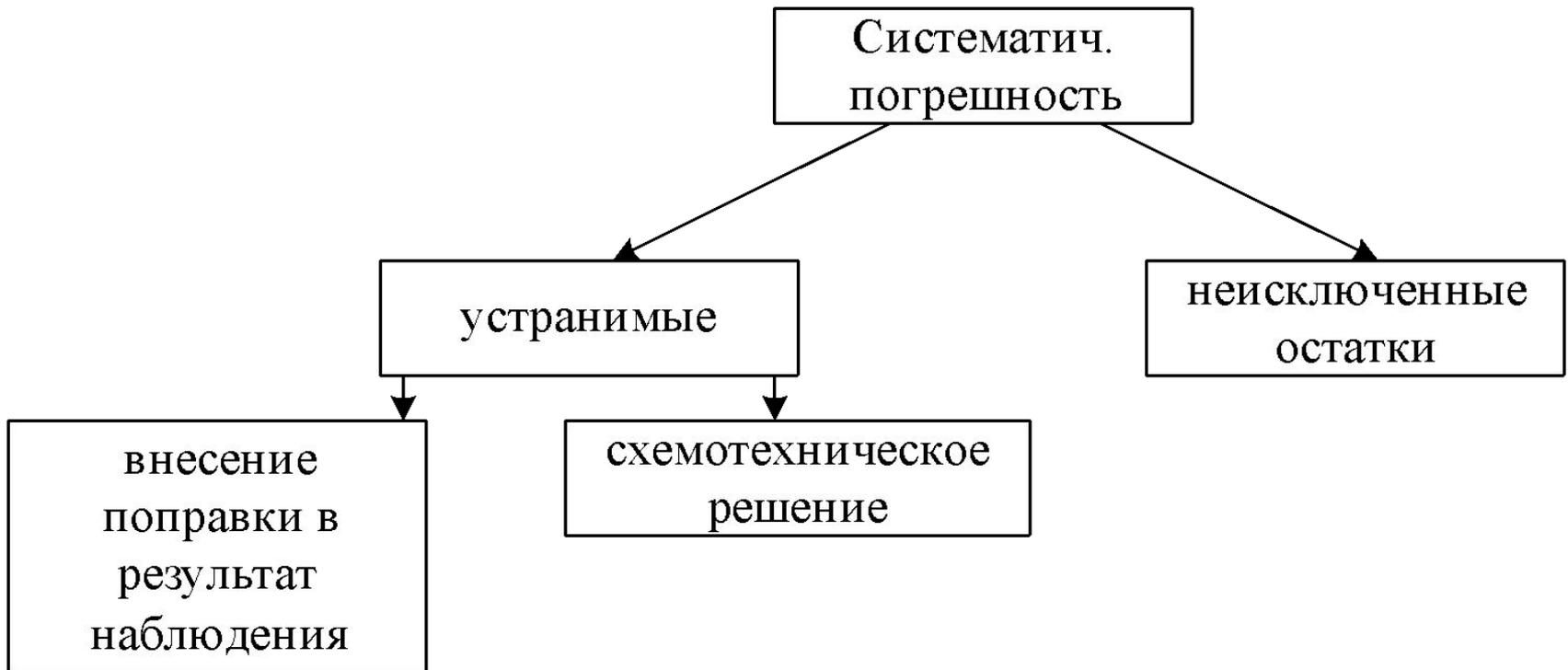


# Лекция №3. Погрешности по характеру изменения.

## Систематическая погрешность

Систематической погрешностью - называется составляющая погрешности измерения, остающаяся постоянной или закономерно меняющаяся при повторных измерениях одной и той же величины.



# Факторы, влияющие на систематическую погрешность

**Объект измерений**



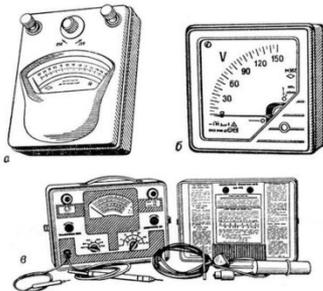
**Экспериментатор**



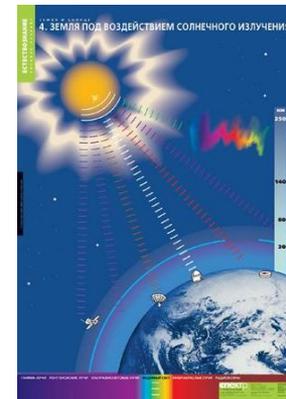
**Средство измерений**



**Методы и способы измерений**



**Условия измерения**



Результат измерения можно записать как сумму истинного значения, случайной и систематической погрешностей

$$x_i = x_0 + \overset{0}{\Delta}_i + \theta_i$$

Среднее арифметическое значение измеряемой величины

$$\bar{x} = \frac{1}{n} \sum_1^n x_i = x_0 + \frac{1}{n} \sum_1^n \overset{0}{\Delta}_i + \frac{1}{n} \sum_1^n \theta_i$$

Т.к. систематическая погрешность одинакова во всех наблюдениях, то

$$\frac{1}{n} \sum_1^n \theta_i = \theta$$

Следовательно

$$\bar{x} = x_0 + \frac{1}{n} \sum_1^n \overset{0}{\Delta}_i + \theta$$

## Систематическая погрешность

Внесение поправок в результат наблюдения:

*Поправка* — это значение величины, вводимое в неисправленный результат измерения с целью исключения составляющих систематической погрешности.

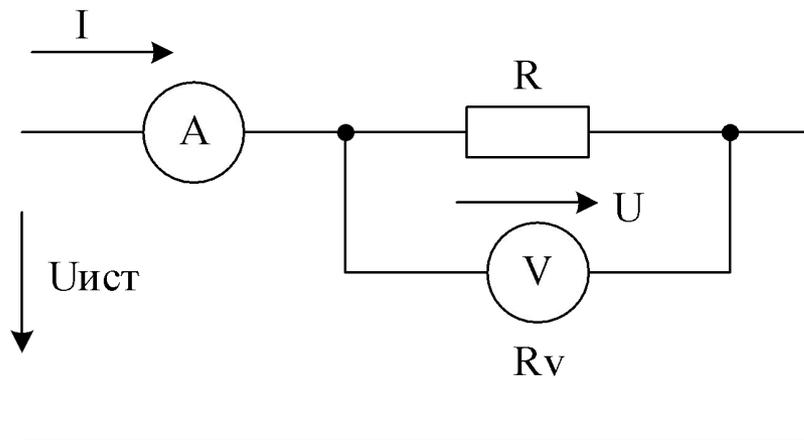
### Поправка ( $\nabla$ )

- аддитивная  $Q = X_{\text{изм}} + \nabla_A$

- мультипликативная  $Q = X_{\text{изм}} \cdot \nabla_M$

$$\nabla = -\Delta_c$$

Пример внесения поправок в результат наблюдения:



1) Действительное падение напряжения на  $R$ :

$$U = IR$$

2) Измеренное вольтметром напряжение:

$$V = I \frac{R \cdot r}{R + r}$$

$$3) \quad U = V \frac{R + r}{R \cdot r} \cdot R$$

$$4) \quad \Delta_c = X - X_0 = V - U = V \left(1 - \frac{R + r}{r}\right) = -\frac{R}{r} \cdot V \quad \Rightarrow \quad \nabla_c = -\Delta_c = \frac{R}{r} \cdot V$$

$$5) \quad \tilde{U} = V + \nabla_c = V - \Delta_c$$

## Численные значения

$$I = 10 \text{ мА}; R_1 = 10 \text{ Ом}; R_2 = 5 \text{ кОм}; r = 10 \text{ кОм}$$

$$U_1 = IR_1 = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 10 = 100 \text{ мВ};$$

$$U_2 = IR_2 = 10 \cdot 10^{-3} \cdot 5 \cdot 10^3 = 50 \text{ В};$$

$$V_1 = I \frac{R_1 r}{R_1 + r} = \text{мВ}; 99,9$$

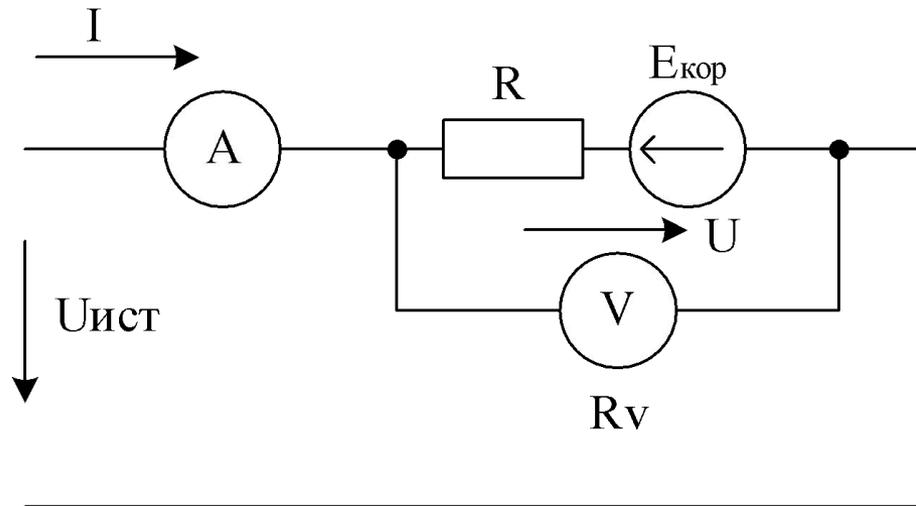
$$V_2 = I \frac{R_2 r}{R_2 + r} = \text{В}; = 33,3$$

$$\delta_1 = \frac{\Delta_c}{X} 100\% = \frac{99,9 - 100}{100} 100\% = -0,1\%;$$

$$\delta_2 = \frac{\Delta_c}{X} 100\% = \frac{33,3 - 50}{50} 100\% = -30,2\%.$$

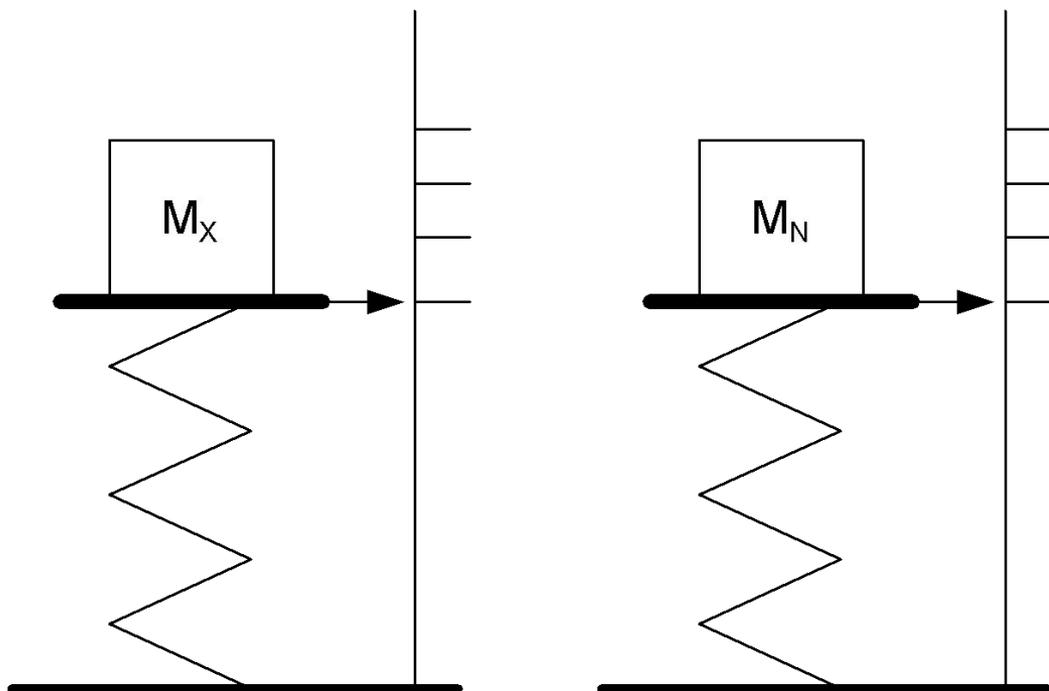
**Вывод:** систематическая погрешность зависит от соотношения выходного сопротивления объекта и входного сопротивления средства измерения

Схемотехническое решение:



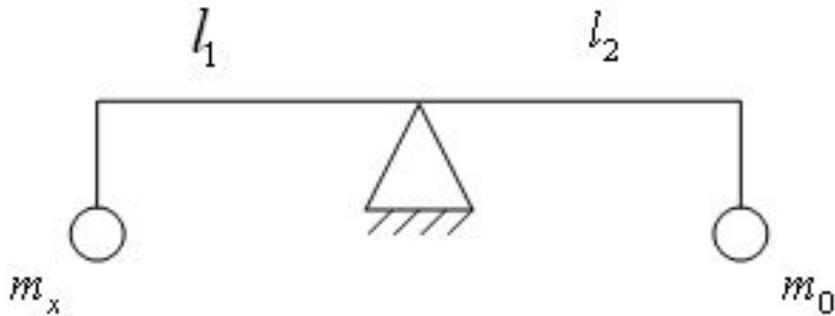
$$E_{кор} = V \frac{R}{r}$$

## Компенсация систематической погрешности. Метод замещения.



Суть метода – производится сравнение путем замены измеряемой величины известной величиной таким образом, чтобы воздействием известной величины привести средство измерения в то состояние, которое оно имело при воздействии измеряемой величины.

# Компенсация систематической погрешности. Метод противопоставления.



Условие равновесия:  $m_x l_1 = m_0 l_2$

если  $l_1 = l_2$  то  $m_x = m_0$

если  $l_1 \neq l_2$  то возникает  $\Delta_c = m_0 \left( \frac{l_1}{l_2} - 1 \right)$

**Сущность метода:**

1)  $m_x l_1 = m_{01} l_2;$

2)  $l_1 \leftrightarrow l_2; \quad m_{02} l_1 = m_x l_2;$

3)  $m_x = \sqrt{m_{01} \cdot m_{02}}.$

**Вывод:** длины плеч не входят в выражение, систематическая погрешность компенсирована.

# Метод рандомизации

Это наиболее универсальный метод исключения постоянных систематических погрешностей. Заключается в том, что одна и та же величина измеряется разными методами (приборами). Систематические погрешности каждого из них для всей совокупности являются случайными величинами. Вследствие этого при увеличении числа измерений составляющие систематической погрешности компенсируются.



# Способ последовательных разностей (критерий Аббе)

Дисперсию можно вычислить двумя способами:

- обычным  $\sigma^2(x) = \frac{\sum (x_i - \bar{x})^2}{n - 1}$

- вычислением суммы квадратов последовательных разностей

$$Q^2(x) = \frac{1}{2(n-1)} \sum_{i=1}^{n-1} (x_{i+1} - x_i)^2$$

Критерий Аббе

$$V = \frac{Q^2(x)}{\sigma^2(x)}$$