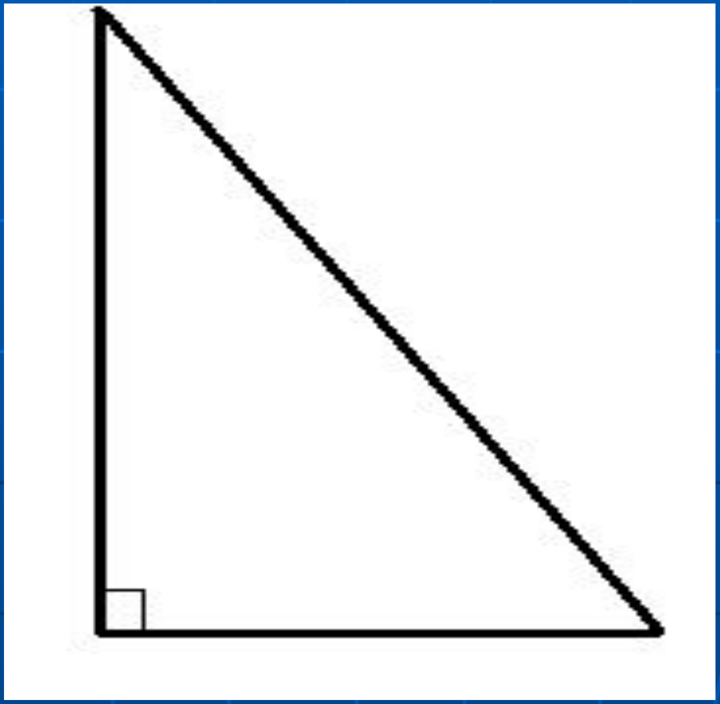
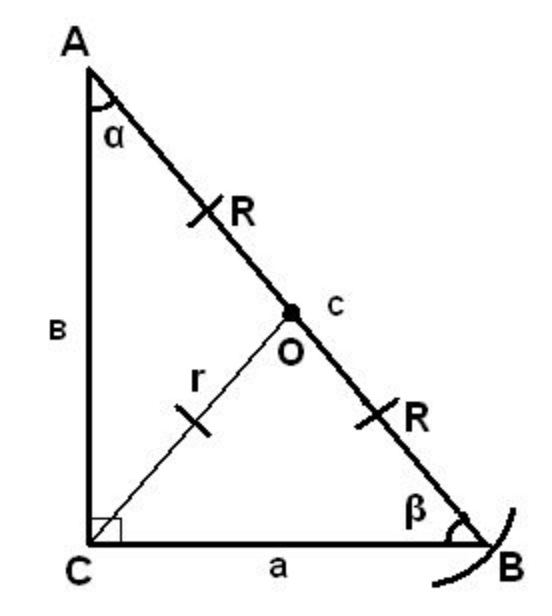
# Решение прямоугольного треугольника






1) $\angle A + \angle B = 90^0$ , $\sin A = \cos B$

2) $c^2 = a^2 + \text{в}^2$

3) $a = c\cos\beta$

$\text{в} = c\sin\beta$

$\text{tg}B = \text{в}/a$

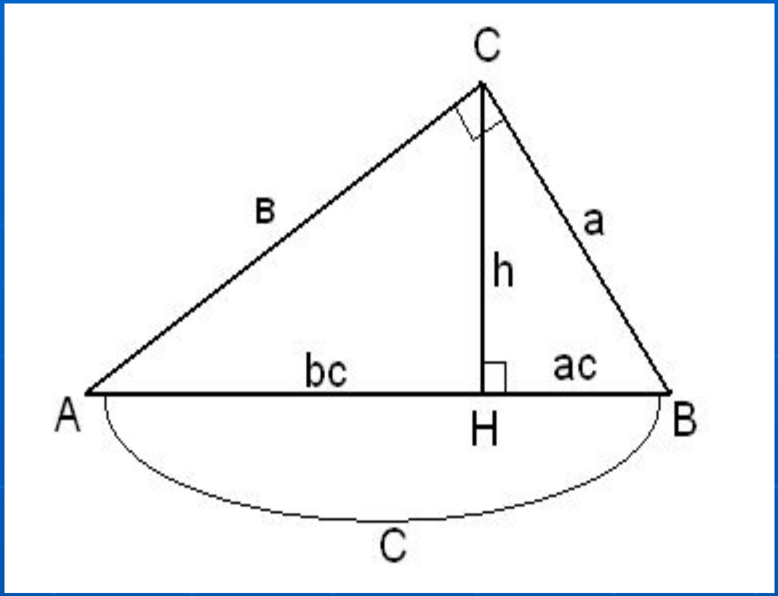
О – середина АВ ( О – центр описанной окружности)

R- радиус описанной окружности,
АВ- диаметр описанной окружности.

$$\boxed{R = 1/2\ C}$$

r- радиус вписанной окружности

$$\boxed{r = \frac{a+\text{в}-c}{2}}$$




$\boxed{S_{\triangle} = 1/2 aв}$

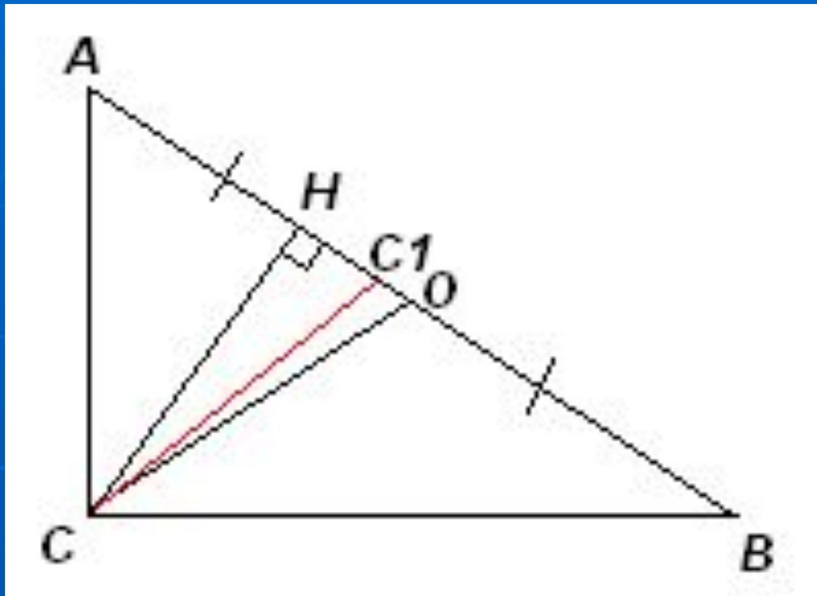
h – высота, проведённая к гипотенузе С.

$\boxed{h = \dfrac{2S_{\triangle}}{C}}$ или $\boxed{h = \dfrac{a \bullet в}{c}}$

$h^2 = ac \cdot bc$

$в^2 = c \cdot bc$

$a^2 = c \cdot ac$




$\Delta ABC$:

$CO$ – медиана

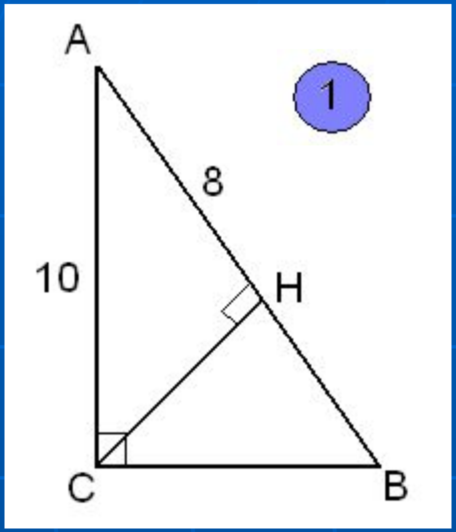
$CH$ – высота

$CC_1$ – биссектриса $\llcorner C$

Тогда $\llcorner OCC_1 = \llcorner HCC_1$

Биссектриса прямого угла делит угол между высотой и медианой пополам, проведёнными из той же вершины угла.

# Примеры решения задач




Дано:

$\Delta ABC$ – прямоугольный ( $\angle C = 90^0$ ),

CH – высота

$AC = 10$, $AH = 8$

Найти:

$S_{\Delta ABC}$

Решение:

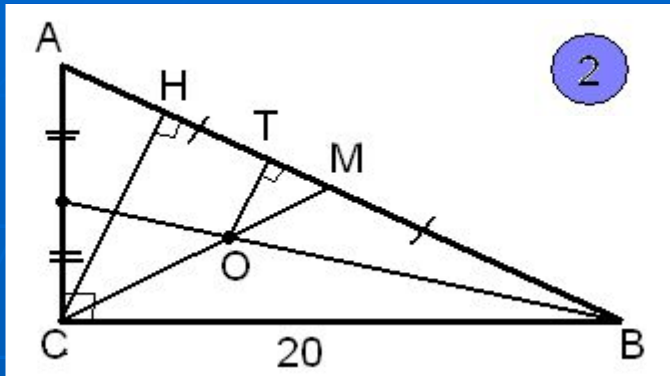
1) $\Delta ACH$: $AH= 8$; $AC= 10$; $CH= \sqrt{AC^2 - AH^2} = \sqrt{10^2 - 8^2} = \sqrt{36} = 6$

2) $CH^2 = AH \cdot HB$, $HB= CH^2/AH = 6^2/8 = 9/2 = 4.5$

3) $AB = AH + HB = 8 + 4.5 = 12.5$

4) $S_\Delta= 1/2AB \cdot CH= 1/2 \cdot 6 \cdot 12.5= 37.5$

Ответ. 37.5




Найти расстояние от точки пересечения медиан прямоугольного треугольника до его гипотенузы.

Дано:

$\Delta ABC$ – прямоугольный ( $\angle C = 90^0$ ),

$AB= 25$, $BC= 20$

O- точка пересечения медиан.

Найти: OT

Решение:

Проведём CH – высоту, тогда OT $\parallel$ OH, как перпендикуляры, проведённые к AB.

Значит $\Delta OTM \sim \Delta OHM$, следовательно $\frac{OT}{CH} = \frac{OM}{CM}$ CM – медиана, значит OM / CM= 1/3

Тогда OT / CH= 1/3, т.к. CH- высота, проведённая из вершины прямого угла, то

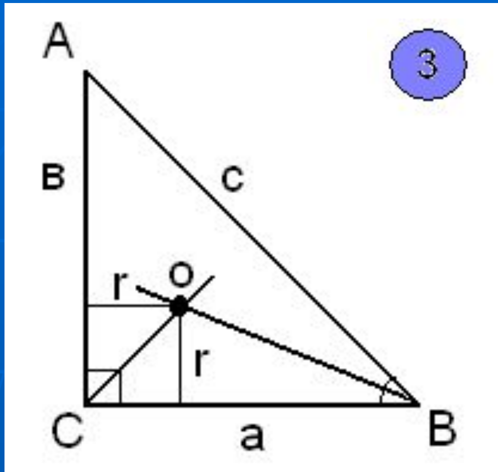
$CH= AC \cdot BC / AB$

$AC = \sqrt{AB^2 - BC^2} = \sqrt{25^2 - 20^2} = \sqrt{225} = 15$ (см)

$CH= 15 \cdot 20 / 25= 12$ (см)

$OT= CH / 3= 12/3= 4$ (см)

Ответ. 4 см




Периметр прямоугольного треугольника равен 72см, а радиус вписанной окружности равен 6см. Найти диаметр описанной окружности.

Дано:

$\Delta ABC$ – прямоугольный ( $\angle C = 90^0$ ),

P= 72см, r = 6см.

Найти: AB

Решение:

AB- диаметр описанной окружности. O - центр вписанной окружности ( точка пересечения биссектрис углов).

$$\boxed{r = \frac{a+в-c}{2}}$$

r = 6, (a + в – c)/ 2 = 6

P= a + в + c, a + в = P – c = 72 – c , тогда

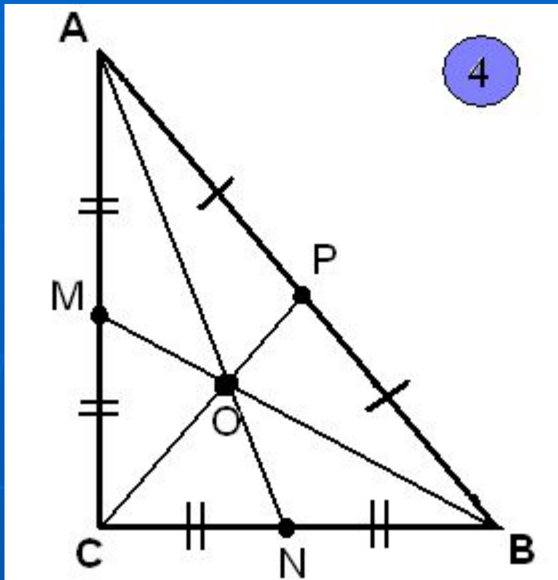
(72 –c –c)/ 2= 6,

72 -2c = 12,

2c= 60,

C=30, AB= 30.

Ответ. 30 см




Дано:

$\Delta ABC$ – прямоугольный, BM, AN, CP – медианы.

AN= 12 см, BM= $4\sqrt{11}$ см.

Найти: CP

Решение:

P – середина AB. P – центр описанной окружности около $\Delta ABC$. Значит AP=PB=PC, следовательно CP= ½ AB.

$$\begin{cases} AN^2 = AC^2 + CN^2, \\ BM^2 = BC^2 + CM^2; \end{cases} \quad \begin{cases} 144 = AC^2 + (1/2BC)^2, \\ 176 = BC^2 + (1/2AC)^2; \end{cases} \quad \begin{cases} AC^2 + 1/4(BC)^2 = 144, \\ BC^2 + 1/4(AC)^2 = 176; \end{cases}$$

$5/4\ AC^2 + 5/4\ BC^2 = 320,$

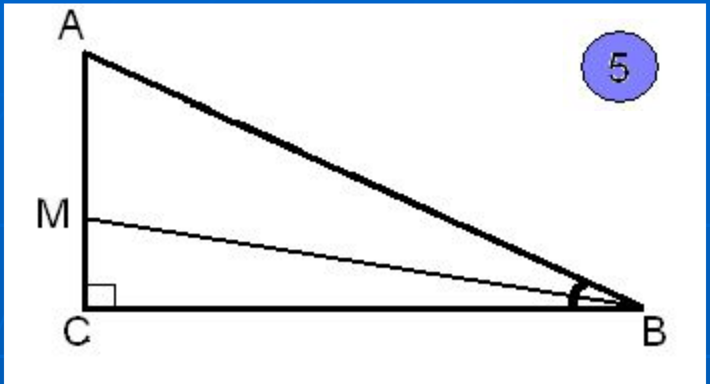
$5/4\ (AC^2 + BC^2) = 320\ /\ \cdot 4/5$

$AC^2 + BC^2 = 256.$

$AC^2 + BC^2 = AB^2$, значит $AB^2 = 256$, AB= 16.

Тогда CP= ½ AB= ½ · 16= 8 (см)

Ответ. 8 см




Дано:

$\Delta ABC$ – прямоугольный ( $\angle C = 90^0$ ),
BM – биссектриса $\angle B$. $\sin A = 0.8$, $S_{\Delta CBM} = 8$

Найти:

$S_{\Delta ABC}$

Решение:

$S_{\Delta ABC} = ½\ AC \cdot BC$

$S_{\Delta CBM} = ½\ MC \cdot BC$ , $½\ MC \cdot BC = 8$, $\underline{MC \cdot BC = 16}$. (1)

$\sin A = 0.8$, значит $\cos B = 0.8$

$tg в/2 = \sqrt{1 - \cos B} / \sqrt{1 + \cos B} = \sqrt{1 - 0.8} / \sqrt{1 + 0.8} = \sqrt{0.2/1.8} = \sqrt{1/9} = 1/3$

$tg в/2 = MC/BC$, $MC/BC = 1/3$, $\underline{MC = 1/3\ BC}$. (2)

Подставим в (1) равенство, получим: $BC \cdot 1/3BC = 16$, $1/3\ BC^2 = 16$

Значит $BC^2 = 48$, $BC = 4\sqrt{3}$ (см)

$\Delta ABC$: $BC = 4\sqrt{3}$, $\sin A = 0.8$

5

$tgA = BC/AC$, $AC = BC : tgA = BC : sinA/cosA = 4\sqrt{3} : 0.8 / \sqrt{1-(0.8)^2} =$
$= 4\sqrt{3} \cdot 0.6/0.8 = 3\sqrt{3}$ (см).

$S_{\Delta ABC} = ½ AC \cdot BC = ½ \cdot 3\sqrt{3} \cdot 4\sqrt{3} = 18$ (см)$^2$

Ответ. 18 (см)$^2$

# Реши самостоятельно:

1) В прямоугольном треугольнике ABC высота CH, проведенная из вершины прямого угла, равна 3, AC= 5. Найти $S_{ABC}$

Ответ. 9.375.

2) В прямоугольном треугольнике ABC($\angle C= 90^0$), проведена биссектриса BK. Найти $9\sqrt{5}S$, где S- площадь ΔCBK. $S_{\Delta ABC}= 3\sqrt{5}$, а sinA= 2/7.

Ответ. 63.

3) В прямоугольном треугольнике ABC($\angle C= 90^0$). Через центр O – вписанной в треугольник окружности проведён луч BO, пересекающий катет AC в точке M. Известно, что AM= $8\sqrt{3}$, $\angle A= \angle MBC$. Найти гипотенузу.

Ответ. 24.

4) Один из катетов прямоугольного треугольника равен 15см, а проекция второго катета на гипотенузу равна 16см. Найти диаметр окружности, описанной около этого треугольника.

Ответ. 25см.

5) Гипотенуза AB прямоугольного треугольника ABC равна $2\sqrt{22}$, а катет BC равен 6.

Найти длину медианы BK.

Ответ. 7.