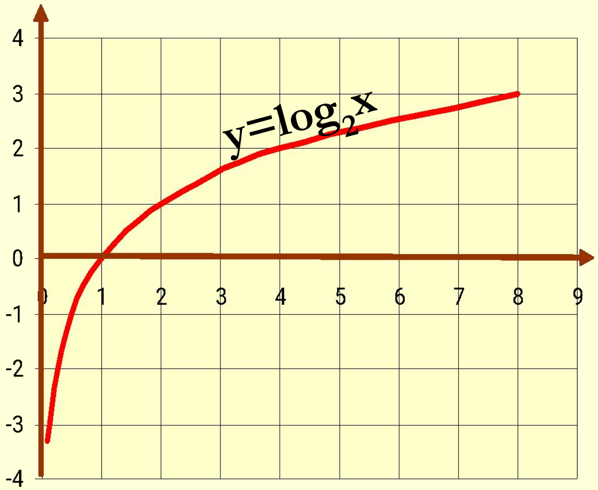
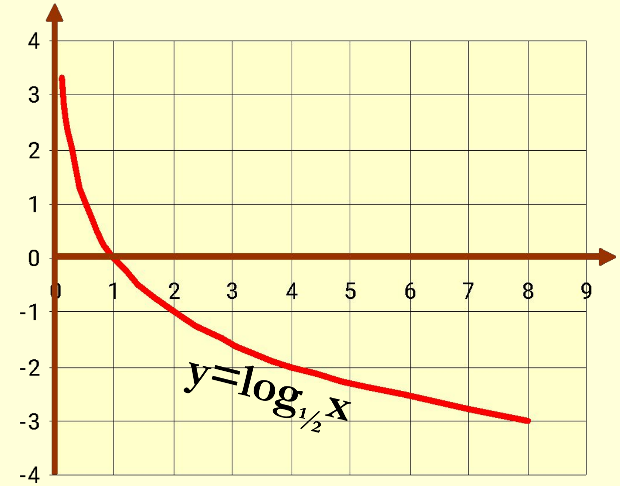
логарифмическая функция

Логарифмическая функция

Функцию, заданную формулой $y=\log_a x$, называют логарифмической функцией с основанием а.

Построим графики функций $y=\log_2 x$ и $y=\log_{1/2} x$





Основные свойства функции

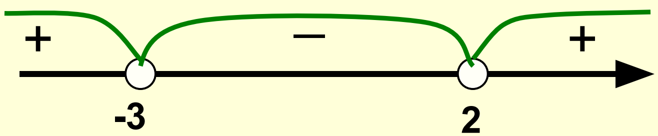
1. $D(\log_a)=(0;+\infty)$
2. $E(\log_a)=(-\infty;+\infty)$
3. Логарифмическая функция на всей области определения возрастает (при a>0) или убывает (при 0<a<1)

Рассмотрим примеры применения свойств логарифмической функции.

1. Найдите область определения функции $y = \log_4 \frac{x-2}{x+3}$

Т.к. D ($\log_4 t$)=(0;+∞), то получаем $\frac{x-2}{x+3} > 0$

Решая это неравенство методом интервалов имеем:



Ответ: D ($\log_4 t$)=(-∞;-3) ∪ (2;+∞)

2. Сравнить числа: $\log_2 3{,}8$ и $\log_2 4{,}7$

Основание логарифмической функции больше 1, значит она возрастает на всей числовой прямой. Так как 3,8<4,7, то

$$\log_2 3{,}8 < \log_2 4{,}7$$

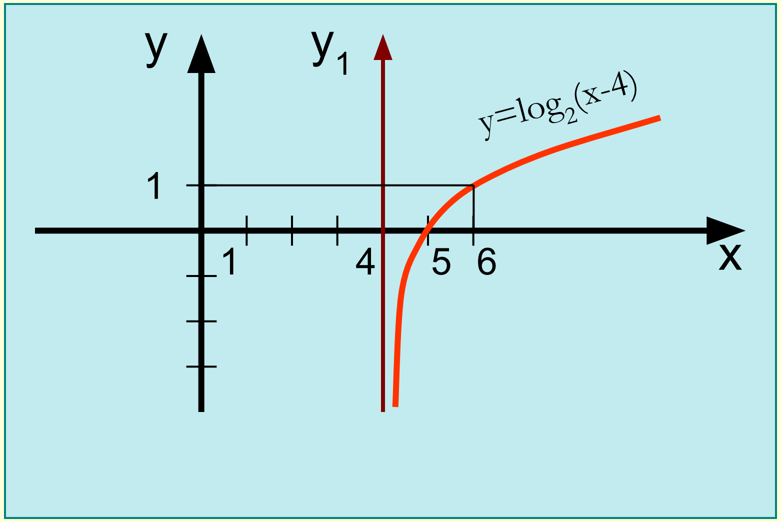
Построить график функции.

$$y = \log_2(x-4)$$

Так как D $(\log_2 t) = (0;+\infty)$ то $x-4 \rangle 0$

$x \rangle 4$

x	5	6
y	0	1



$$y = 2^{\log_2(x+1)}$$

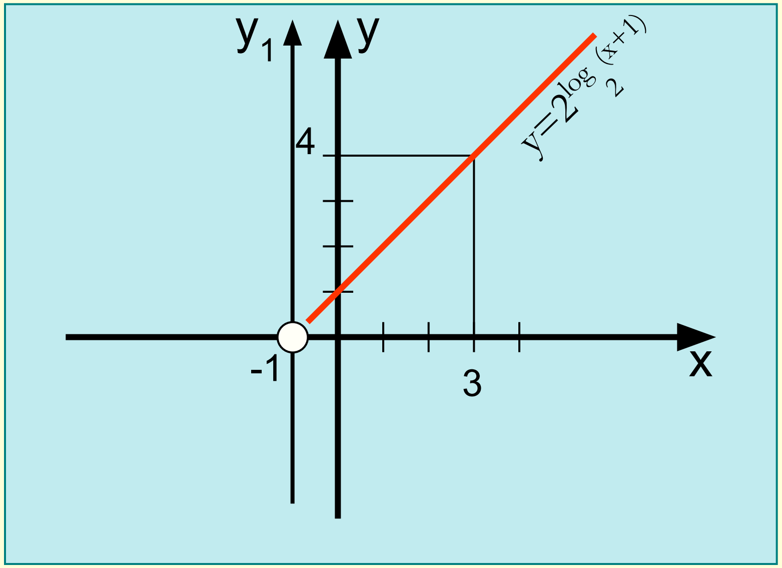
ОЛТ

ОДЗ: x+1>0

x>-1

$$y = x+1$$

x	0	3
y	1	4



решение логарифмических уравнений

При решении всех логарифмических уравнений необходимо помнить, что **$D(\log_a t)=(0;+\infty)$**

Поэтому полученные корни **обязательно проверяют** либо подстановкой в условие уравнения, либо предварительно надо найти **ОДЗ** и проверить принадлежность корней этой области.

1 способ: Использование определения логарифма $\log_a x = b,\ a^b = x$

Например.

$\log_3(2-x)=2$

$2-x=3^2$

$2-x=9$

$x=-7$

ОДЗ: $2-x>0$

$x<2$

$x\in(-\infty;2)$

$-7 \in$ **ОДЗ**

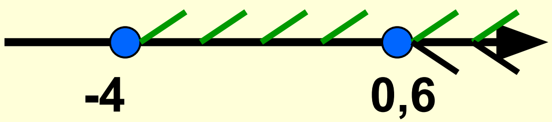
Ответ: -7

2 способ: Использование непрерывности функции

$$\log_5(x+4)=\log_5(5x-3)$$

ОДЗ: $\left[\begin{array}{l} x+4>0 \\ 5x-3>0 \end{array}\right.$

$\left[\begin{array}{l} x>-4 \\ x>0,6 \end{array}\right.$



$\mathbf{x \in (0,6;+\infty)}$

Логарифмы равны, основания равны, значит равны выражения под знаком логарифма.

$x+4=5x-3$

$-4x=-7$

$x=1\frac{3}{4}$

$1\frac{3}{4} \in$ **ОДЗ**

Ответ: $1\frac{3}{4}$

3 способ: Использование основных свойств логарифма.

$\lg x - \lg 5 = \lg 12$

$\lg x = \lg 12 + \lg 5$

$\lg x = \lg 60$

$x = 60$

ОДЗ: $x > 0$

$x \in (0; +\infty)$

$60 \in$ **ОДЗ**

Ответ: 60

4 способ: Переход к квадратному уравнению.

$$\log^2_3 x - 2\log_3 x - 3 = 0$$

ОДЗ: $x > 0$

$x \in (0; +\infty)$

Пусть $\log_3 x = y$

$y^2 - 2y - 3 = 0$

$y_1 = 3;\ y_2 = -1$

Тогда $\log_3 x = 3$ $\quad \log_3 x = -1$

$x = 3^3 \quad x = 3^{-1}$

$x = 27 \quad x = \frac{1}{3}$

$27 \in$ **ОДЗ**, $\frac{1}{3} \in$ **ОДЗ**

Ответ: $\frac{1}{3}$; 27

Основные свойства логарифмов

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a xy = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \frac{x}{y} = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a x^p = p \log_a x$$