

Рис. 11.1. Цепочка параллельно соединенных контактов (а), эквивалентная схема одной ее ячейки (б) и токи в малом отрезке структуры (в)

Для того чтобы цепочка контактов моделировала распределенный переход должен быть выполнено условие  $|\varphi_{k+1} - \varphi_k| \ll 2\pi$

что возможно, если мал поток внешнего поля через ячейку  $\Phi_e \ll \Phi_0$  и

мала полная индуктивность ячейки  $l = 2\pi L I_C / \Phi_0$

где  $L = L^{(B)} + L^{(H)} + 2M$

# Распределенные джозефсоновские переходы

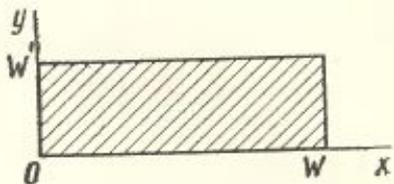
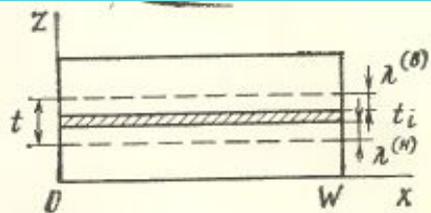


Рис. 11.3. Вид на структуру типа сэндвич сбоку (а) и сверху (б).

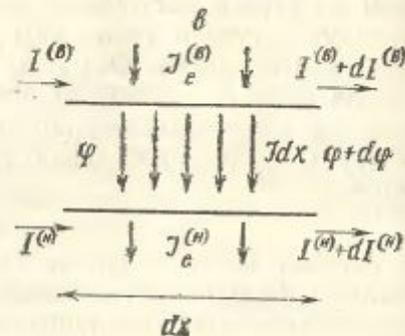


Рис. 11.1. Цепочка параллельно соединенных контактов (а), эквивалентная схема одной ее ячейки (б) и токи в малом отрезке структуры (в)

## Уравнение для распределенной фазы $\phi(x)$

$$dI^{(B)} = (J_e^{(B)} - J)dx$$

$$dI^{(H)} = (-J_e^{(H)} + J)dx$$

(1)

где  $J(x)$ ,  $J_e(x)$   
линейные плотности  
токов, с размерностью  
[А/м]

Изменение фазы на длине  $dx$   
равно:

$$d\phi = \frac{2\pi}{\Phi_0} d\Phi = [tB_e - (L_0^{(B)} I^{(B)} - L_0^{(H)} I^{(H)})]dx$$

(2)

Здесь  $t = 2\lambda + t_i$  – расстояние между электродами, “видимое” внешним магнитным полем  $B_e$ , а  $L_0^{(B)}$ ,  $L_0^{(H)}$  – погонные индуктивности электродов с размерностью [Гн/м]

# Распределенные джозефсоновские переходы

Образую из (2) вторую производную фазы по координате, получим с учетом (1)

$$\lambda_J^2 \frac{d^2 \varphi}{dx^2} = \frac{J - J_e}{J_C} \quad (3)$$

где  $\lambda_J^2 = \frac{\Phi_0}{2\pi L_0 J_C}$  - джозефсоновская глубина проникновения

$L_0 = L_0^{(B)} + L_0^{(H)}$ ,  $J_C = j_C w'$  - погонная плотность критического тока

$$J_e = (J_e^{(B)} L_0^{(B)} + J_e^{(H)} L_0^{(H)}) / L_0$$

Перепишав определение  $\lambda_J$  в виде  $1 = \frac{\Phi_0}{2\pi L_0 \lambda_J J_C \lambda_J}$

Замечаем, что это та длина, на которой приведенная индуктивность ячейки  $l$  становится сравнимой с 1 и существенны эффекты самоиндукции

# Распределенные джозефсоновские переходы

Уравнение для фазы (3) требует граничных условий, следующих из (1) и (2)

$$\frac{d\varphi}{dx}(x=0, W) = \frac{2\pi}{\Phi_0} (B_e t - L_0 I_e) = \frac{1}{J_C \lambda_J^2} \left( \frac{B_e t}{L_0} - I_e \right) \quad (4)$$

$$I_e = L_0^{(B)} I_e^{(B)} - L_0^{(H)} I_e^{(H)}$$

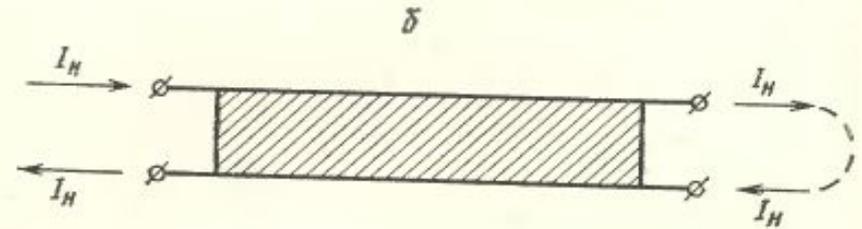
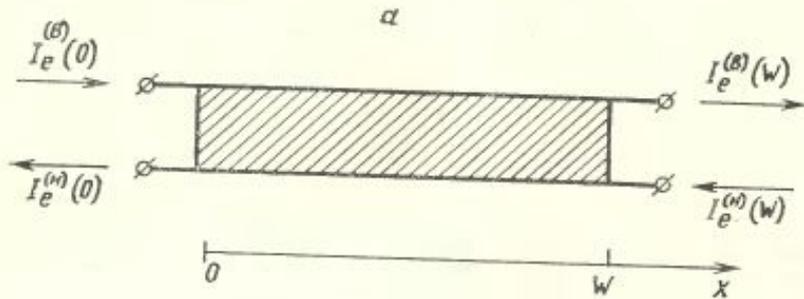


Рис. 11.2. Токи на краях распределенного перехода: общий случай (а) и пример задания токов, эквивалентных внешнему магнитному полю (б)  $I_H = tB_e / \mathcal{L}_0$

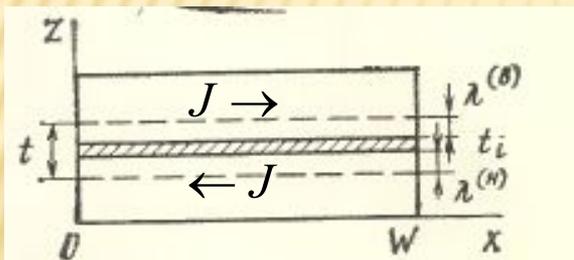
# Распределенные джозефсоновские переходы

Кроме граничных условий для решения уравнения (3) необходимо уравнение для джозефсоновского тока  $J$ :

$$J = J_C \sin \varphi + \frac{\Phi_0}{2\pi} \frac{d\varphi}{dt} \frac{1}{R_0} \quad (5)$$

где  $R_0$  [Ом \* м] – погонное сопротивление перехода

Найдем значение  $\lambda_J^2 = \frac{\Phi_0}{2\pi L_0 J_C}$  для перехода типа “сэндвич”



Если  $\vec{B} = \{0, B, 0\}$  - индукция поля в зазоре, то

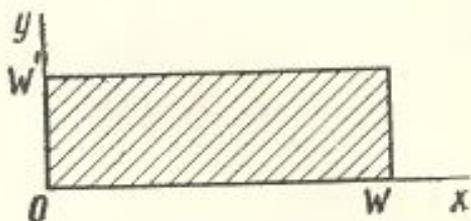
$$J = \pm H = \pm \frac{B}{\mu_0}$$

$$d\Phi = B t dx = L_0 J w' dx \Rightarrow L_0 = \mu_0 \frac{t}{w'}$$

$$\lambda_J^2 = \frac{\Phi_0}{2\pi \mu_0 j_C t} = \frac{\Phi_0}{4\pi \mu_0 j_C \lambda_L}$$

$$\lambda_J [\text{мм}] \approx \frac{0,162}{j_C \left[ \frac{\text{А}}{\text{см}^2} \right] t [\text{мкм}]^{1/2}}$$

Рис. 11.3. Вид на структуру типа сэндвич сбоку (а) и сверху (б).



# Распределенные джозефсоновские переходы

## Стационарные состояния

Узкие переходы,  $w \leq \lambda_J$  джозефсоновский ток не может существенно влиять на фазу

$$\lambda_J^2 \frac{d^2 \varphi}{dx^2} = -\frac{J_e}{J_C} \quad \text{если распределенного тока } J_e \text{ нет, есть только поле (или краевой ток)}$$

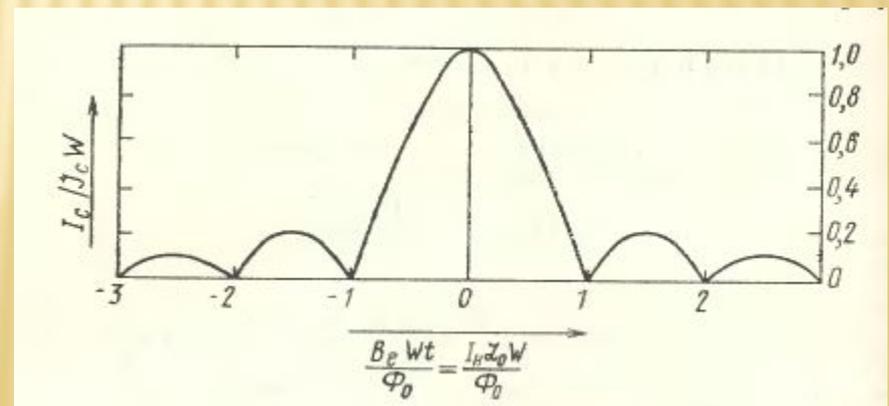
$$\varphi = \varphi_0 - qx \quad \text{Из граничных условий} \quad q = \frac{d\varphi}{dx} = \frac{2\pi}{\Phi_0} L_0 I_H = \frac{2\pi}{\Phi_0} t B_e$$

Для тока через переход имеем

$$I_\Sigma = \int_0^w J dx = J_C \int_0^w \sin \varphi dx = I_C(I_H) \sin\left(\varphi_0 - \frac{qw}{2}\right)$$

$$I_C(I_H) = J_C w \left| \frac{\sin qw/2}{qw/2} \right|$$

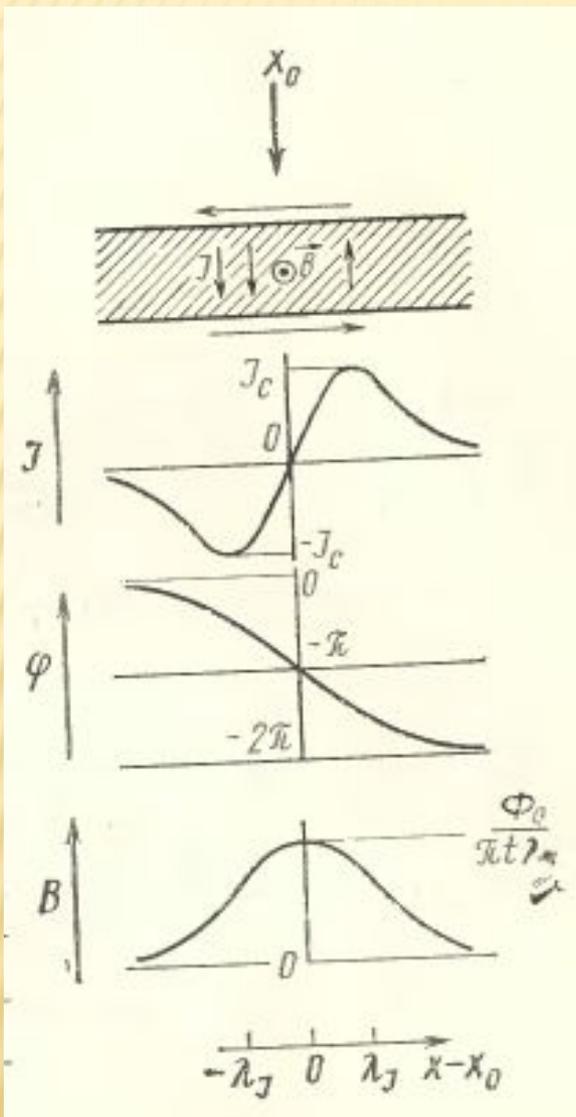
нули  $\frac{qw}{2} = n\pi \Rightarrow B_e w t = n\Phi_0$



# Распределенные джозефсоновские переходы Стационарные состояния

Широкие переходы

$$w \gg \lambda_J$$



$$J = \mp 2J_c \frac{\text{sh}[(x - x_0) / \lambda_J]}{\text{ch}^2[(x - x_0) / \lambda_J]} \quad (6)$$

$$\varphi - 2\pi n = \pm 4 \text{arctg}[\exp(x - x_0) / \lambda_J] \quad (7)$$

$$B = \frac{\Phi_0}{2\pi t} \frac{d\varphi}{dx} = \pm \frac{\Phi_0}{\lambda_J} \frac{2}{\text{ch}[(x - x_0) / \lambda_J]} \quad (8)$$

Размер вихря по ос X порядка  $2\lambda_J$  по  
оси Y  $d \ll \lambda_J$

# Распределенные джозефсоновские переходы

## Стационарные состояния

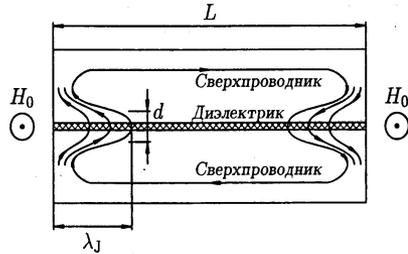


Рис. 24.1. Джозефсоновский туннельный переход, помещенный в магнитное поле  $H_0$ . Показано распределение экранирующего (мейснеровского) тока.

### Критическое поле $H_{C1}$

Свободная энергия перехода длиной  $W$ , шириной  $W'$  на единицу длины по направлению поля (вдоль размера  $W'$  в системе СГС)

$$U = \int_0^L dx \left[ \frac{H^2}{8\pi} t + \frac{\Phi_0}{2\pi} j_C (1 - \cos \varphi) \right] \quad \text{где} \quad H = \frac{\Phi_0}{2\pi t} \frac{d\varphi}{dx} \quad \text{поскольку} \quad \varphi = \frac{2\pi \Phi}{\Phi_0}$$

$$U = \int_0^L dx \left[ \frac{\Phi_0^2}{32\pi^3 t} \left( \frac{d\varphi}{dx} \right)^2 + \frac{\Phi_0}{2\pi} j_C (1 - \cos \varphi) \right]$$

Во внешнем поле  $H_0$  потенциал Гиббса на единицу длины одного вихря

$$G_0 = U_0 - \frac{\Phi_0 H_0}{4\pi}$$

# Распределенные джозефсоновские переходы

## Стационарные состояния

меняет знак при  $H_0 \equiv H_{c1} = \frac{2\Phi_0}{\pi^2 \lambda_J t}$  и вихри проникают в переход

На языке токов, эквивалентных полю, этот результат можно представить следующим образом:

Граничные условия (4) можно записать в виде

$$\lambda_J \frac{d\varphi}{dx}(x=0) = \frac{2I_e}{2J_C \lambda_J} = \frac{2I_e}{I_J} \quad \lambda_J \frac{d\varphi}{dx}(x=\infty) = 0$$

Тогда (8) является решением уравнения (3), причем из равенства поля вихря на краю перехода ( $x=0$ ) полю от внешнего тока получаем

$$ch^{-1}(x_0 / \lambda_J) = I_e / I_J$$

Т.е.  $I_{ecr} = 2J_C \lambda_J$