

Как сдавать ЕГЭ по математике?

1. Преодолеть минимальный порог, для того, чтобы получить аттестат, вам нужно сосредоточиться на заданиях В1, В2, В3, В5, В6 и В10

2. Если ваша цель - подтвердить свою школьную оценку и самооценку и получить высокий балл по математике для поступления в вуз, тогда ваш экзамен состоит из всех заданий части 1 (В1-В14) и заданий С1, С2.

3. Если ваша цель - поступить в вуз на математическую специальность и вам нужен очень высокий балл на ЕГЭ, тогда вы должны уверенно решать все задания части 1 и задания С1, С2, (как ни странно, наиболее подготовленные учащиеся часто ошибаются именно здесь, по небрежности) Вам нужно уметь выполнять (может быть с некоторыми недочетами) задания С3 и С4, С5, С6.

Желаем удачи .!



МОУ «Староузюмское СОШ»

ЕГЭ га хэзерлек

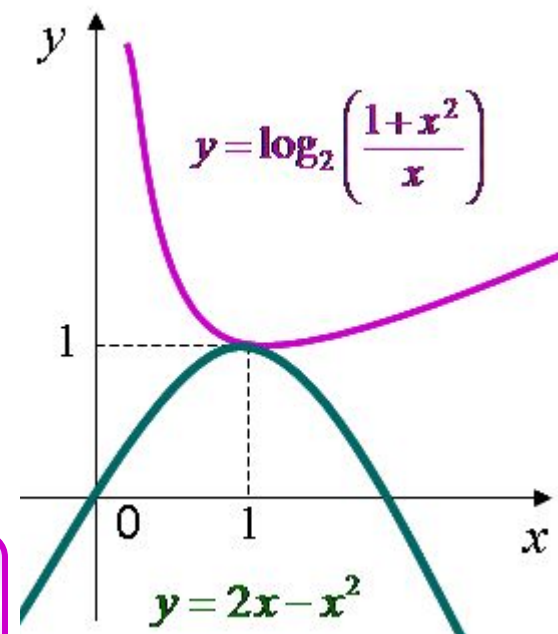
Функция үзлеклэрен тигезлэмэлэр һәм тигезсезлеклэр чишүдә куллану .

Математика укытучысы:

Ситтигуллина Элфия Борисовна



Применим для задач в которых множества значений левой и правой частей уравнения или неравенства имеют единственную общую точку, являющуюся наибольшим значением для одной части и наименьшим для другой. Эту ситуацию хорошо иллюстрирует график.



Как начинать решать такие задачи?

Привести уравнение или неравенство к виду $f(x) = g(x)$

Сделать оценку обеих частей. Если существует число M , из области значений такое что $f(x) \leq M(x) \leq g(x)$, то

Решить систему уравнений:
$$\begin{cases} f(x) = M(x) \\ g(x) = M(x) \end{cases}$$





Пример 1. Решите уравнение $2^{|x|} = \sin(x^2)$.

Решение

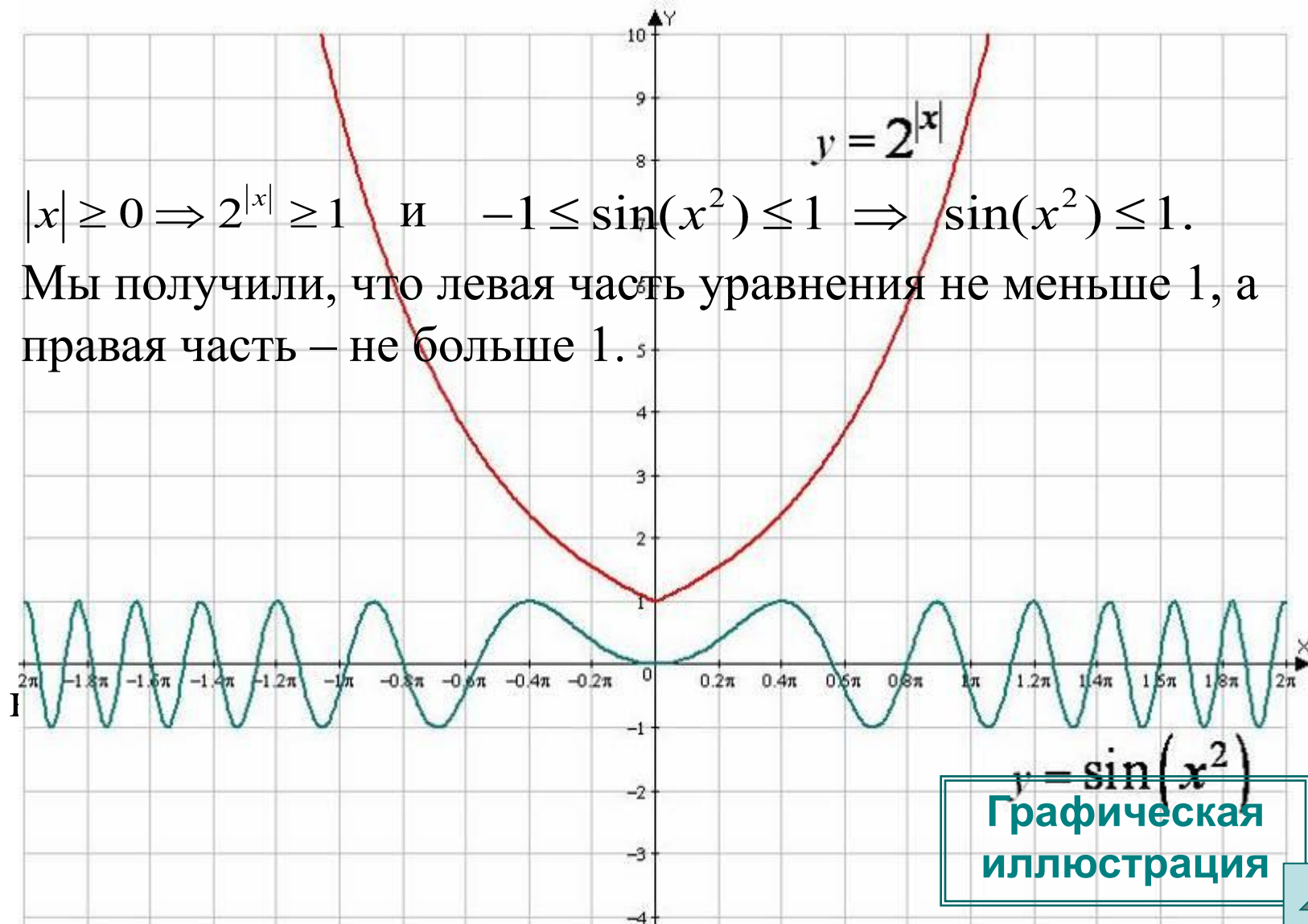
Оценим

обе

части

$$|x| \geq 0 \Rightarrow 2^{|x|} \geq 1 \quad \text{и} \quad -1 \leq \sin(x^2) \leq 1 \Rightarrow \sin(x^2) \leq 1.$$

Мы получили, что левая часть уравнения не меньше 1, а правая часть — не больше 1.



$y = \sin(x^2)$
Графическая
иллюстрация





Пример 2. Решить уравнение $2^{|x|} = \cos^2 x$.

Решение: Оценим обе части уравнения.

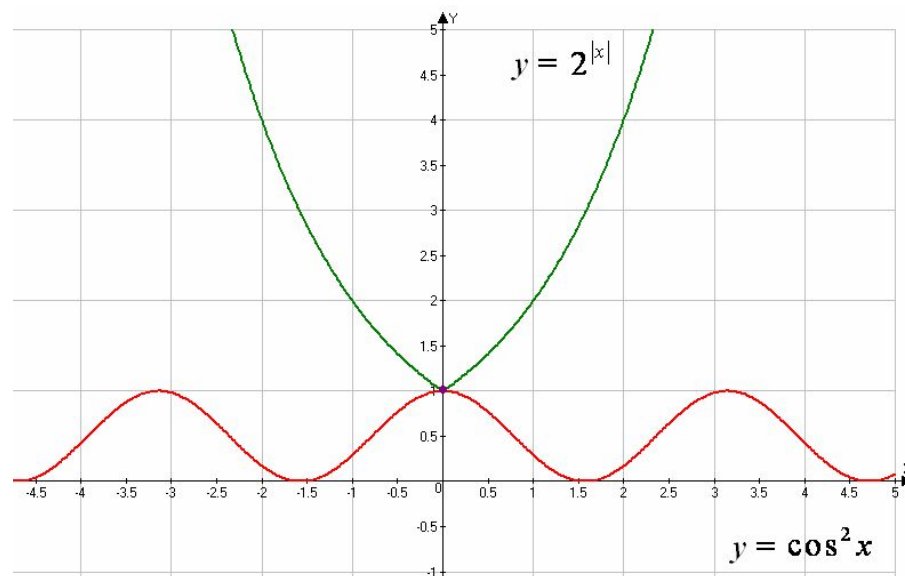
При всех значениях x верны неравенства $2^{|x|} \geq 1$ и $\cos^2 x \leq 1$.

Следовательно, данное уравнение равносильно системе:

$$\begin{cases} 2^{|x|} = 1, \\ \cos^2 x = 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} x = 0, \\ \cos^2 x = 1 \end{cases}$$

При $x = 0$ второе уравнение обращается в верное равенство, значит, $x = 0$ корень уравнения.

Ответ: $x = 0$.



Пример 3.**Решить****неравенство**

$$\cos^2(x+1) \cdot \lg(9-2x-x^2) \geq 1.$$

Решение.

Сделаем оценку функций, входящих в неравенство.

Очевидно что $-1 \leq \cos(x+1) \leq 1 \Rightarrow \cos^2(x+1) \leq 1$.

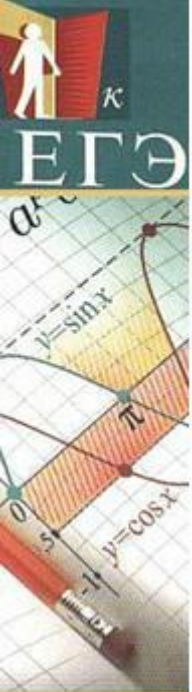
Так как $\lg(9-2x-x^2) = \lg(10-(x+1)^2)$, то данная функция принимает наибольшее значение равное 1 при $x = -1$, значит, $\lg(9-2x-x^2) \leq 1$.

Следовательно, исходное неравенство выполняется тогда и только тогда, когда оба множителя равны 1 одновременно.

$$\begin{cases} \cos^2(x+1) = 1, \\ \lg(9-2x-x^2) = 1 \end{cases}; \quad \begin{cases} \cos^2(x+1) = 1, \\ 9-2x-x^2 = 10 \end{cases}; \quad \begin{cases} \cos^2(x+1) = 1, \\ (x+1)^2 = 0; \end{cases}$$

Получаем $x = -1$ – единственное решение системы уравнений, а, значит, и данного неравенства.

Ответ: - 1.



Пример 5. Решить уравнение

$$\sin x + \sin 9x = 2.$$

Решение. Оценим обе части уравнения.

1) Каждое слагаемое левой части уравнения не больше 1, следовательно их сумма будет равна 2, если они принимают своё наибольшее значение.

Значит, уравнение равносильно системе:

$$\begin{cases} \sin x = 1, \\ \sin 9x = 1. \end{cases}$$

2) Решая первое уравнение системы, находим : $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z.$

3) Подставим найденные значения во второе уравнение:

$$\sin 9x = \sin \left(9 \cdot \frac{\pi}{2} + 18\pi n \right) = 1.$$

Следовательно $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z$ решение системы.

Ответ: $x = \frac{\pi}{2} + 2\pi n, n \in Z.$





Пример 9. Решить
уравнение

$$\sqrt[3]{2x-1} + \sqrt[3]{x-1} = 1.$$

Решение:

Заметим, что $x = 1$, является корнем данного уравнения. Левая часть уравнения представляет собой сумму двух возрастающих функций и, следовательно, сама является возрастающей функцией, принимающей каждое своё значение ровно один раз.

Поэтому других корней данное уравнение не имеет.

Ответ: 1.





Пример 10. Доказать, что уравнение не имеет решений:

1) $\sqrt{x+2} = -2;$



Арифметический корень не может быть отрицательным числом, поэтому уравнение решений не имеет.

2) $\sqrt{2x+3} + \sqrt{x+3} = 0;$



Левая часть исходного уравнения определена при $x \geq -1,5$, при каждом таком значении x

$$\sqrt{2x+3} \geq 0, \sqrt{x+3} \geq 0$$

Следовательно, их сумма всегда больше нуля.

3) $\sqrt{4-x} - \sqrt{x-6} = 2;$



Находим ОДЗ уравнения: $x \leq 4, x \geq 6$

Не существует такого значения x , при котором оба выражения имеют смысл. Поэтому уравнение решений не имеет.

4) $\sqrt{x} + \sqrt{x+9} = 2;$



ОДЗ уравнения: $x \geq 0.$

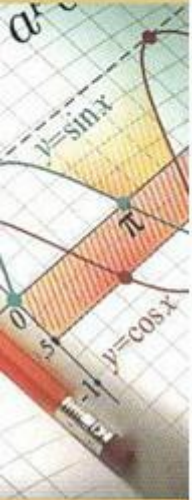
Заметим, $\sqrt{x+9} \geq 3, \sqrt{x} \geq 0 \Rightarrow$
их сумма не меньше 3.

5) $\sqrt{x^2+4} + \sqrt{x^2+9} = 4.$



Заметим, $\sqrt{x^2+4} \geq 2, \sqrt{x^2+9} \geq 3 \Rightarrow$
 $\sqrt{x^2+4} + \sqrt{x^2+9} \geq 5 \neq 4.$





ИСПОЛЬЗОВАНИЕ ОБЛАСТИ ОПРЕДЕЛЕНИЯ ФУНКЦИИ

Решить уравнение: $\sqrt{1-x^2} + \sqrt{1+x^2} + \sqrt{x^2+2x-3} = \sqrt{2}$

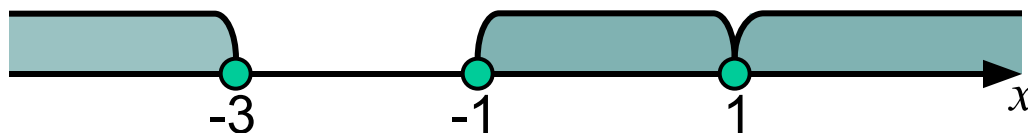
Решение.

Первый радикал определен при $1-x^2 \geq 0 \Leftrightarrow -1 \leq x \leq 1$.

Второй радикал определен при любых значениях x .

Выражение под третьим радикалом неотрицательно если

$x^2 + 2x - 3 \geq 0$, то есть при $x \leq -3$ и $x \geq 1$.



Итак, единственной точкой, в которой определены эти радикалы, является $x = 1$. Легко проверить, что это число – корень уравнения.

Ответ: 1.





Решить уравнение

$$\sqrt{x^3 + 3x^2 - 16x + \sqrt{2} - 1} = -1 - 2x^2.$$

Решение.

- 1) Выпишем, условие существования функции, стоящей в левой части:

$$x^3 + 3x^2 - 16x + \sqrt{2} - 1 \geq 0.$$

Решить данное неравенство довольно сложно.

- 2) Проверим не отрицательность правой части:

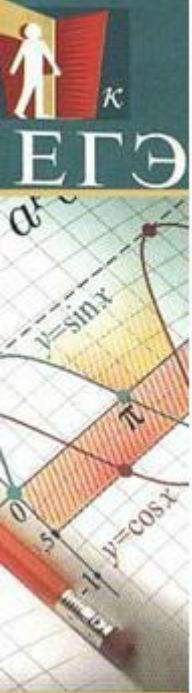
$$-1 - 2x^2 \geq 0 \Leftrightarrow 2x^2 \leq -1.$$

Последнее неравенство решений не имеет.

- 3) Значит, исходное уравнение тоже не имеет решений, так как левая часть его – неотрицательная функция!

Ответ: $\emptyset$.





ИСПОЛЬЗОВАНИЕ СВОЙСТВА ОГРАНИЧЕННОСТИ ФУНКЦИИ ДЛЯ НАХОЖДЕНИЯ ЕЁ НАИБОЛЬШЕГО ЗНАЧЕНИЯ

Укажите наибольшее целое значение
функции

$$y = 2 \cdot 5^{2\sin^2 x + 5\cos^2 x - 1}.$$

Решение.

Данная функция принимает наибольшее значение тогда и только тогда, когда наибольшее значение принимает функция, стоящая в показателе степени: $t = 2\sin^2 x + 5\cos^2 x - 1$.

Преобразуем

её:

$$t = 2 + 3\cos^2 x - 1; \quad t = 3\cos^2 x + 1.$$

Так как $\cos^2 x \leq 1$, то наибольшее значение функции равно 4. Следовательно, наибольшее значение исходной функции

$$y = 2 \cdot 5^{2\sin^2 x + 5\cos^2 x - 1} \text{ равно } 2 \cdot 5^4 = 1250.$$

Ответ: 1250.

