

# Тригонометрические уравнения

*Арксинус*

$$\cos t = a$$

$$\cos t = 2/5$$

$$t \equiv t_1 \pm 2\pi k,$$

где  $2\pi k$  — длина дуги  
AM,

$$\text{а } t_2 = -t_1$$

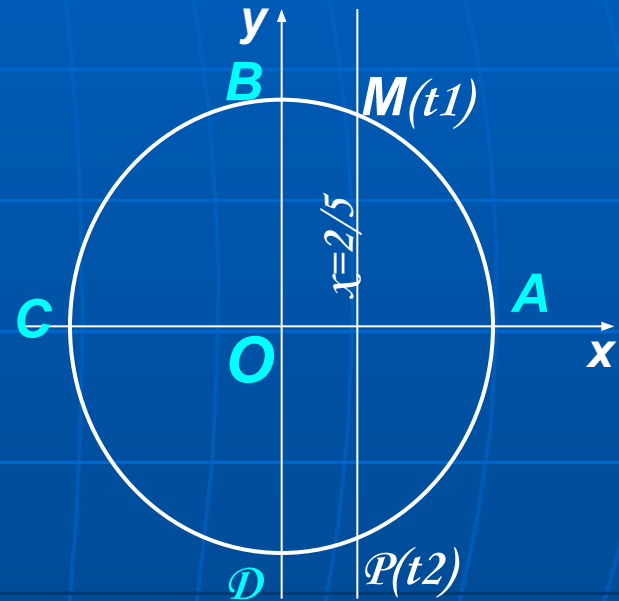


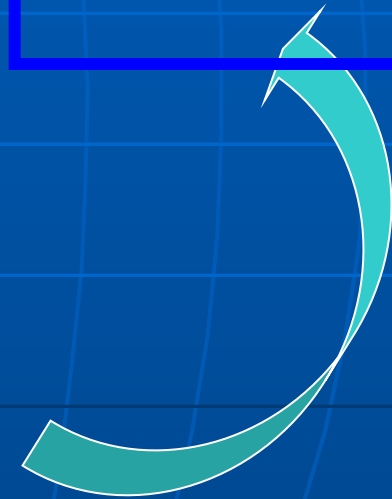
Рис. 1

$$t1 = \arccos 2/5$$

$$t2 = -\arccos 2/5$$

$$t1 \in [0; \pi/2]$$

$$\arccos 2/5$$



$$\cos t = 2/5$$



$$t = \arccos 2/5 + 2\pi k$$

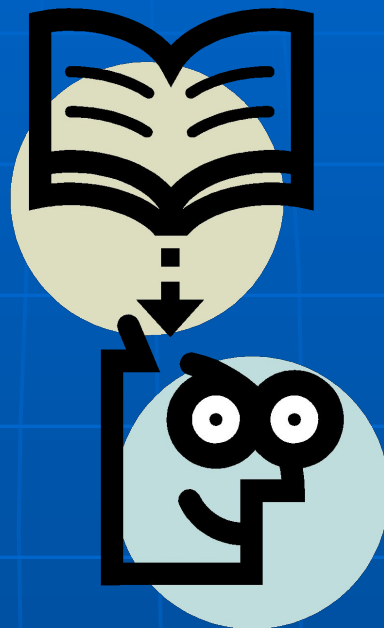
$$t = -\arccos 2/5 + 2\pi k$$



$$t = \pm \arccos 2/5 + 2\pi k$$



# Что же такое *arccos 2/5*?



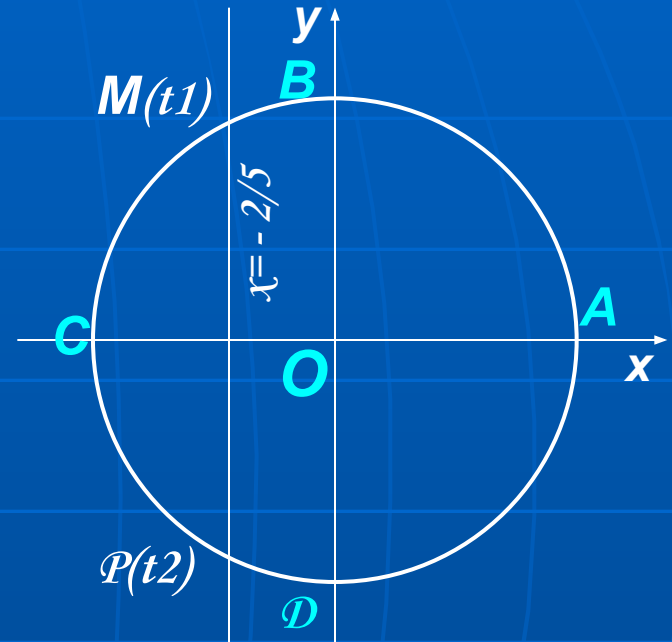
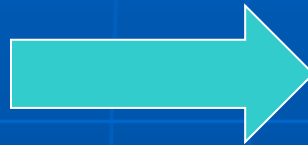
Это число (длина дуги  $AM$ ), косинус которого равен  $2/5$  и которое принадлежит отрезку  $[0; \pi/2]$ .

$$\cos t = a$$

$$\cos t = -2/5$$

$$t \equiv t_2 + 2\pi k,$$

где  $2\pi k$  — длина дуги  
AM,  
а  $t_2 = -t_1$



$$t = \arccos(-2/5) + 2\pi k$$

$$t = -\arccos(-2/5) + 2\pi k$$

$$t = \pm \arccos 2/5 + 2\pi k$$

Что же такое *arccos*  $(-2/5)$ ?



Это число (длина дуги АМ), косинус которого равен  $-2/5$  и которое принадлежит отрезку  $[\pi/2; \pi]$ .

# Определени



Если  $|a| \leq 1$ , то  $\arccos a$   
(арккосинус  $a$ ) – это такое число  
из отрезка  $[0; \pi]$ , косинус  
которого равен  $a$ .

Если  $|a| \leq 1$ , то

$$\arccos a = t \iff \begin{cases} \cos t = a, \\ 0 \leq t \leq \pi. \end{cases}$$



# Общий вывод о решении уравнения $\cos t = a$



Если  $|a| \leq 1$ , то уравнение  $\cos t = a$  имеет решения

$$t = \pm \arccos a + 2\pi k, k \in \mathbb{Z}$$

$\mathbb{Z}$

# Пример



Вычислить:  $\arccos \frac{1}{2}$

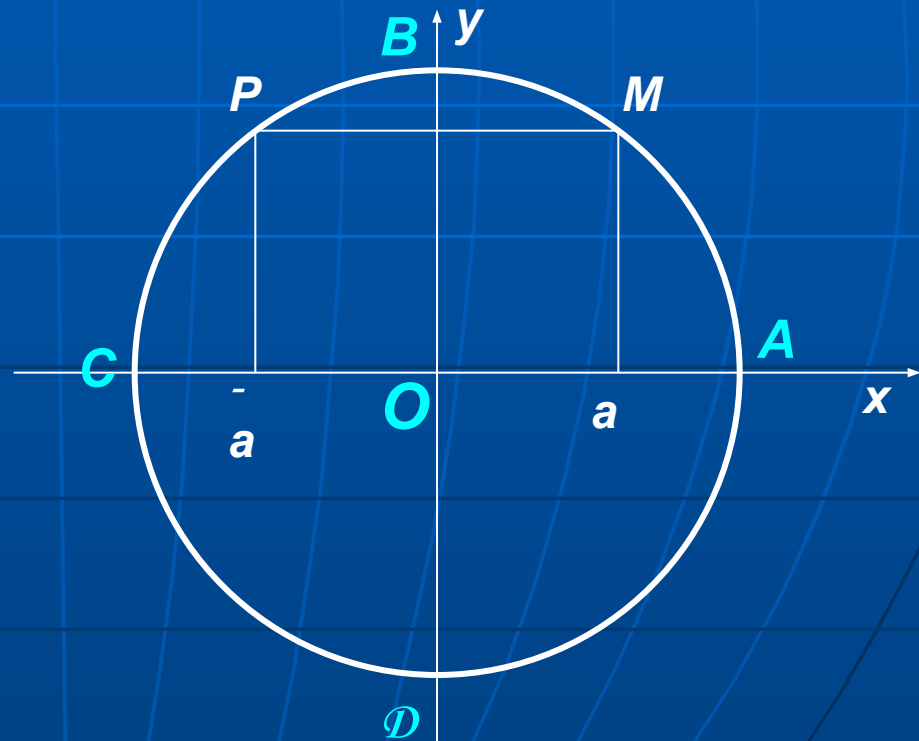
Решение:

Пусть  $\arccos \frac{1}{2} = t$ . Тогда  $\cos t = \frac{1}{2}$  и  $t \in [0; \pi]$ . Значит,  $t = \pi/3$ , поскольку  $\cos \pi/3 = \frac{1}{2}$  и  $\pi/3 \in [0; \pi]$ . Итак,  $\arccos \frac{1}{2} = \pi/3$ .

# Теорема

Для любого  $a \in [-1;1]$   
выполняется равенство  
 $\arccos a + \arccos (-a) = \pi$ .

$$\begin{aligned} \arccos a + \arccos (-a) &= \\ \mathcal{AM} + \mathcal{AP} &= \mathcal{PC} + \mathcal{AP} = \\ \mathcal{AC} &= \pi \end{aligned}$$



**Спасибо за  
внимание!**