Закон распределения случайной дискретной величины

Понятие дискретной случайной величины

Величина называется случайной, если она принимает различные результаты при проведении опыта, причем вероятность каждого исхода различна.

Случайная величина называется дискретной, если в пределах одного опыта, количество значений которые она может принимать, конечно.

Закон распределения случайной величины

Законом распределения *дискретной случайной величины* называют соответствие между ее возможными значениями и вероятностями их появления. Закон распределения можно задать таблично, аналитически (в виде формулы Бернулли) и графически (в виде многоугольника распределения).

Табличное задание закона распределения:

X	X1	X2	X3	…	Xn
P	P1	P2	P3	…	Pn

Здесь x_1, x_2, x_3,…,x_n — значения, которые может принять случайная дискретная величина X и их вероятности $p_1=P(X=x_1)$, $p_2=P(X=x_2)$, $p_3=P(X=x_3)$, $p_4=P(X=x_4)$, $p_n=P(X = x_n)$ и $p_1+p_2+p_3+p_4+\ldots+p_n=1$.

Формула Бернулли

Формула Бернулли — формула в теории вероятности, позволяющая находить вероятность появления события А при независимых испытаниях. Формула Бернулли позволяет избавиться от большого числа вычислений — сложения и умножения вероятностей — при достаточно большом количестве испытаний. Названа в честь выдающегося швейцарского математика Якоба Бернулли, выведшего формулу.

Испытание называется независимым от события А если вероятность появления события А в каждом испытании не зависит от результатов проведения испытаний.

$$P_n(m) = C_n^m p^m q^{n-m}$$

где n – количество независимых испытаний;
p – вероятность наступления события А;
q – вероятность того, что событие А не произойдет, q = 1 – p;
m – количество раз, когда событие А не произошло при n различных испытаний (m < n).

Понятие математического ожидания

Математическое ожидание – понятие среднего значения, одна из важнейших характеристик распределения вероятностей случайной величины. Для случайной величины *X*, принимающей последовательность значений $x_1, x_2, \ldots, x_n$, с вероятностями, равными соответственно $p_1, p_2, \ldots, p_n$, математическое ожидание определяется формулой:

$$M_x = \sum_{i=1}^{k} x_i p_i$$

где k – количество независимых испытаний;

x_i – значение случайной дискретной величины;

p_i – вероятность значения случайной дискретной величины;

Понятие дисперсии

Дисперсия (от лат. dispersio - рассеяние) в математической статистике и теории вероятностей - мера рассеивания (отклонения от среднего). В статистике дисперсия есть среднее арифметическое из квадратов отклонений наблюденных значений (x1, x2,…,xn) случайной величины от их среднего арифметического. В теории вероятностей дисперсия случайной величины X называется математическое ожидание Е $(X — m_x)^2$ квадрата отклонения X от её математического ожидания m_x= Е (X). Дисперсия случайной величины X обозначается через D (X) или через s^2_X.

$$D_x = (x - M_x)^2$$

Задача на нахождение закона распределения

Найти распределение вероятности числа очков, выпавших на кубике с первого броска, математическое ожидание и дисперсию.

Решение.

Выпадение любой грани равновероятно, так что распределение будет выглядеть так:

X	1	2	3	4	5	6
P	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6	1/6

Математическое ожидание:

$$M_x = 1 * \frac{1}{6} + 2 * \frac{1}{6} + 3 * \frac{1}{6} + 4 * \frac{1}{6} + 5 * \frac{1}{6} + 6 * \frac{1}{6} = \frac{21}{6} = 3.5$$

Дисперсия:

$$D_x = \frac{1}{6}\left((1-3,5)^2 + ((2-3,5)^2 + ((3-3,5)^2 + ((4-3,5)^2 + ((5-3,5)^2 + ((6-3,5)^2\right) = \frac{35}{12} \approx 2,9$$