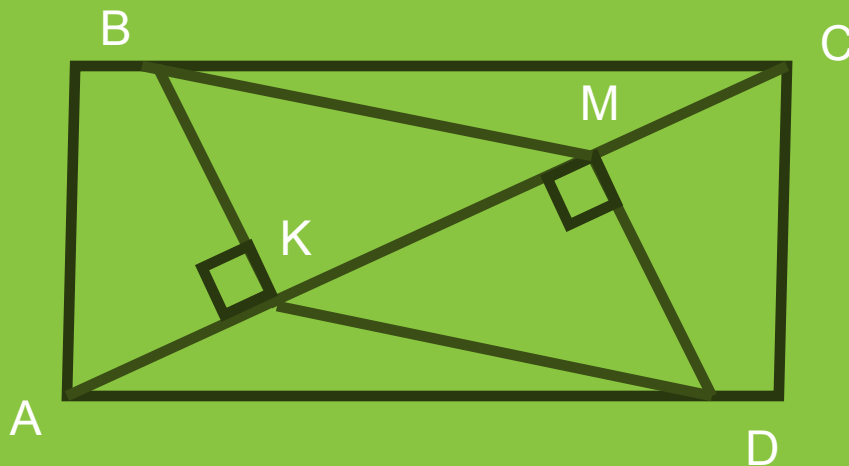
Доказательство.

1) Так как  $\angle 1 = \angle 3$ , а эти углы — \_\_\_\_\_ при пересечении прямых \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ секущей \_\_\_\_\_, то прямые \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ параллельны.

2) Так как  $\angle 2 = \angle 4$ , то прямые \_\_\_\_\_ и \_\_\_\_\_ также параллельны.

Итак, четырехугольник  $ABCD$  — параллелограмм, так как его стороны \_\_\_\_\_

# Задача № 379.



Дано:

ABCD –параллелограмм,

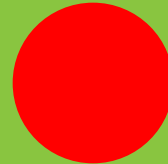
$BK \perp AC, DM \perp AC$

Доказать: BMDK –  
параллелограмм.





# Самостоятельное решение задач



# Задача №1.

Дано:

$ABCD$ - параллелограмм,  $M$ - середина  $BC$ ,  $N$  – середина  $AD$ .

Доказать:  $AMCN$  – параллелограмм.

Доказательство:

Так как  $M$  – середина  $BC$ ,  $N$  – середина  $AD$ , то  $BM=MC$ ,  $AN=ND$ . Но  $BC=AD$  как противоположные стороны параллелограмма, тогда  $MC = AN$ .  $BC \parallel AD$  как противоположные стороны параллелограмма, значит  $MC \parallel AN$ . В четырехугольнике  $AMCN$  противоположные стороны  $MC$  и  $AN$  равны и параллельны, следовательно,  $AMNC$  – параллелограмм.



# Задача №2.

Дано:

$\triangle ABC$  - треугольник,  $AM$  - медиана,  
 $D \in AM$ ,  $AM = MD$ .

Доказать:  $ABDC$  - параллелограмм.

Доказательство:

Так как  $AM$  – медиана  $\triangle ABC$ , то  $CM = BM$ . По Построению  $AM = DM$ .

Получили, что в четырехугольнике  $ABDC$  диагонали  $AD$  и  $BC$  пересекаются в точке  $M$  и точкой пересечения делятся пополам, следовательно,  $ABDC$  – параллелограмм.



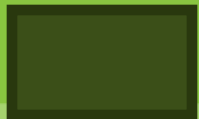
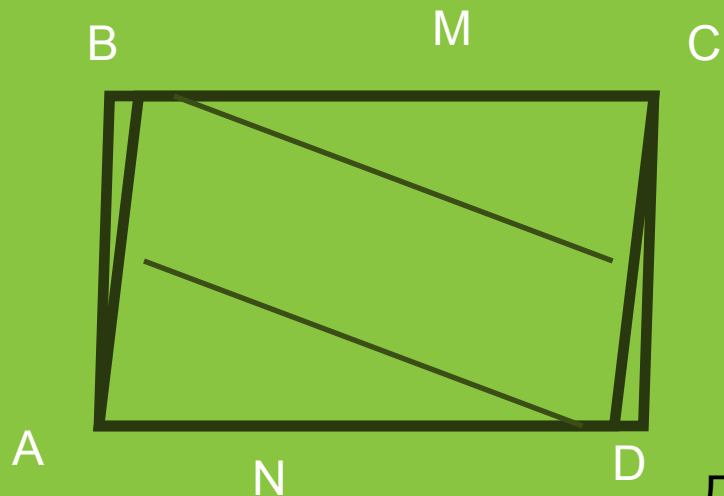
# Задача №3.

Дано:

$ABCD$ - параллелограмм,  $K, L, M$  и  $N$ -  
середины сторон соответственно  $AB$ ,  
 $BC$ ,  $CD$ ,  $AD$ .

Доказать, что четырехугольник с  
вершинами в точках пересечения  
прямых  $AL$ ,  $BM$ ,  $CN$ ,  $DK$  -  
параллелограмм.

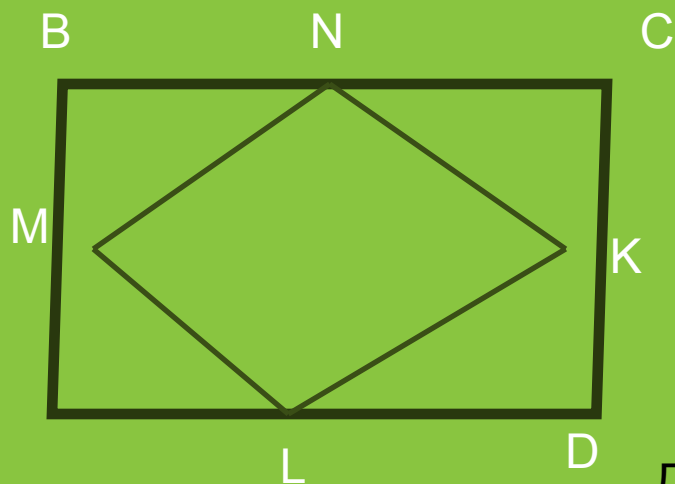
Доказательство:



# Задача №4.

Дано:

ABCD- параллелограмм, K,L,M и N-  
середины сторон соответственно AB,  
BC, CD, AD.



Доказать, что четырехугольник с  
вершинами в точках пересечения  
прямых AL, BM, CN, DK -  
параллелограмм.

Доказательство:

По условию задачи  $AM:MB=BN:NC=CK:KD=DL:AL$ . В  
параллелограмме ABCD  $AB=CD$ ,  $BC=AD$ , тогда  $AM=CK$ ,  $BM=KD$ ,  
 $BN=DL$ ,  $NC=LA$ .  $\triangle NCK=\triangle LAM$ ,  $\triangle MBN=\triangle DKL$  по двум  
сторонам и углу между ними ( угол A=углу C, угол  
B=углу D как противолежащие углы параллелограмма),  
тогда  $MN=KL$ ,  $NK=ML$ , следовательно, в  
четырехугольнике MNKL противолежащие стороны  
равны, а это значит, что MNKL – параллелограмм.



# Домашнее задание

П. 43, вопрос 9.

Решить задачи №383, №373, №374( устно); решить задачу №12 из рабочей тетради.