Нестандартные приёмы при подготовке к успешной сдаче экзамена по математике ГИА и ЕГЭ

Математика, которая мне нравится!

Обучение – ремесло, использующее бесчисленное множество маленьких трюков.

Д. Пойа

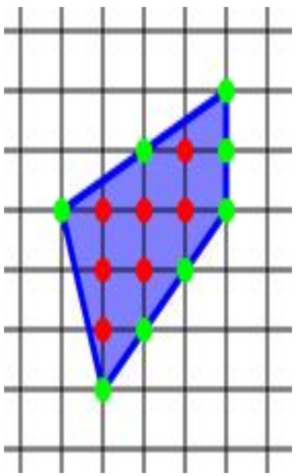
Эффективен не тот,
Кто просто знает, а тот,
У кого сформированы
Навыки приобретения, организации и
Применения знаний.

Формула Пика, или как считать площади многоугольников.
(полезно при решении задач В3 в ЕГЭ)

Материал из Википедии — свободной энциклопедии

У этого термина существуют и другие значения, см. Теорема Пика.

Формула Пика (или **теорема Пика**) — классический результат комбинаторной геометрии и геометрии чисел.



Площадь многоугольника с целочисленными вершинами равна

$$В + Г/2 - 1,$$

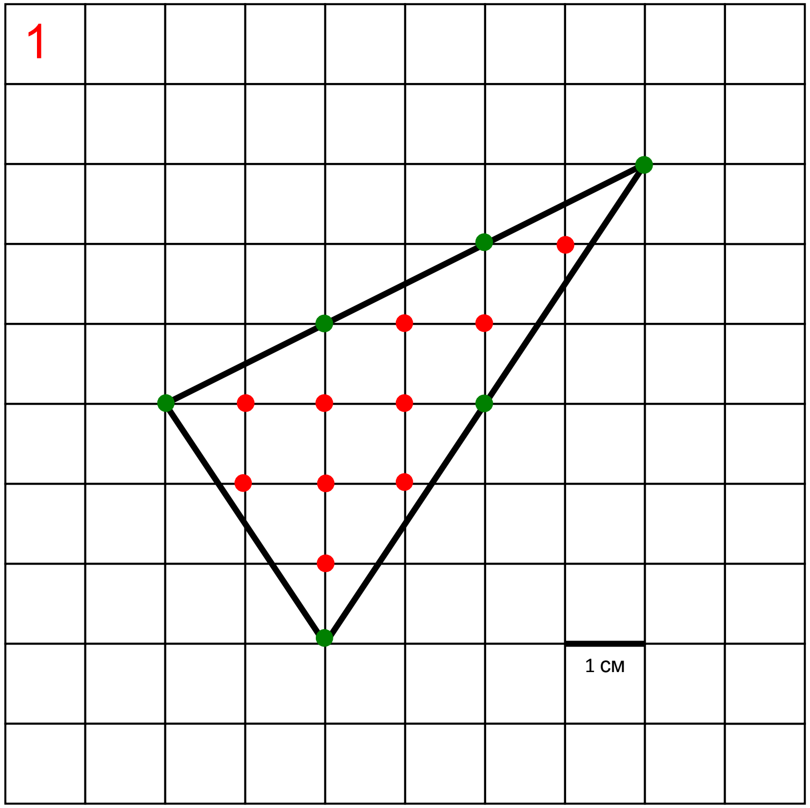
где В есть количество целочисленных точек внутри многоугольника, а Г — количество целочисленных точек на границе многоугольника.

В=7, Г=8,

$В + Г/2 - 1 = 10$

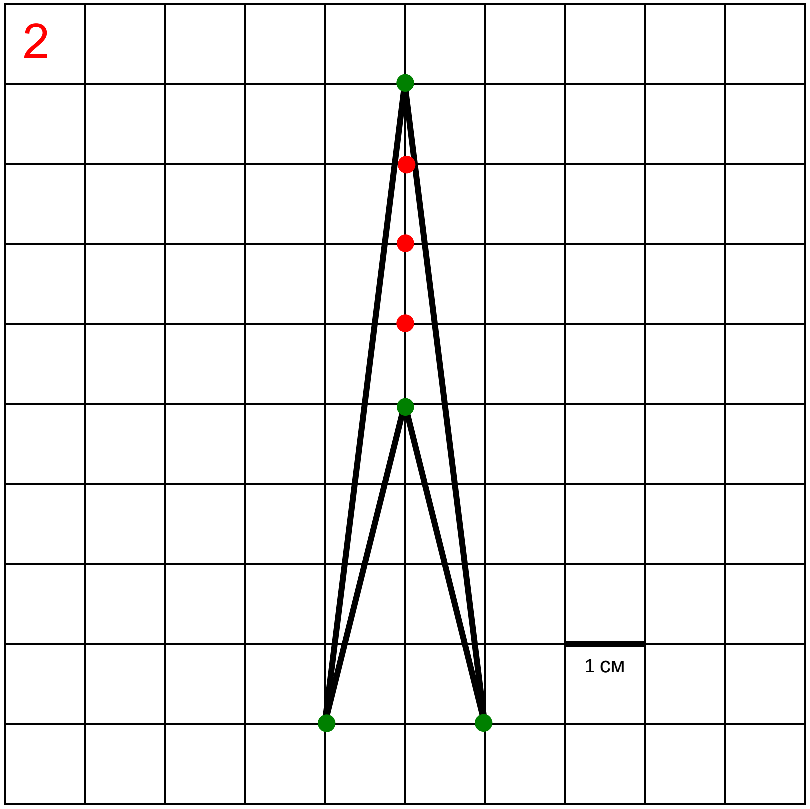
История

Формула Пика была открыта австрийским математиком Пиком (*англ*) в 1899 г.



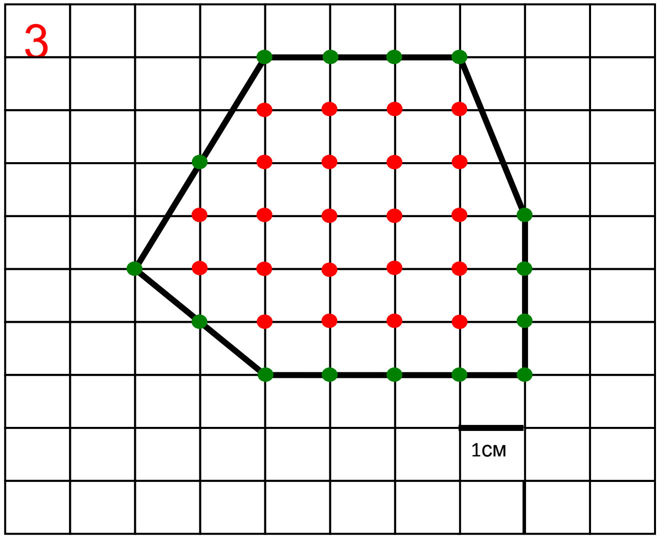
В частности, площадь треугольника с вершинами в узлах и не содержащего узлов ни внутри, ни на сторонах (кроме вершин), равна 1/2

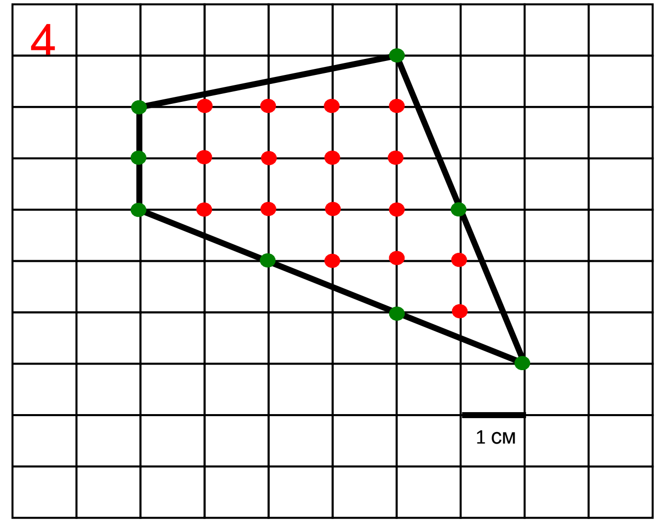
$S_{многоугольника} = 3 + 4/2 - 1 = 4$

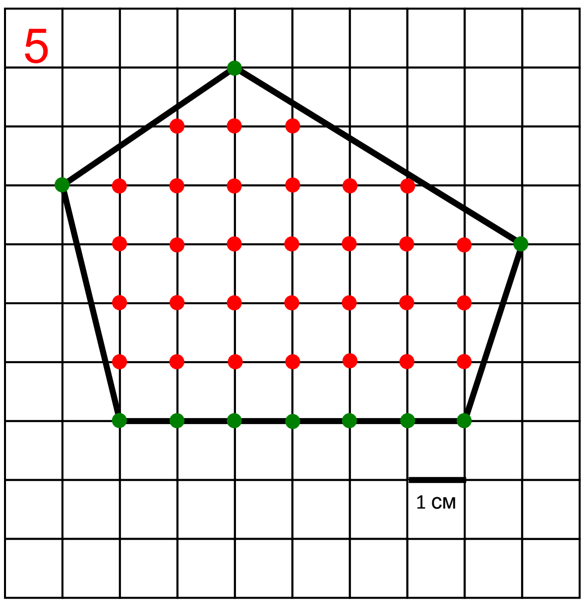


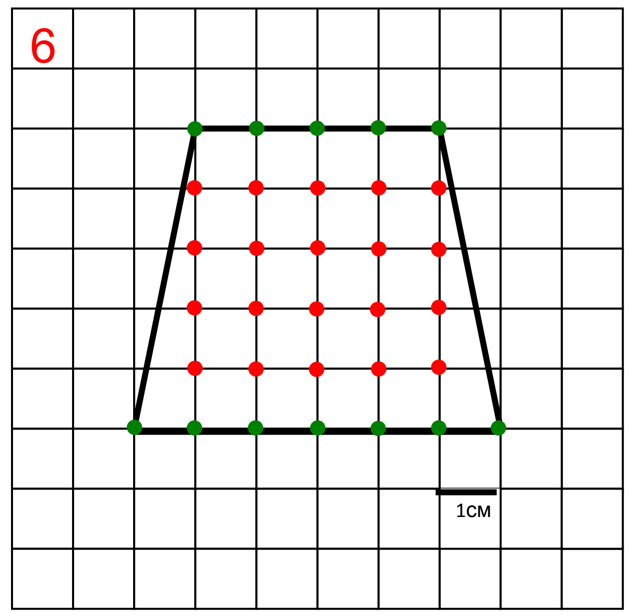
$S_{многоугольника} = 10 + 6/2 - 1 = 12$

Приведем примеры задачи В3 на ЕГЭ по математике и решим их новым методом









Алгебра 7класс, 9класс, 10 класс Тема: Бесконечные десятичные периодические дроби.

Любую обыкновенную дробь можно представить в виде десятичной дроби (конечной или бесконечной периодической)

Справедливо также обратное утверждение: Любую конечную или бесконечную периодическую десятичную дробь можно представить в виде обыкновенной дроби по следующему правилу:

1)Чтобы получить числитель дроби ,нужно из числа образованного цифрами, стоящими до второго периода, вычесть число, образованного цифрами , стоящими до первого периода.

2)Знаменатель дроби состоит из цифр 9 и 0.Цифра 9 повторяется столько раз сколько было цифр в периоде, а цифра 0 столько раз, сколько цифр содержится между запятой и первым периодом

Пример№1: Представить дробь0,5(12) в виде обыкновенной.
Решение: До второго периода стоит число512,до первого периода - число 5. Поэтому числитель дроби равен 512-5=507
В периоде дроби стоят 2 цифры. Между запятой и первым периодом содержится одна цифра. Поэтому знаменатель дроби равен 990

$$\frac{512-5}{990}=\frac{507}{990}=\frac{169}{330}$$

Аналогично можно представить и другие десятичные дроби в виде обыкновенных дробей или смешанных чисел.

Пример №2: $1,(15)=1+(0,15)=1+\frac{15-0}{99}=1\frac{5}{33}$

Пример №3: $2,13(22)=2+0,13(22)=2+\frac{1322-13}{9900}=2\frac{1309}{9900}$

Алгоритм решения квадратного уравнения общего вида :

$$ax^2 + вx + c = 0$$

через решение приведённого квадратного уравнения:

$$x^2 + px + g = 0$$

Решите уравнение : $ax^2 + вx + c = 0$

1)Решаем уравнение: $x^2 + вx + ac = 0$

2) По обратной теореме Виета: $x_1 + x_2 = -в$;

$x_1 \cdot x_2 = ac$, находим его корни

3)Затем находим корни исходного квадратного уравнения:

1) $x = \frac{x_1}{a}$ **2**) $x = \frac{x_2}{a}$

Решение квадратного уравнения общего вида по обратной теореме Виета

$$4x^2 - 5x + 1 = 0$$

Пример№1. Решите квадратное уравнение:

1) Решим уравнение:

$x^2 - 5x + 4 = 0$

то есть решим приведённое квадратное уравнение, заменив свободное слагаемое умножив на старший коэффициент а, то есть 4x1=4, получим: x=4 и x=1

2) Получившиеся значения корней по обратной т.Виета, разделим каждый на старший коэффициент ,то есть на число 4, таким образом корни исходного квадратного уравнения вида : $x = 1$, $x = \frac{1}{4}$

Ответ: $\frac{1}{4}$; 1

Пример №2. Решите квадратное уравнение: $2x^2 + 5x + 2 = 0$

1) $x^2 + 5x + 4 = 0$

2)по обратной теореме Виета подбираем корни $x_1 = -1, x_2 = -4$

3)-1:2= $-\frac{1}{2}$; – 4:4 = – 1

Ответ: $-\frac{1}{2}$; – 1

Проверь себя сам!
Решите квадратные уравнения:

1) $5x^2 - 9x - 2 = 0$

2) $2x^2 - 11x + 5 = 0$

3) $5x^2 + 11x + 2 = 0$

4) $3x^2 - 7x + 2 = 0$

5) $2x^2 - 3x - 2 = 0$

6) $64x^2 - 63x - 1 = 0$

7) $2x^2 + 7x + 3 = 0$

8) $3x^2 + 5x - 2 = 0$

9) $2x^2 - 9x + 9 = 0$

10) $9x^2 - 10x + 1 = 0$

№п/ п	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
Ответ	$-\frac{1}{5}; 1$	$\frac{1}{5}; 5$	$-\frac{1}{5}; -2$	$\frac{1}{3}; 2$	$-\frac{1}{2}; 2$	$-\frac{1}{64}; 1$	$-\frac{1}{2}; -3$	$\frac{1}{3}; -2$	$1\frac{1}{2}; 3$	$\frac{1}{9}; 1$

Извлечение квадратного корня из больших чисел

Правило:

1) *Чтобы, извлечь квадратный корень из данного целого числа, разбивают его, справа налево, на грани, по 2 цифры в каждой, кроме последней, в которой может быть и одна цифра.*
2) *Чтобы найти первую цифру корня, извлекают квадратный корень из первой грани.*
3) *Чтобы найти вторую цифру, из первой грани вычитают квадрат первой цифры корня, к остатку сносят вторую грань и число десятков получившегося числа делят на удвоенную первую цифру корня; полученное целое число подвергают испытанию.*
4) *Испытание производится так: за вертикальной чертой (налево от остатка) пишут удвоенное ранее найденное число корня и к нему, с правой стороны, приписывают испытуемую цифру, получившееся, после этой приписки число умножают на испытуемую цифру. Если после умножения получится число, большее остатка, то испытуемая цифра не годится и надо испытать следующую меньшую цифру.*
5) *Следующие, цифры корня находятся по тому же приему.*

Если после снесения грани число десятков получившегося числа окажется меньше делителя, т. е. меньше удвоенной найденной части корня, то в корне ставят 0, сносят следующую грань и продолжают действие дальше.

Число цифр корня. *Из рассмотрения процесса нахождения корня следует, что в корне столько цифр, сколько в подкоренном числе заключается граней по 2 цифры каждая (в левой грани может быть и одна цифра).*

Пример: ЕГЭ 2012г, ТР№2, вариант №2,задача В13:

Из пункта А в пункт В одновременно выехали два автомобиля. Первый проехал с постоянной скоростью весь путь Второй проехал первую половину пути со скоростью 34км/ч, а вторую половину пути – со скоростью, на 51км/ч большей скорости первого, в результате чего прибыл в В одновременно с первым автомобилем. Найдите скорость первого автомобиля.

Решение:

1) пусть $x\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ – скорость первого автомобиля,

$t=\frac{1}{x}$ (ч) – время движения первого автомобиля

2) $\frac{1}{68}$ (ч) – время второго автомобиля на первой половине пути

3) $\frac{1}{2(x+51)}$ (ч) – время второго автомобиля на второй половине пути

4) составим и решим уравнение: $\frac{1}{x}=\frac{1}{68}+\frac{1}{2(x+51)}$

$$x^2+17x-3468=0$$

$$x=\frac{-17\pm\sqrt{289+13872}}{2}$$

$$x=\frac{-17\pm\sqrt{14161}}{2}$$

$x=51;\ 51\ \frac{\text{км}}{\text{ч}}$ – скорость первого автомобиля

Ответ $=51$

$$\text{Извлечём}\sqrt{1'41'61}=119$$

$$\begin{array}{ll}
 & -1 \\
21\downarrow & 41 \\
\times 1\downarrow & -21 \\
229 & 206'1 \\
\times\ 9\downarrow & -2061 \\
2061\downarrow & 0
\end{array}$$

1) Чтобы найти первую цифру корня, извлекаем квадратный корень из первой грани: из 1, то есть $\sqrt{1}$ =1

2) Чтобы найти вторую цифру, из первой грани вычитают квадрат первой цифры корня:1-1=0 , к остатку сносим вторую грань:41 и число десятков получившегося числа:4 делим на удвоенную первую цифру корня:4:2=2 ; полученное целое число:2 подвергаем испытанию.

3) Испытание это производится так: за вертикальной чертой (налево от остатка) пишем удвоенное ранее найденное число корня 2 и к нему, с правой стороны, приписываем испытуемую цифру, получившееся, после этой приписки число22 умножаем на испытуемую цифру2. Если после умножения получится число, большее остатка, то есть получим 44больше 41, то испытуемая цифра 2 не годится и надо испытать следующую меньшую цифру1

4) 21x1=21 и вычитаем из 41, 41-21=20

5) К 20 сносим следующую грань: 61 ,получим число2061

6) Прикидываем последнюю цифру корня, для этого206:22 получим цифру 9 испытаем её :приписываем к22 справа9,и 229x9=2061, что показывает 2061-2061=0 и 119-корень из числа 14161

ГБОУ № 411 г Петродворец
январь 2012
Учитель математики: Яковлева Р.М.

Используемая литература:

1) Интернет ресурсы: Википедия: формула Пика;
2) В помощь школьному учителю Н.Ф Гаврилова Поурочные разработки по геометрии 8класс, Москва «ВАКО» 2006 стр.34;
3) А.Н. Рурукин, Г.В. Лупенко , И.А.Масленникова Поурочные разработки по алгебре к учебникам Ю.Н. Макарычева и Ш.А. Алимова 7класс, Москва «ВАКО» 2007 стр.22;
4) Для подготовки к устному экзамену и ЕГЭ. Математика, Сборник формул. Издательство «Астрель», Москва 2009 стр. 52-54;
5) Москва, Стат Град, тренировочные и диагностические работы 9 и 11 классы, декабрь 2011 и январь 2012
6) Открытый банк заданий по математике ГИА и ЕГЭ на сайте: mathege.ru и mathgia.ru (ГИА2012)