Расчет погрешностей косвенных измерений

В большинстве случаев измерение физических величин являются косвенными, т.е. результат определяется на основе расчетов. Например, для определения электрического сопротивления проводника необходимо измерить силу тока в нем и напряжение на его концах. Отношение напряжения к силе тока и даст искомое сопротивление. При этом погрешности рассчитываются иначе.

Пусть искомая величина (*y*) определяется в результате измерений некоторых величин x_1, x_2, x_3, …, x_i, т.е. является функцией от этих величин

$$y = f(x_1, x_2, x_3, \ldots, x_i)$$

Последовательность действий

1). Рассчитайте средние арифметические значения аргументов $<x_1>$, $<x_2>$, …, $<x_i>$ на основе их прямых измерений.

2). Рассчитайте среднее значение искомой величины, подставив в расчетную формулу полученные средние значения аргументов, т.е.

$$<y> = f(<x_1>, <x_2>, <x_3>, \ldots, <x_i>)$$

3). Рассчитайте абсолютную погрешность искомой величины по формуле

$$\Delta y = \sqrt{\sum_{n=1}^{i}\left(\frac{\partial f}{\partial x_n}\Delta x_n\right)^2}$$

где $\frac{\partial f}{\partial x_n}$ - Частная производная от функции f по x_n, Δx_n – абсолютная погрешность величины x_n, полученная при обработке её прямого измерения.

Таким образом, от обработки прямых измерений Вам некуда не деться.

4). Рассчитайте относительную погрешность искомой величины используя выражение

$$\varepsilon_y = \sqrt{\sum_{n=1}^{i}\left(\frac{\partial}{\partial x_n}\left(\ln f\left(x_1, x_2, \ldots, x_n\right)\right)\right)^2 \Delta x_n^2}$$

Можно рассчитать относительную погрешность косвенного измерения упрощенно используя таблицу

Номер	Вид функции	Относительная погрешность
1	$x = A + B$	$\varepsilon_x = \frac{\Delta A + \Delta B}{A + B}$
2	$x = AB$; $x = \frac{A}{B}$	$\varepsilon_x = \varepsilon_A + \varepsilon_B = \frac{\Delta A}{A} + \frac{\Delta B}{B}$
4	$x = A^n$	$\varepsilon_x = n\varepsilon_A = \frac{n\Delta A}{A}$
5	$x = \sqrt[n]{A}$	$\varepsilon_x = \frac{1}{n}\varepsilon_A = \frac{\Delta A}{nA}$
6	$x = \frac{1}{A} \pm \frac{1}{B}$	$\varepsilon_x = \frac{\Delta A / A^2 + \Delta B / B^2}{1/A + 1/B}$
7	$x = \sin A$	$\varepsilon_x = \Delta A \cdot ctgA$
8	$x = \cos A$	$\varepsilon_x = \Delta A \cdot tgA$
9	$x = tgA$	$\varepsilon_x = \frac{2\Delta A}{\sin 2A}$

Иногда удобно сначала рассчитать относительную погрешность по упрощенной формуле

$$\varepsilon_y = \sum_{n=1}^{i} \frac{\partial}{\partial x_n} \left(\ln f(x_1, x_2, \dots, x_n) \right) \Delta x_n$$

а уже затем вычислить абсолютную погрешность искомой величины по формуле

$$\Delta y = \langle y \rangle \varepsilon_y$$

4). Запишите результат в виде

$$y = \langle y \rangle \pm \Delta y,\ \varepsilon_{\mathrm{y}} = \dots,\ \mathrm{p} = \dots.$$

Если при расчетах погрешностей прямых измерений задавался одна и та же доверительная вероятность (p), то для косвенного измерения указывается именно она, если нет, то наименьшая.