Перпендикуляр
и наклонная

Свойство
биссектрисы угла

Геометрическое
место точек

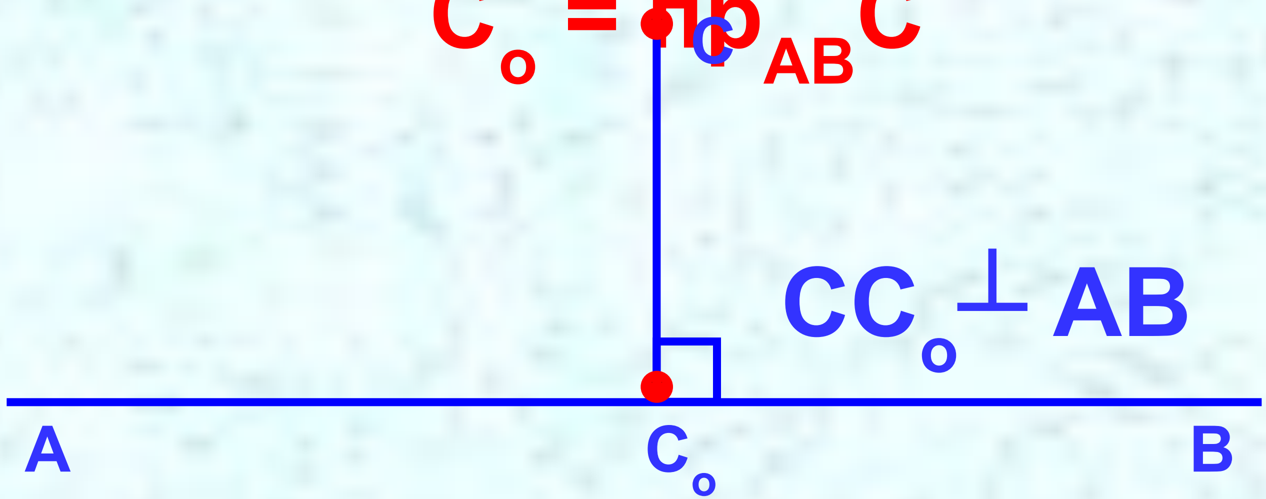
Задачи

# Свойство перпендикуляра и наклонных

- *Проекцией точки С на прямую АВ называется основание $C_0$ перпендикуляра, опущенного из точки С на эту* прямую.

Точка $C_o$ есть проекция точки С на прямую АВ

$$C_o = пр_{AB}C$$




$$CC_o \perp AB$$

# Проекция наклонной

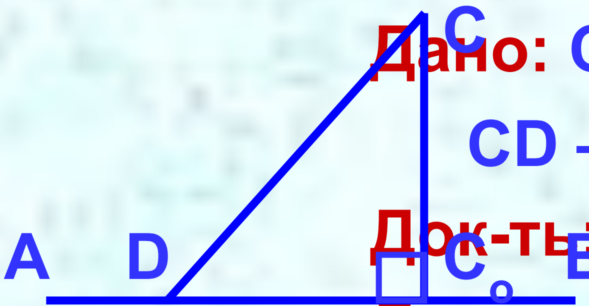
- Если $\angle D < d$, то отрезок CD – наклонная к прямой AB


$DC_o = пр_{AB}CD$

Проекцией наклонной называется отрезок от основания наклонной до основания перпендикуляра.

# Теоремы о перпендикуляре и наклонной

- т.1 Если из точки проведены к прямой наклонная и перпендикуляр, то перпендикуляр короче (меньше) наклонной.




Дано: $CC_o \perp AB$

$CD$ – наклонная

Док-ть: $CC_o < CD$

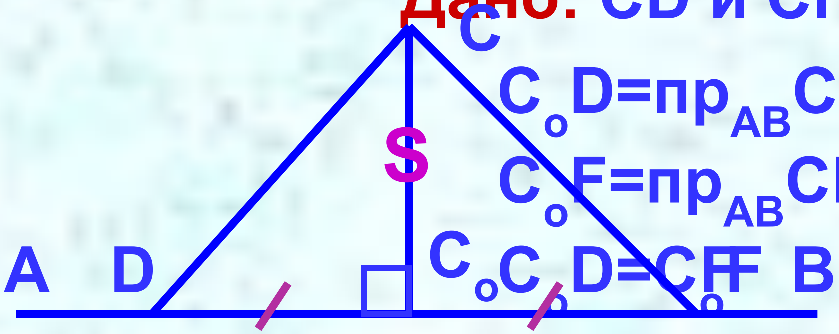
Док-во:

1. $\Delta DCC_o$ – прямоугольный, $\angle C_o = 90^\circ$, т.к. $CC_o \perp AB$ по усл.

$\Rightarrow CC_o$ – катет, $CD$ – гипотенуза $\Rightarrow CC_o < CD$, ч.т.д.

# Теоремы о перпендикуляре и наклонной

- **т.2** Если проекции наклонных, проведенных из одной точки, равны, то равны и сами наклонные.




**Дано:** CD и CF – наклонные

$C_oD = пр_{AB}CD$

$C_oF = пр_{AB}CF$

$C_oD = C_oF$

**Док-ть:** CD=CF

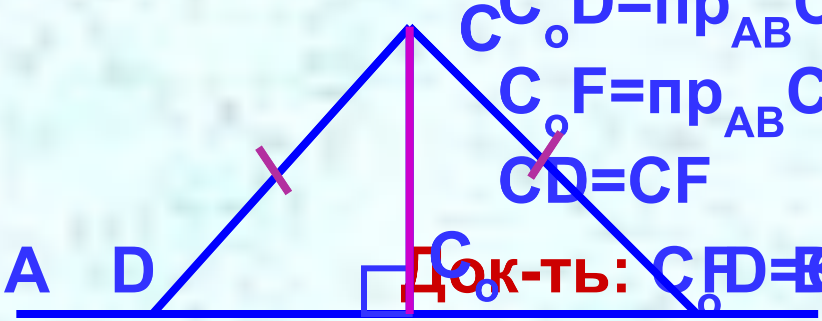
**Док-во:**

1. $\Delta DCC_o = \Delta FCC_o$ по СУС

$\left[\begin{array}{l} DC_o = FC_o, \text{ по усл.} \\ \angle C_o = 90^\circ, \text{ по построению} \\ CC_o \text{ – общая} \end{array}\right.$ $\Rightarrow$ CD=CF, ч.т.д.

# Теоремы о перпендикуляре и наклонной

- т.3 (обратная) Если наклонные, проведенные из одной точки, равны, то равны и их проекции.




**Дано:** CD и CF – наклонные

$C_oD=пр_{AB}CD$

$C_oF=пр_{AB}CF$

CD=CF

**Док-ть:** $C_oD=C_oF$

**Док-во:**

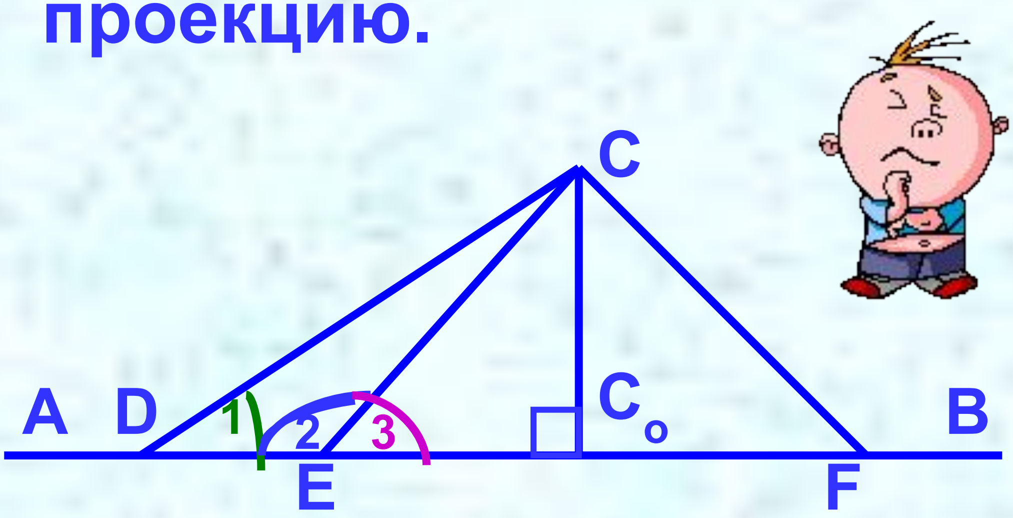
1. ΔDCF – равнобедренный, т.к. CD=CF, по усл.

   $CC_o$ – высота, она же и медиана

   $C_oD=C_oF$, ч.т.д.

# Теоремы о перпендикуляре и наклонной

- **т. 4** Из 2-х наклонных, проведенных из одной точки, та больше, которая имеет большую проекцию.



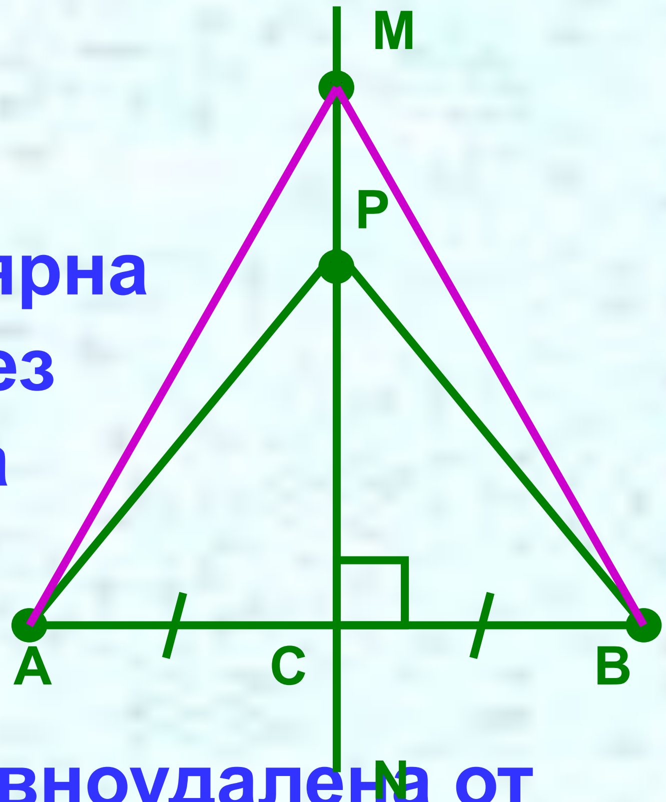

Дом. Задание:
т. 4-5 доказать самостоятельно
§ 10 теоремы 1-4 оформить в тетрадь

- **т. 5 (обратная)** Из 2-х наклонных, проведенных из одной точки, большая наклонная имеет большую проекцию

- Расстояние от точки до прямой есть длина перпендикуляра, опущенного из этой точки на данную прямую

- Свойство перпендикуляра, проведенного к отрезку прямой через его середину.

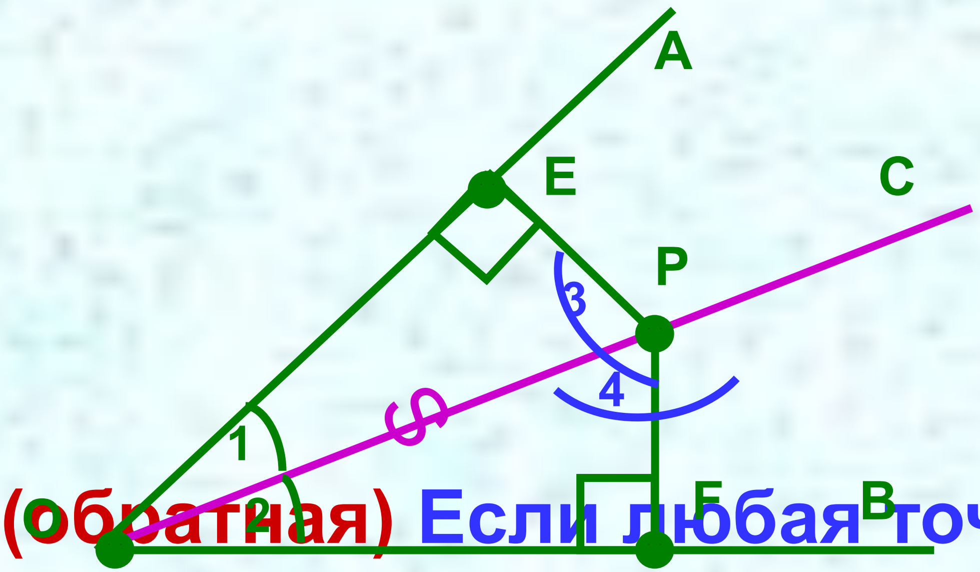
- т. Если прямая перпендикулярна к отрезку AB и проходит через его середину, то любая точка этой прямой равноудалена от концов отрезка AB.




- т. (обратная) Если точка P равноудалена от концов отрезка AB, то она лежит на перпендикуляре к нему в его середине.

# Свойство биссектрисы угла

- т. 1 Если луч есть биссектриса угла, то любая точка его равноудалена от сторон этого угла.




- т. 2 (обратная) Если любая точка луча О равноудалена от сторон угла АОВ, то луч ОС – биссектриса этого угла.

Доказательство – самостоятельно!


**Дано:** ∠AOB

OC – биссектриса

P – любая точка OC

PE⊥OA, PF⊥OB

**Док-ть:** PE=PF

**Док-во:**

- 1. *ΔPOE=ΔPOF* по гипотенузе и острому углу.

  ∠E= ∠F, т.к. PE⊥OA, PF⊥OB по усл.

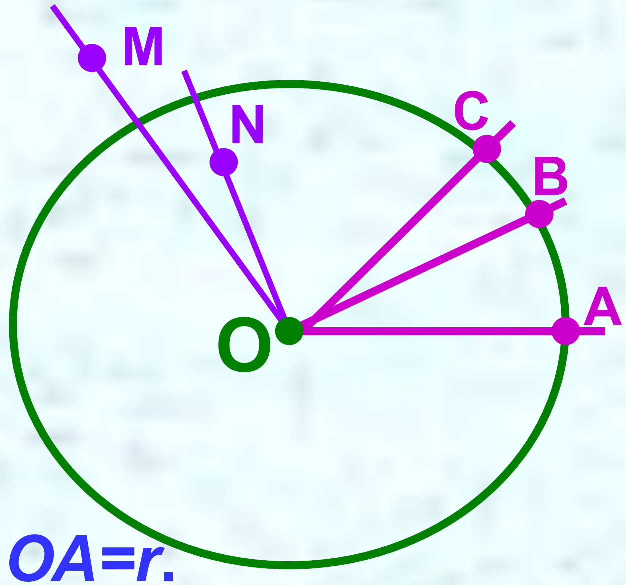
  *OP* - общая,

  ∠1 = ∠2, по опр. биссектрисы

- ⇒ *PE=PF, ч.т.д.*
- ***Объяснить, как можно использовать углы 3 и 4.***

# Геометрическое место точек

- **Задача.** Построить точку, находящуюся от данной точки *O* на расстоянии, равном данному отрезку *r*.

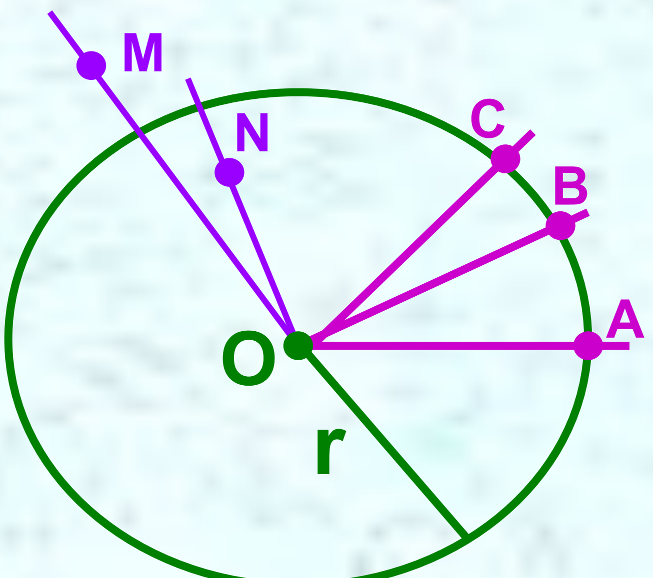



- **Решение.** Проведем через точку *O* луч и построим отрезок *OA=r*.
- Точка А искомая, она удовлетворяет условию задачи.
- Точек, удовлетворяющих условию задачи, будет
- бесконечное множество.
- Например, А, В, С, …
- Точки M и N не удовлетворяют условию задачи:

OM>r; ON<r

**Геометрическое место точек – ГМТ** есть совокупность (множество) всех точек, удовлетворяющих некоторому условию, общему для всех этих точек и только для них.

**Окружность** есть **ГМТ плоскости**, находящихся на данном расстоянии от данной точки плоскости.

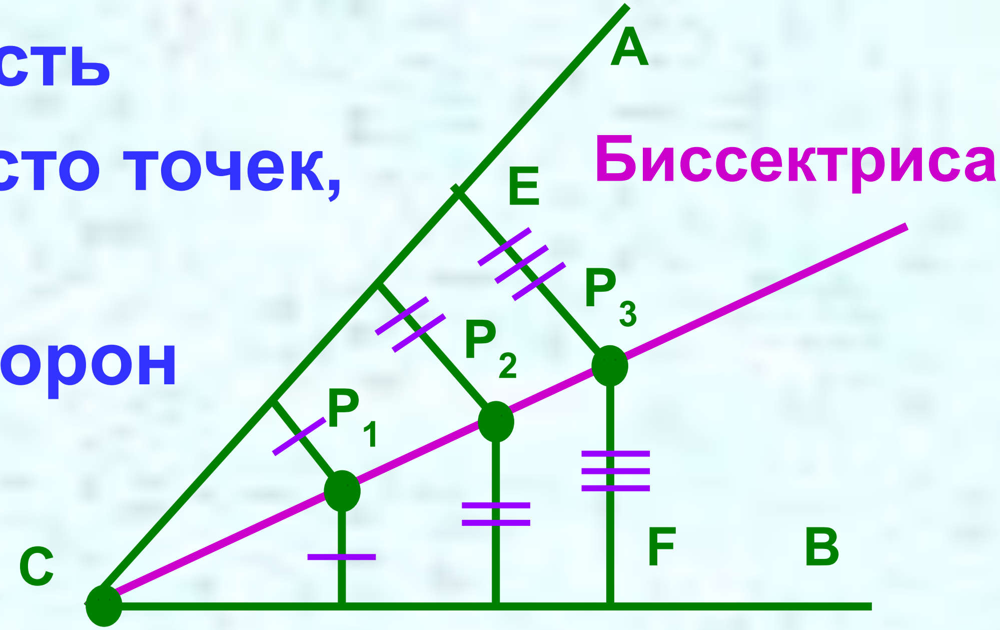


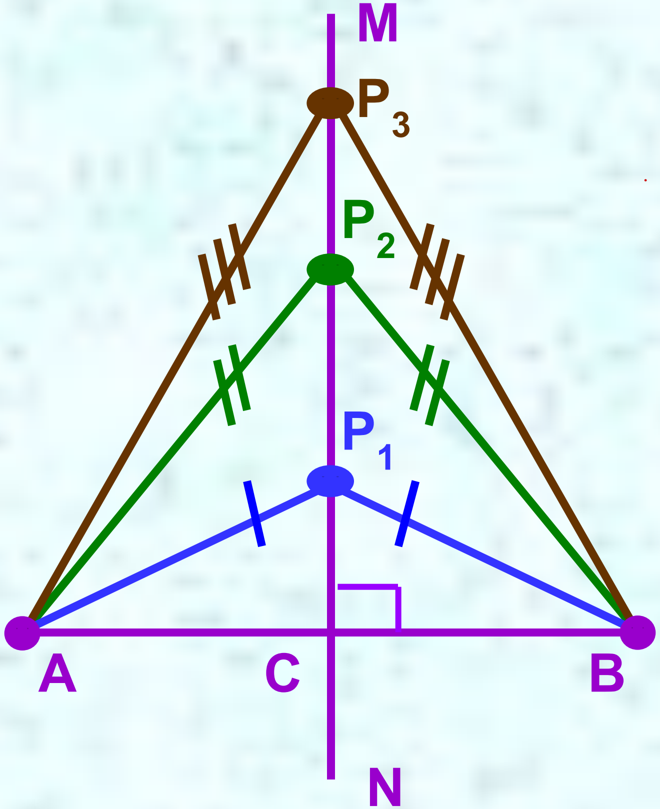

O – центр окружности

r – радиус окружности

A, B, C – точки окружности

- **Биссектриса угла** есть геометрическое место точек, каждая из которых равноудалена от сторон этого угла

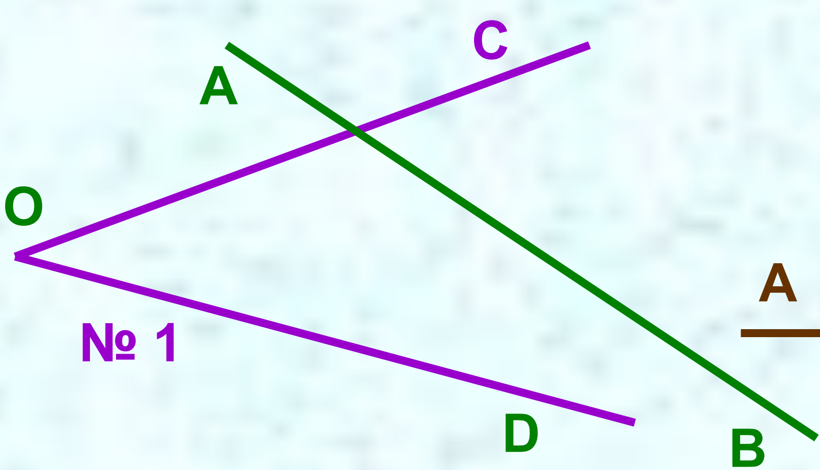


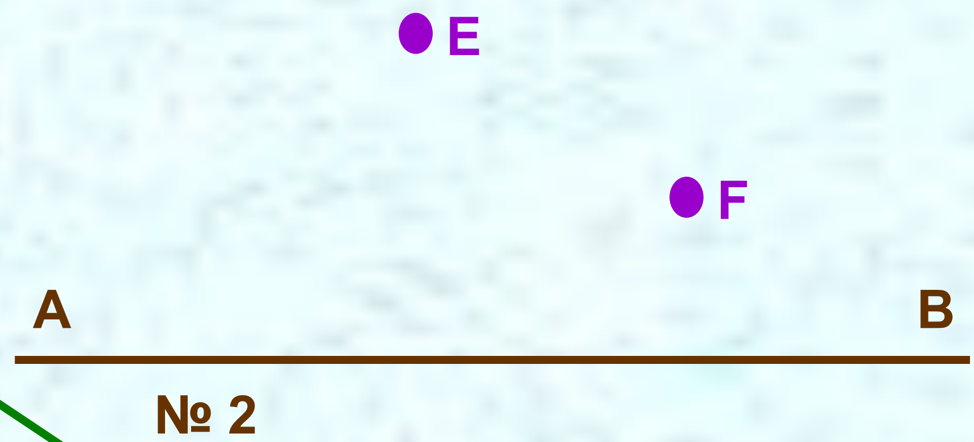




**Перпендикуляр к отрезку, проведенный через его середину** есть геометрическое место точек, каждая из которых равноудалена от концов этого отрезка

# Задачи

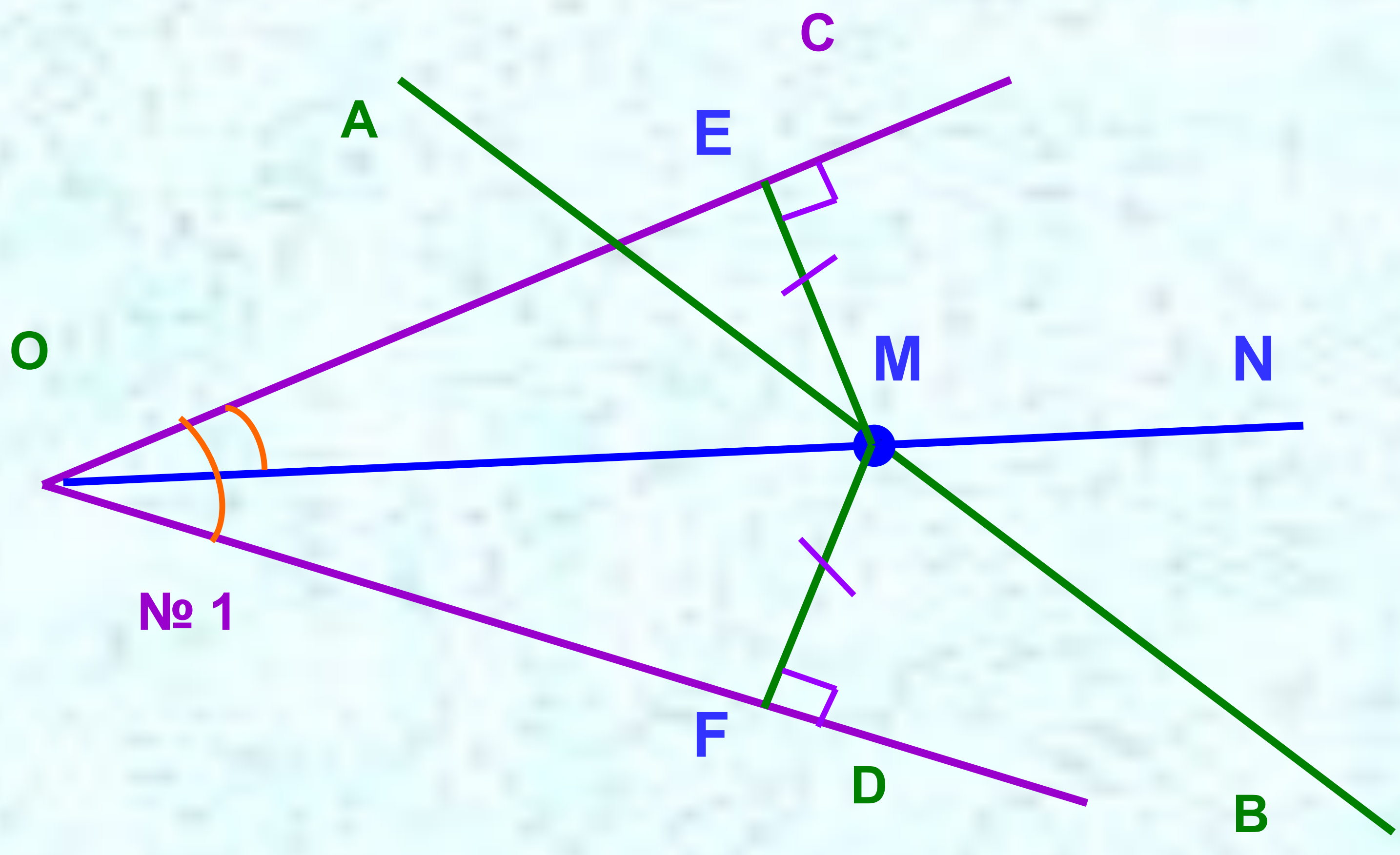
- 1. На прямой АВ найти точку, равноудаленную от сторон угла СOD
- 2. Найти точку О, равноудаленную от сторон ΔАВС
- 3. Найти точку О, равноудаленную от вершин ΔАВС
- 4. На прямой АВ найти точку О, равноудаленную от точек Е и F



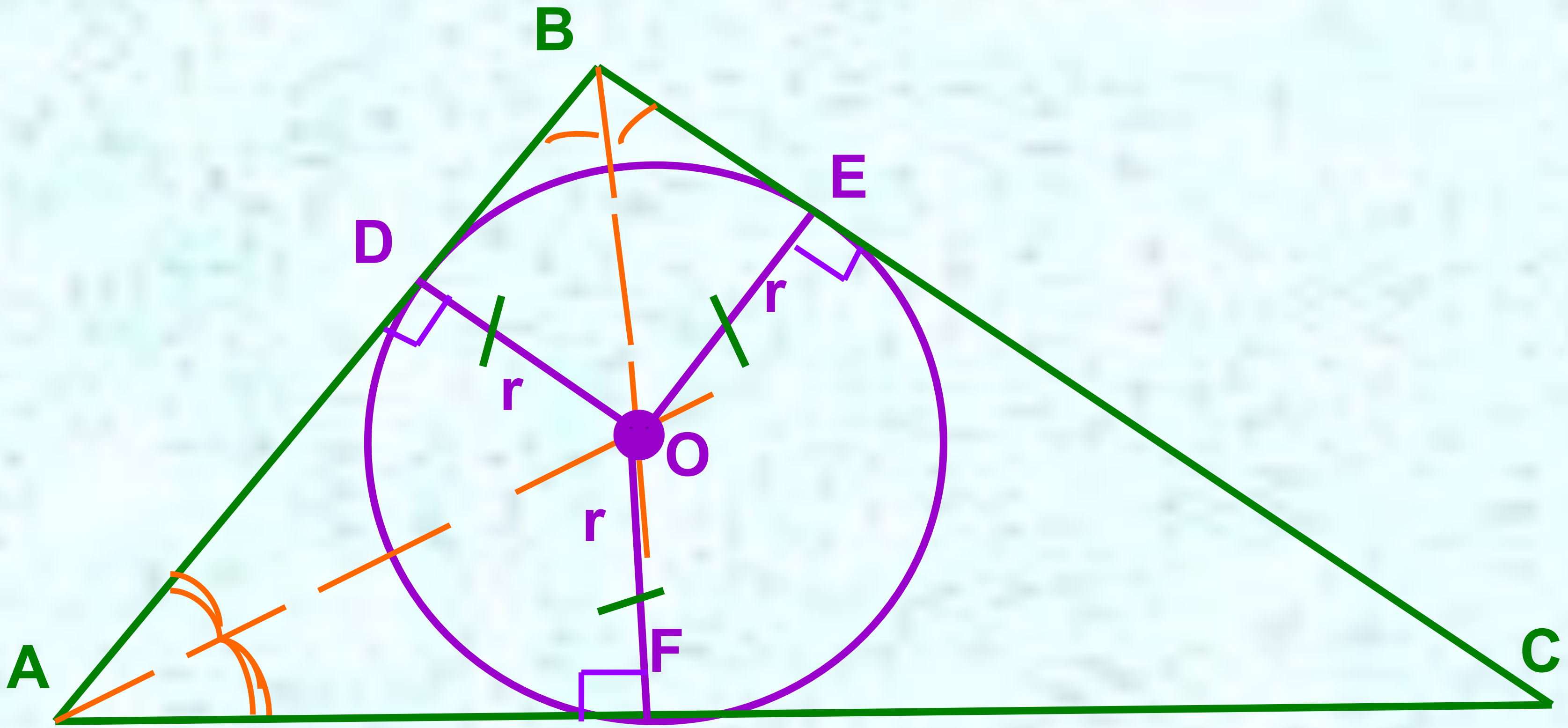
# Решение задач

- 1. На прямой АВ найти точку, равноудаленную от сторон угла СОD



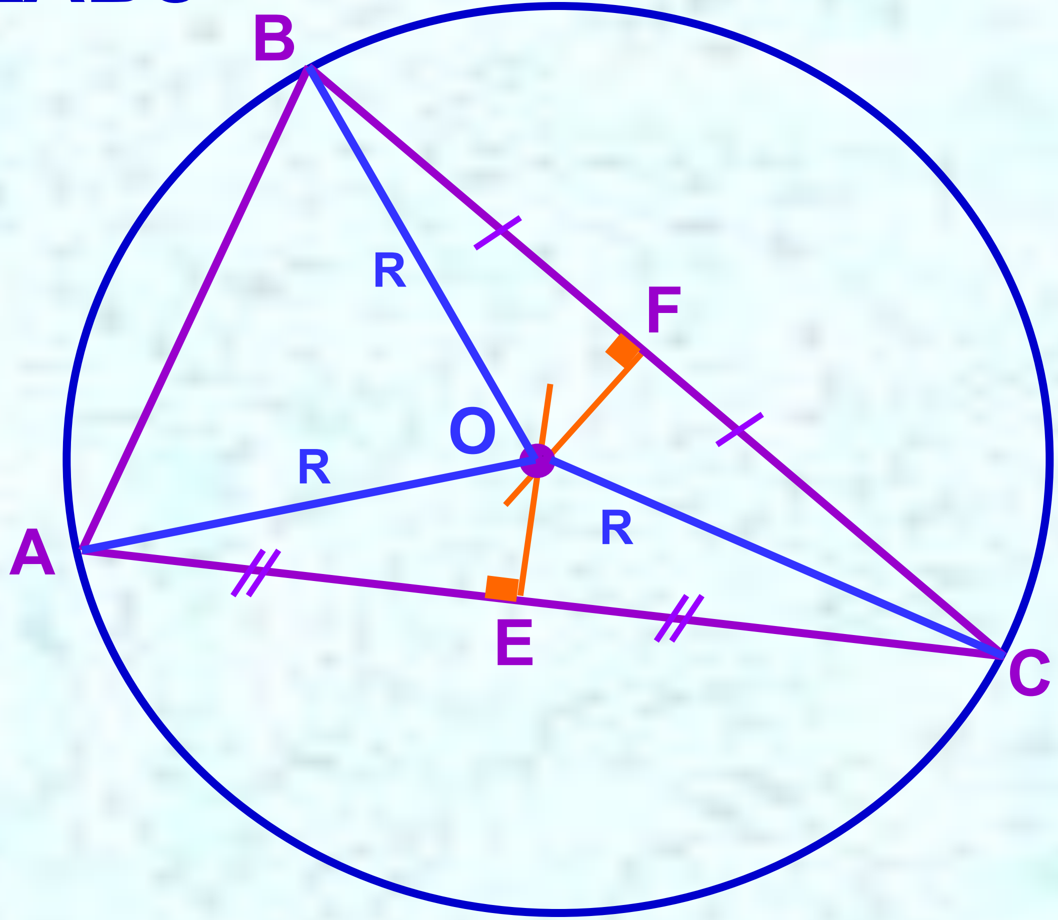
# Решение задач

- 2. Найти точку О, равноудаленную от сторон ΔАВС



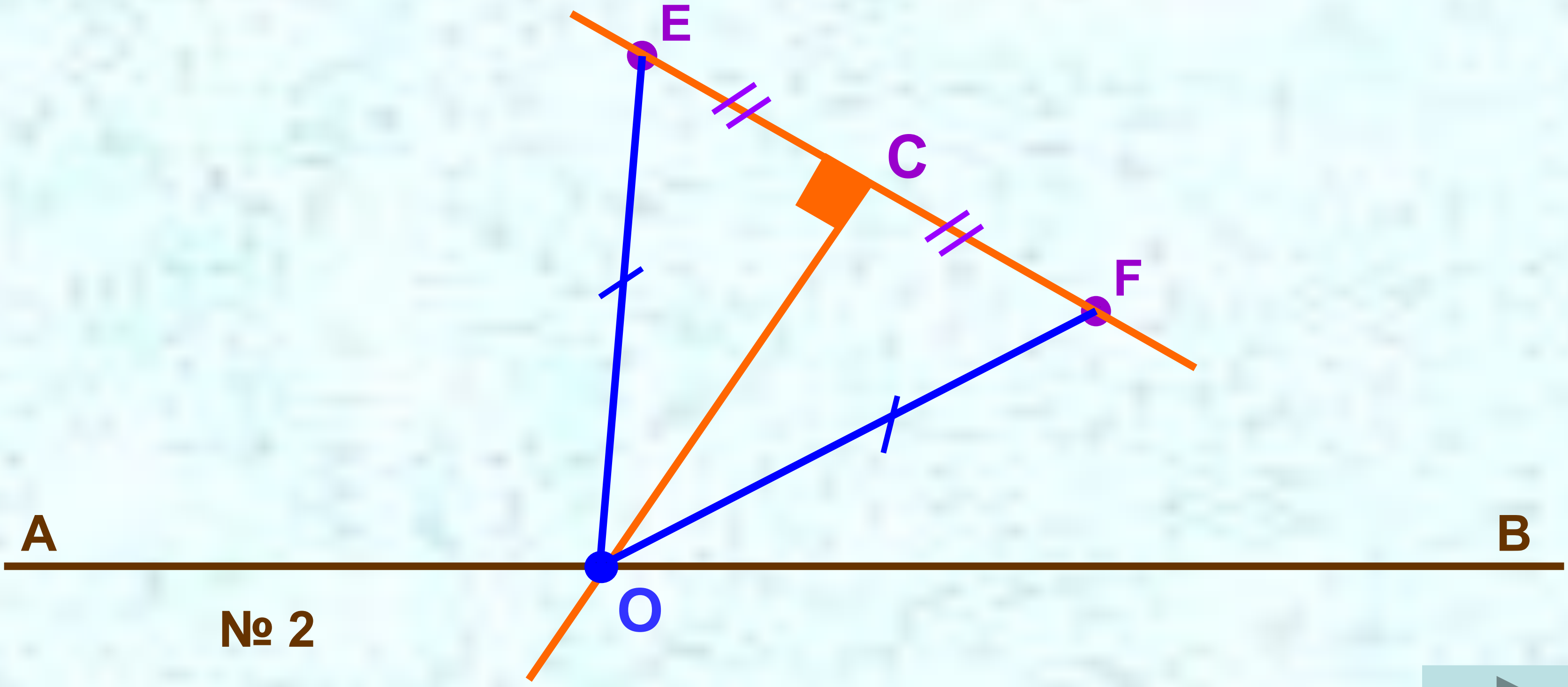
# Решение задач

- 3. Найти точку О, равноудаленную от вершин ΔАВС



# Решение задач

- 4. На прямой АВ найти точку О, равноудаленную от точек Е и F



- Спасибо за внимание!