ст. Вёшенская

МОУ ВСШ
им. М.И. Платова

учитель математики

Калинина Елена Владимировна

2008-2009 уч. год

Человеку, изучающему алгебру, часто полезнее решить одну задачу тремя различными способами, чем решать три-четыре различные задачи. Решая одну задачу различными способами, можно путем сравнения выяснить, какой из них короче и эффективнее. Так вырабатывается опыт.

У.У. Сойер

Урок одной задачи

Различные способы решения квадратных уравнений

Цели:

- - систематизировать различные способы решения квадратных уравнений, дать представление учащимся о важных вехах истории развития математики;
- -обучать поискам нескольких способов решения одной задачи и умению выбирать из них наиболее оригинальный , оптимальный;
- - развивать навыки работы с дополнительной литературой, историческим материалом, формировать интерес к изучению математики

Находки древности

Методы решения квадратных уравнений были известны ещё в давние времена. Их умели решать вавилоняне (около 2 тыс. лет до н.э.). Об этом свидетельствуют найденные клинописные тексты задач с решениями в виде уравнений. Также они излагались в вавилонских рукописях царя Хаммурапи.

Евклид

В трудах древнегреческого математика Евклида и многих математиков древности квадратные уравнения решались геометрическим способом

Для решения квадратных уравнений поступали следующим образом.

I	II
III	IV

$x^2+10x=39$

Пусть AB =x, BC=5, (10:2)

AC=AB+BC $S_1+S_2+S_3=x^2+10x=39$

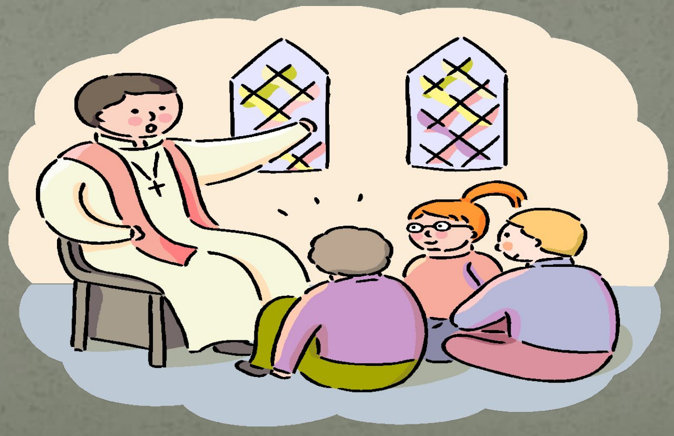
Если $S_1+S_2+S_3+S_4=x^2+10x=39+25$

$(x+5)^2=64$ $x+5=8, x=3$

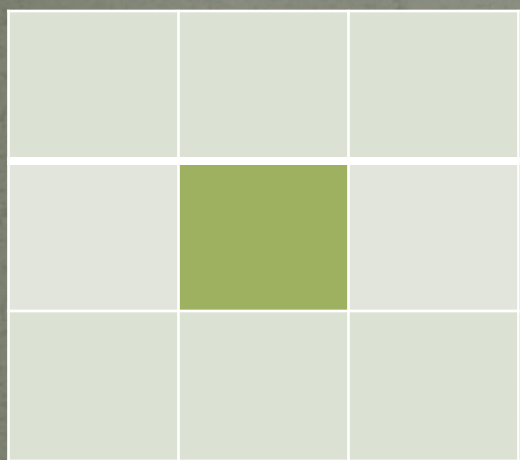
Число 3 является корнем уравнения, ведь отрицательных чисел тогда не знали

Аль - Хорезми

В трактате «Китаб аль-джебр валь-мукабала» хорезмский математик разъяснил приёмы решения уравнений $ax^2 = вx$, $ax^2 = c$ и т.д .(буквами *а, в, с* обозначены лишь положительные числа) и отыскивает лишь положительные корни



Так решал эту же задачу ал-Хорезми в 825году



Строим квадрат со стороной x и на его сторонах – 4 прямоугольника высотой $\frac{10}{4}$
В углах фигуры построим 4 квадрата со стороной $\frac{10}{4}$. Подсчитаем площадь получившегося большого квадрата:

$$x^2 + 4\frac{10}{4}x + (\frac{10}{4})^2 = x^2 + 10x + (\frac{10}{4})^2$$

По условию $x^2+10x=39$

$$39 + (\frac{10}{4})^2 * 4 = 39 + 25 = 64$$

Значит его сторона равна 8, тогда x=3
(Ал-Хорезми не признавал отрицательных чисел).

Древнегреческий математик Диофант

3 век нашей эры

$$x^2 - 20x + 96 = 0$$

Пусть сумма двух чисел 20, а произведение 96.
Предположим , что их разность 2z.
Большее из искомых чисел (z+10) , а меньшее (-10 –z)
Таким образом (10+z)(10-z)=96

z=2

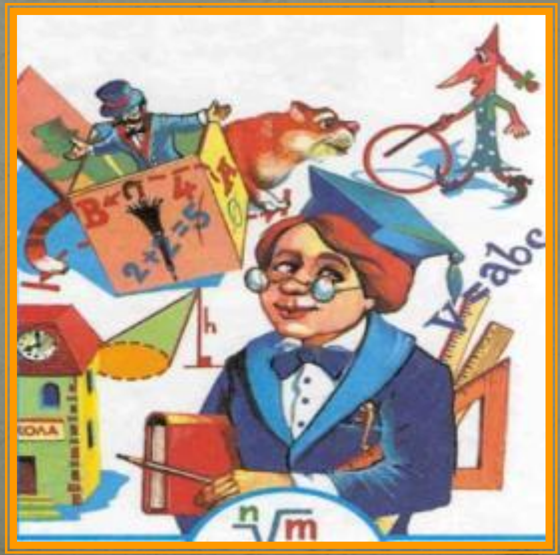
Следовательно, большее число равно 12, а меньшее8

Не каждое уравнение можно решить данным методом

М. Штифель (1487-1567)

И. Ньютон(1643-1727)

Общее правило решения квадратных уравнений, приведённых к виду $x^2 + bx = c$, было сформулировано немецким математиком Штифелем. После трудов Рене Декарта и Исаака Ньютона способ решения квадратных уравнений принял современный вид, как для положительных корней, так и для отрицательных.

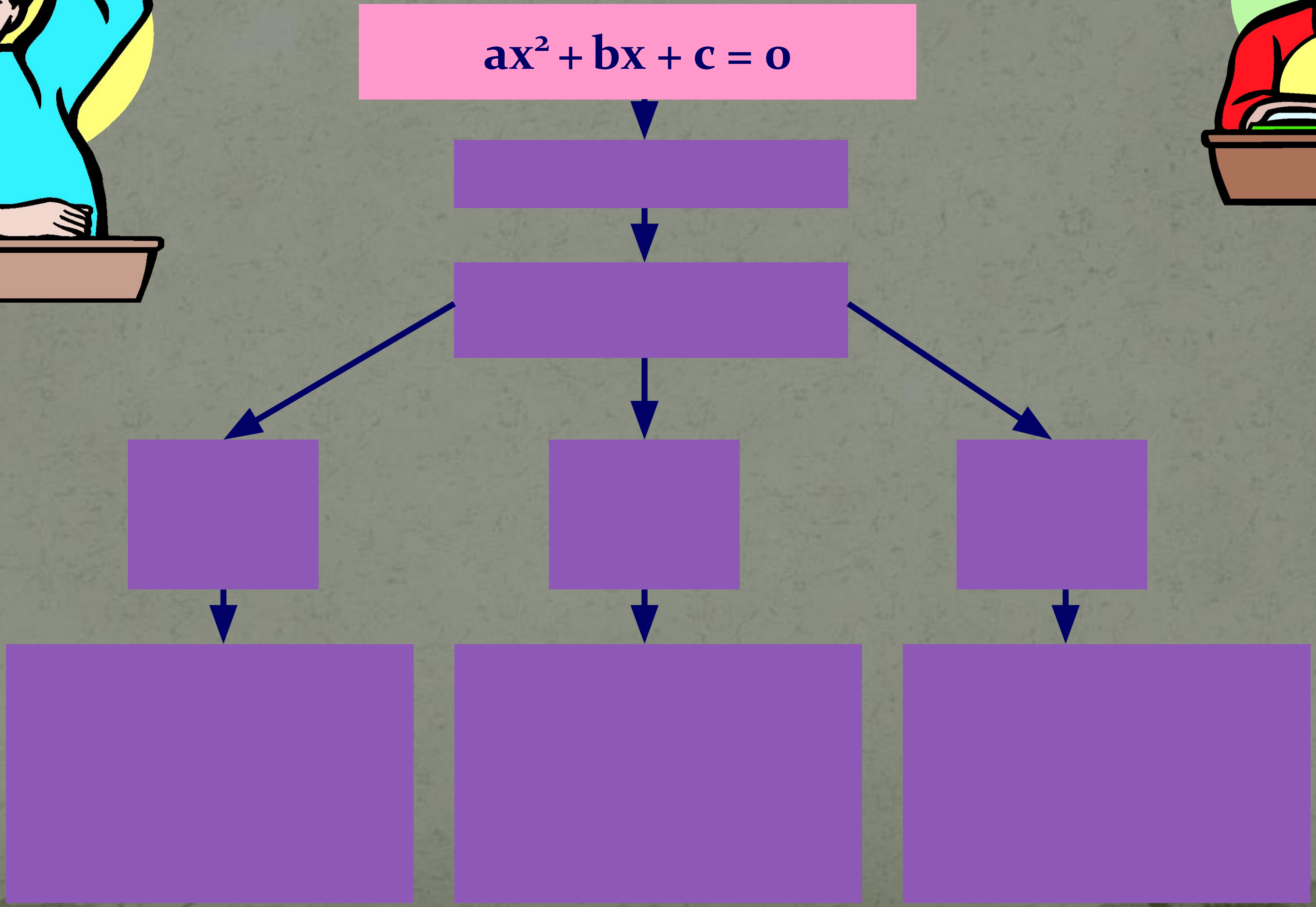


Франсуа Виет(1540-1603)

Именно этим французским математиком впервые были введены буквенные обозначения. До этого пользовались громоздкими словесными формулировками.
Например: «Квадрат и число 24 равны одиннадцати корням» или
$x^2 + 24 = 11x$
Формулы, выражающие зависимость корней от его коэффициентов, были выведены Виетом в 1591г.

С 1591 г. мы пользуемся формулами при решении квадратных уравнений

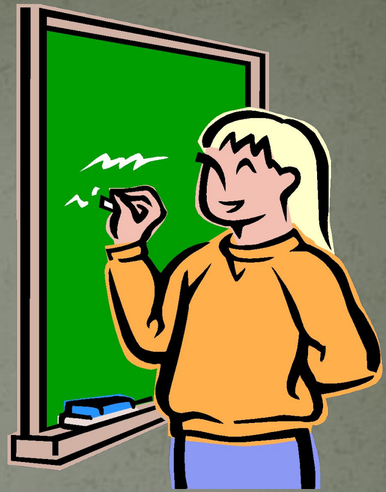
Вспомни алгебраический способ решения квадратных уравнений.



$ax^2 + bx + c = 0$

Выпишите коэффициенты a, b, c

Дискриминант
$D = b^2 - 4ac$



$D > 0$	$D = 0$	$D < 0$
Два корня $x_{1,2} = \dfrac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$	**Один корень** $x = -\dfrac{b}{2a}$	**Уравнение не имеет действительных корней**

Формулировка т. Виета. Обратная т. Виета. Зависимость знаков корней квадратного уравнения, от коэффициентов.

Т: Если x_1 и x_2 - корни уравнения $ax^2+bx+c=0$,

то $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$; $x_1x_2=\frac{c}{a}$.

Т: Если $x_1+x_2=-\frac{b}{a}$; $x_1x_2=\frac{c}{a}$,

то числа x_1 и x_2 - корни уравнения $ax^2+bx+c=0$.

Т: Пусть дано уравнение $ax^2+bx+c=0$

с двумя различными действительными корнями. Тогда:

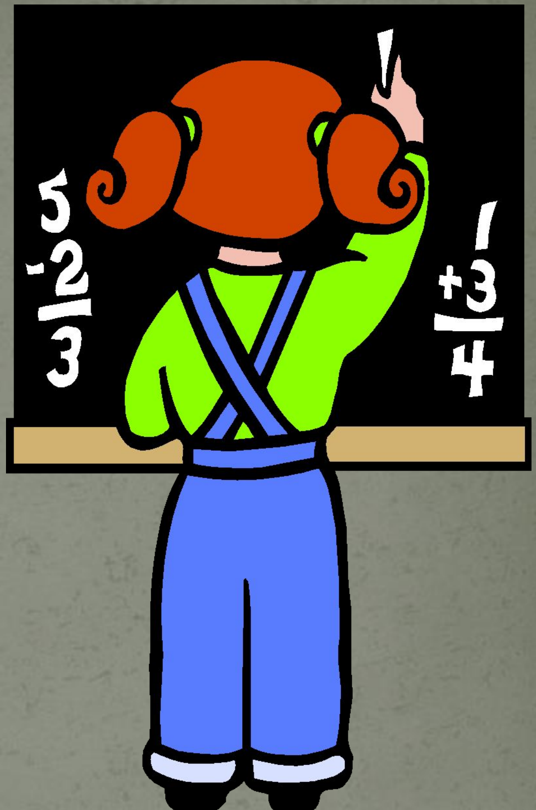
1. Если $ac>0$ и $ab>0$, то оба корня отрицательны;
2. Если $ac>0$ и $ab<0$, то оба корня положительны;
3. Если $ac<0$, то корни имеют разные знаки.

Если второй коэффициент уравнения чётный , можно использовать иную формулу – формулу чётных коэффициентов.

$$ax^2 + 2mx + c = 0;$$

$$x_{1,2} = \frac{-m \pm \sqrt{m^2 - ac}}{a}$$

Квадратные уравнения можно решить, используя свойства «суммы коэффициентов»



Если в уравнении $ax^2 + bx + c = 0$

$$a + в + c = 0$$

то

$$x_1 = 1, x_2 = \frac{c}{a}$$

$$a - в - c = 0$$

то

$$x_1 = -1, x_2 = -\frac{c}{a}$$

Не каждое уравнение можно решить данным методом

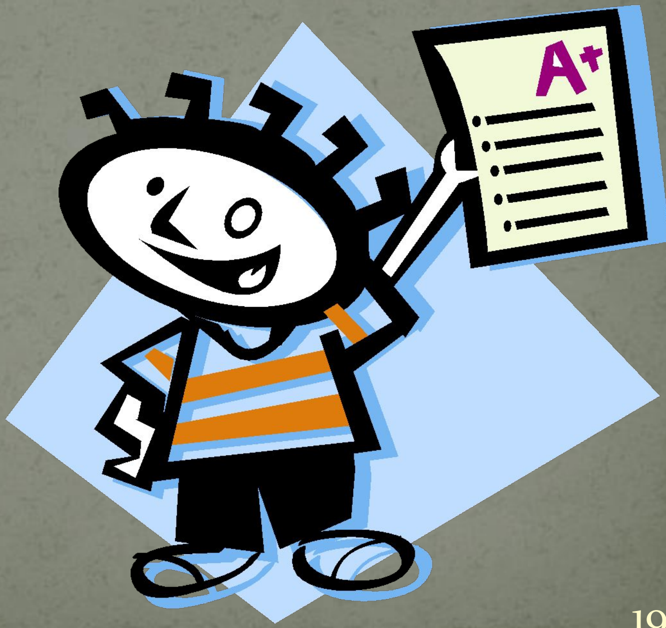
В учебнике мы встречаем задания , где четко обозначено , как решить квадратное уравнение .

В предложенных задачах вы не только решите уравнение, но и узнаете интересные факты.

Задача №1

Известно, что учет населения проводился в Египте и в Китае ещё до нашей эры. Решив квадратное уравнение $4a^2 - 24a + 39 = 0$ вы определите, в каком это было тысячелетии до н.э.

Реши задачу разными способами



Задача №2

На основе статистических данных можно выделить регионы с максимальным сбросом загрязнённых вод: это Краснодарский край и Москва. Сколько процентов общего количества загрязнённых вод дают эти регионы, вы узнаете решив уравнение.

$$x^2 - 19x + 88 = 0$$

Реши задачу разными способами

Кислотные осадки разрушают сооружения из мрамора и других материалов. Исторические памятники Греции и Рима , постояв тысячелетия , за последние годы разрушаются прямо на глазах. «Мировой рекорд» принадлежит одному шотландскому городку , где 10 апреля 1974 г. Выпал дождь , скорее напоминающий столовый уксус , чем воду .Устно решите уравнения , найдите верный ответ и соответствующую ему букву и прочитаете название этого «знаменитого» города

$2\sqrt{x}-8=0$	**Корней нет**	**И**
$x^2+16=0$	28	Х
$2x^2-8=0$	16	О
$\sqrt{x}-6=0$	-1;+1	И
$2\sqrt{x}-8=0$	-2;-8	Р
$\sqrt{x-3}=5$	-2;+2	Т
$4x^2-4=0$	36	Л
$(x+5)^2=9$	-0,7;+0,7	П

Подведение итогов

Наш урок подходит к концу, подумайте о том с какой пользой для вас прошёл этот урок, начните свой ответ с любого из предложений:

Я знаю, что ...
Я хорошо знаю, что ...
Я должен знать, что ...

*« Теория без практики мертва и бесплодна, практика без теории невозможна и пагубна.
Для теории нужны знания, для практики, сверх того, и умение»*

На уроке мы рассмотрели различные способы
Решения квадратных уравнений.
Квадратные уравнения – это фундамент, на котором покоится алгебра.

До новых встреч!

Желаю творческих успехов