


Проект  
«Математика в профессии  
«Повар, кондитер»



---

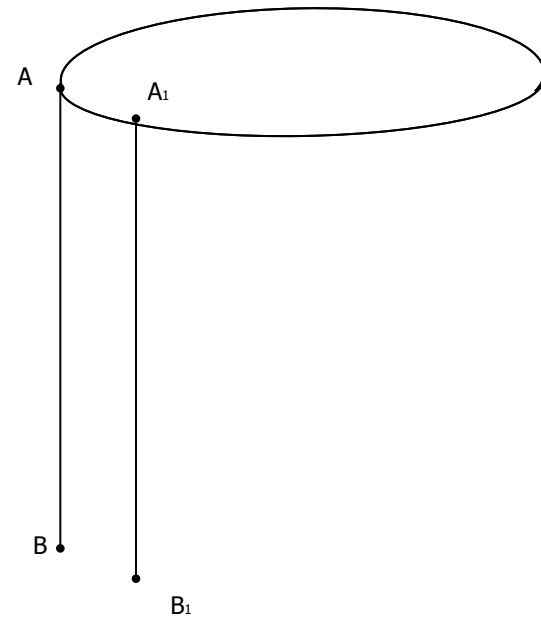
Автор: преподаватель

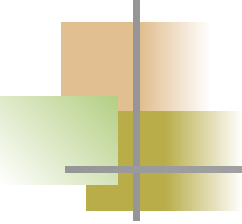
ГОУ СПО ПК № 33

Симоненко Е.Е.

# Цилиндр

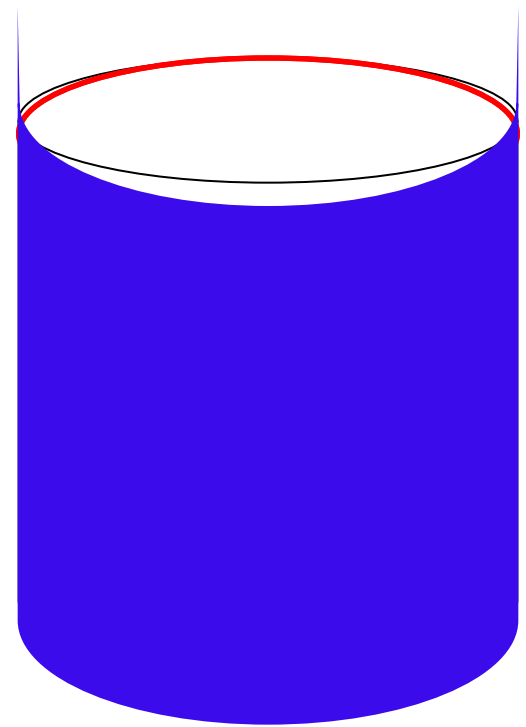
*Цилиндром* называется тело, которое состоит из двух кругов, не лежащих в одной плоскости и совмещаемых параллельным переносом, и всех отрезков, соединяющих соответствующие точки этих кругов

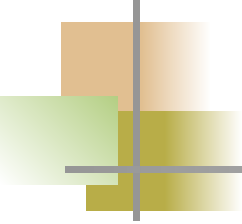




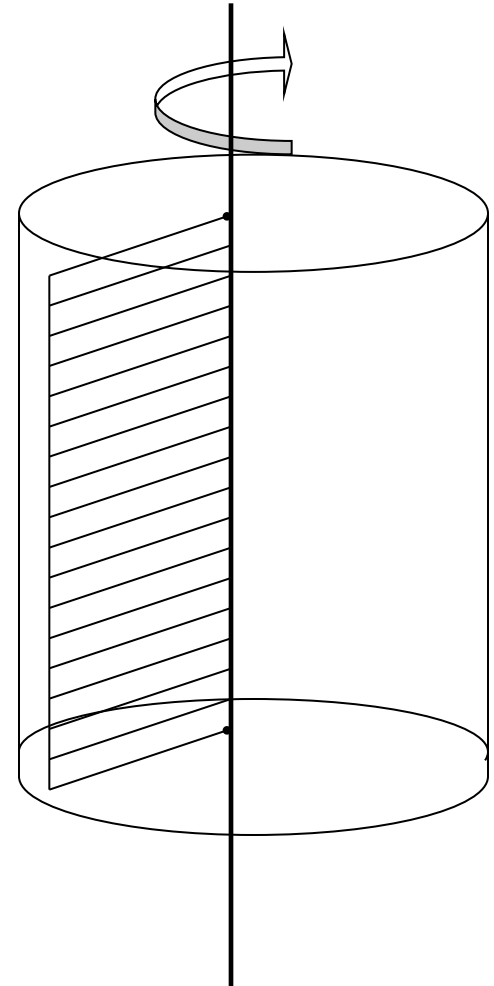
---

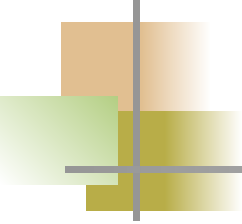
Поверхность  
цилиндра состоит  
из оснований  
цилиндра – двух  
равных кругов,  
лежащих в  
параллельных  
плоскостях, и  
боковой  
поверхности.





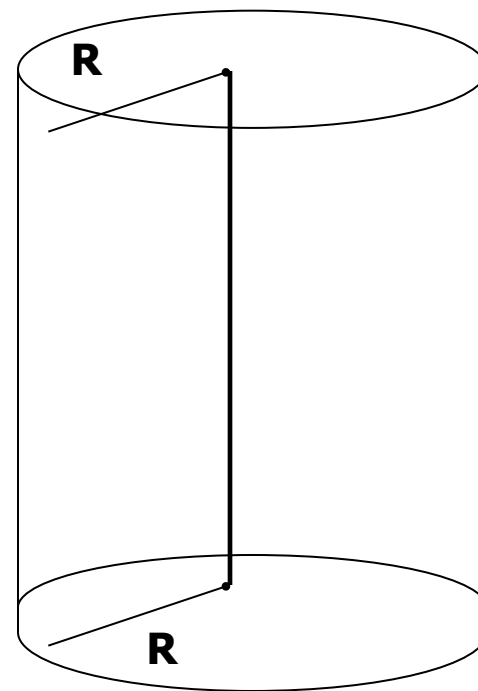
Цилиндр называется **прямым**, если его образующие перпендикулярны плоскостям оснований. **Прямой** цилиндр можно рассматривать как тело, полученное при вращении прямоугольника вокруг своей оси

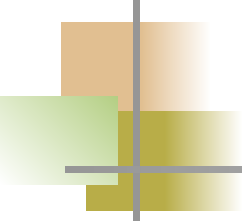




---

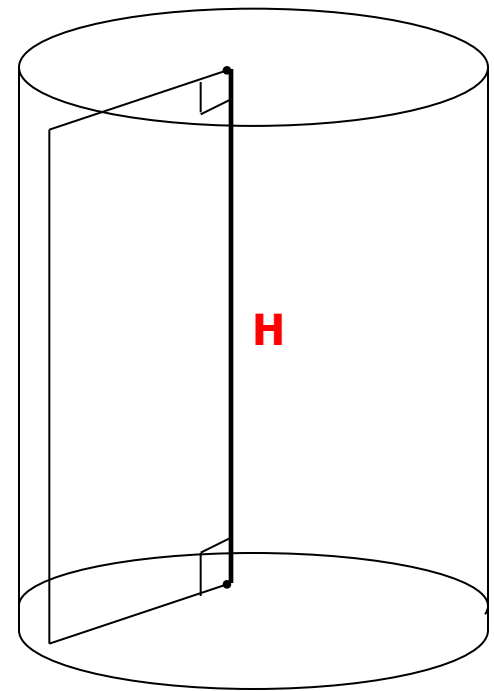
**Радиусом** цилиндра  
называется радиус  
его основания

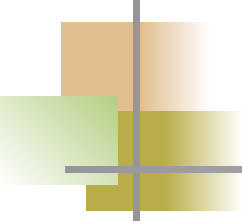




---

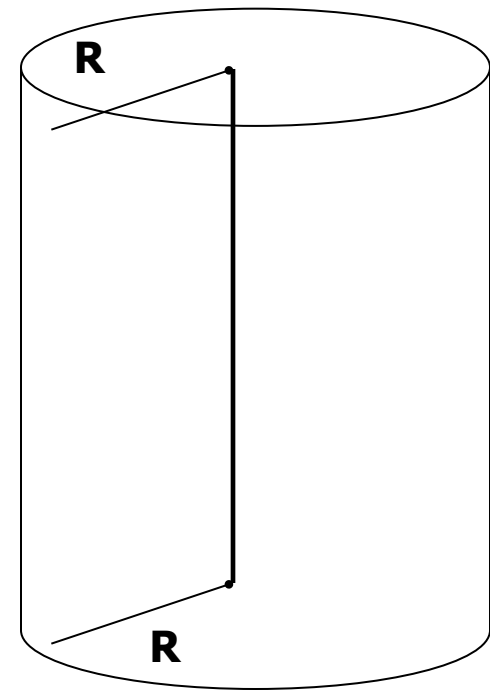
**Высотой** цилиндра  
называется  
расстояние между  
плоскостями  
оснований





---

**Осью цилиндра**  
называется прямая,  
проходящая через  
центры оснований.  
Она параллельна  
образующим.

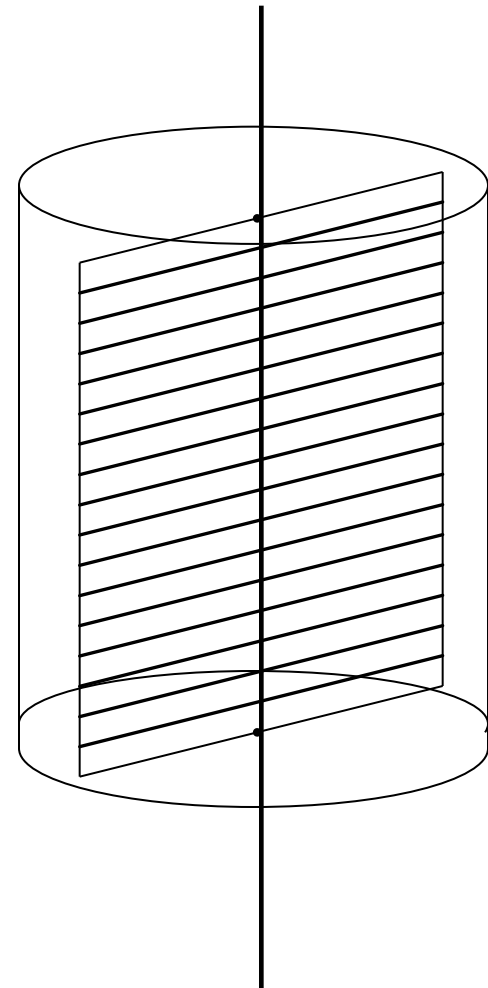




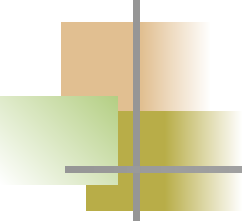
---

## Сечение цилиндра

плоскостью,  
проходящей через ось  
цилиндра, называется  
осевым сечением

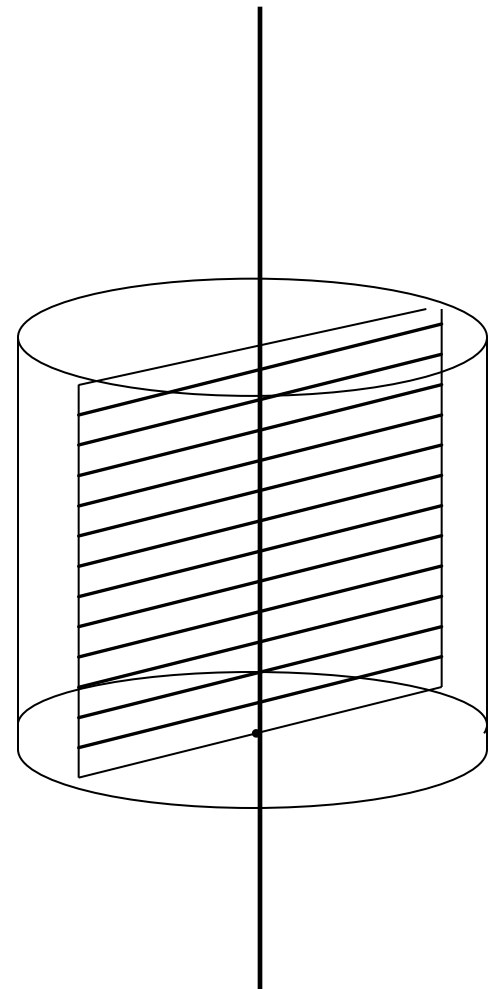


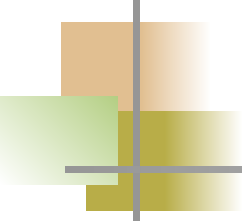




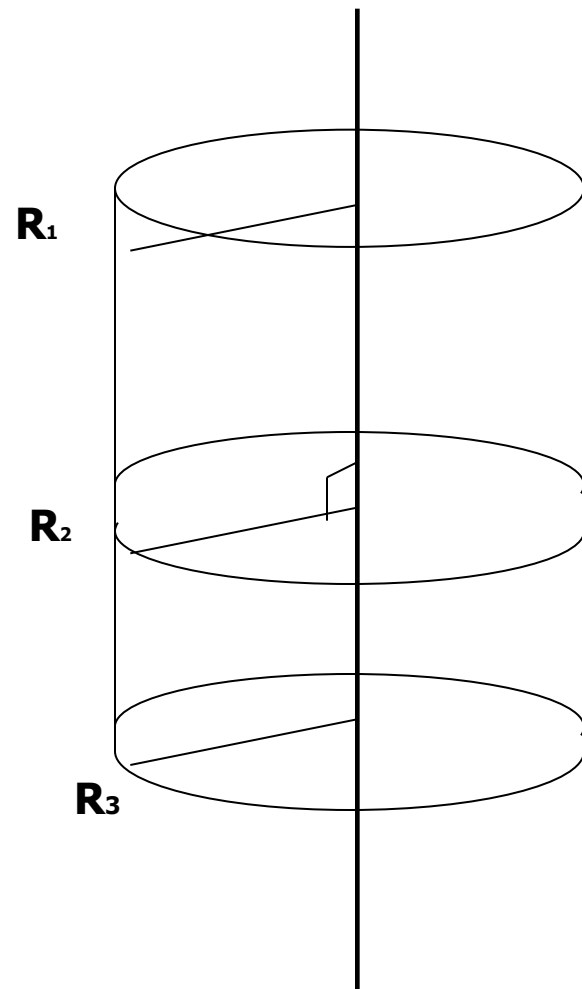
---

Цилиндр, осевое сечение, которого-  
квадрат называется  
**равносторонним**

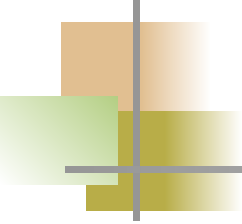




Плоскость,  
перпендикулярная  
оси цилиндра,  
пересекает его  
боковую  
поверхность по  
окружности, ,  
равной окружности  
его основания.

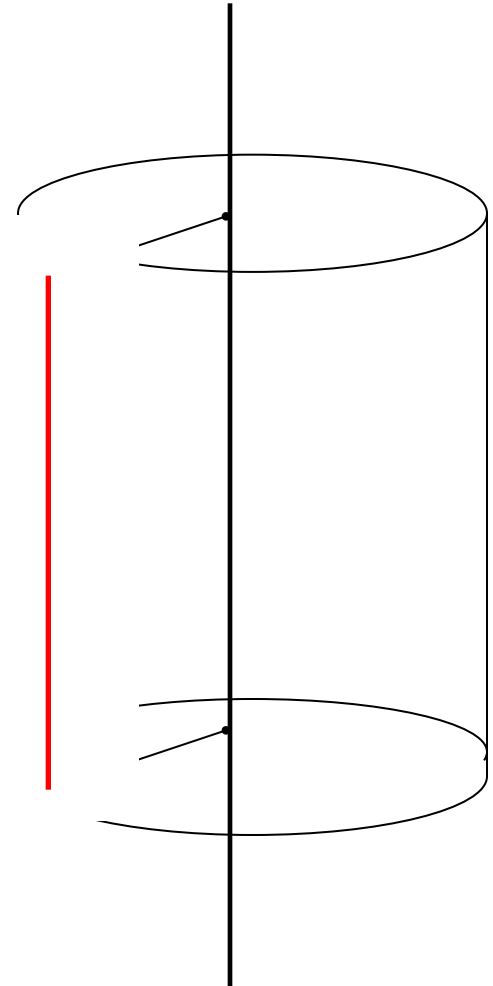


= =



---

Плоскость, проходящая  
через образующую  
цилиндра и  
перпендикулярна  
осевому сечению,  
проведённому через эту  
образующую,  
называется **касательной  
плоскости цилиндра**



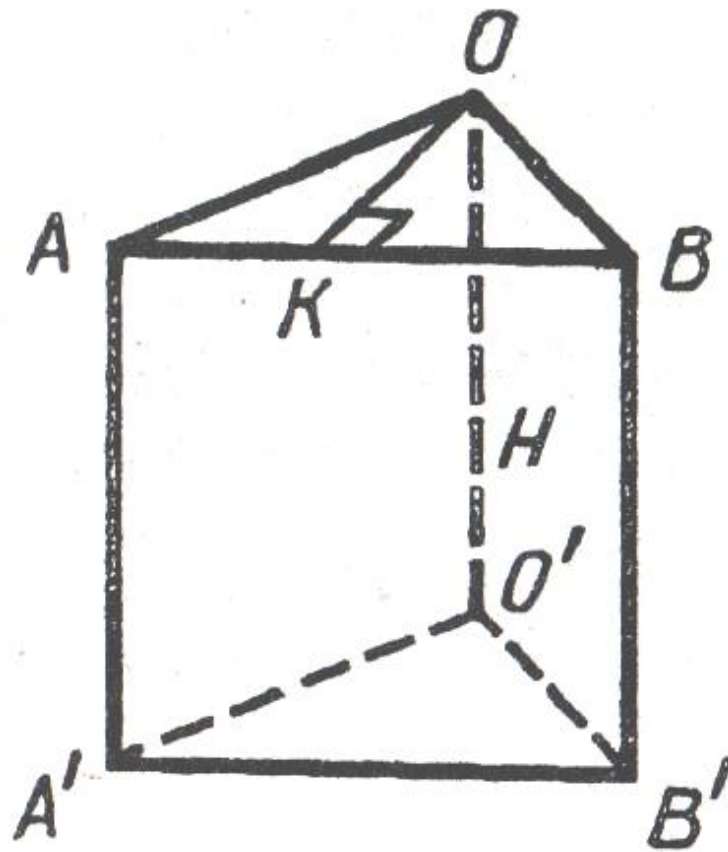
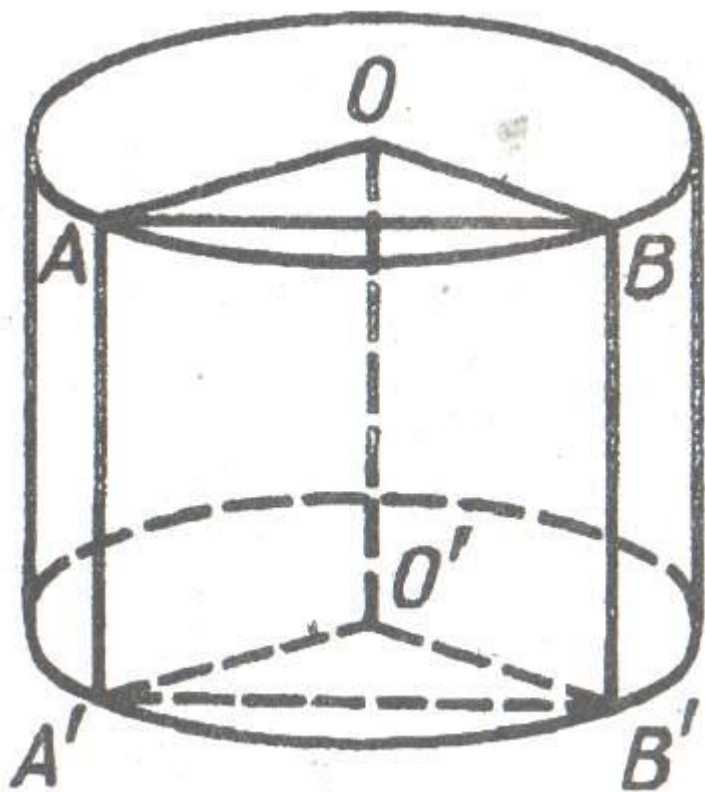


## Задача № 1

---

Высота цилиндра 8 м, радиус основания 5 м. Цилиндр пересечен плоскостью так, что в сечении получился квадрат. Найдите расстояние от этого сечения до оси.

Решение:





1) Сечение  $ABB'A'$  - квадрат

2) Фигура  $OABO'A' B'$  - прямая треугольная призма, в которой боковые ребра равны по 8 м, стороны  $OA=OB=R = 5$  м, боковая грань  $AA'B' B$  - квадрат.

3) На рисунке призма  $AOBA'O'B'$  вынесена из цилиндра.

$OK \perp AB$ . Найдем, длину ( $h$ ) перпендикуляра  $OK$ .

4) По условию  $AB = A'B' = M' = 8$ . В прямоугольном треугольнике  $AOK$  катет  $AK = 4$ . Тогда по теореме Пифагора

$$h = OK = \sqrt{AO^2 - AK^2} = \sqrt{25 - 16} = 3 \text{ м.}$$

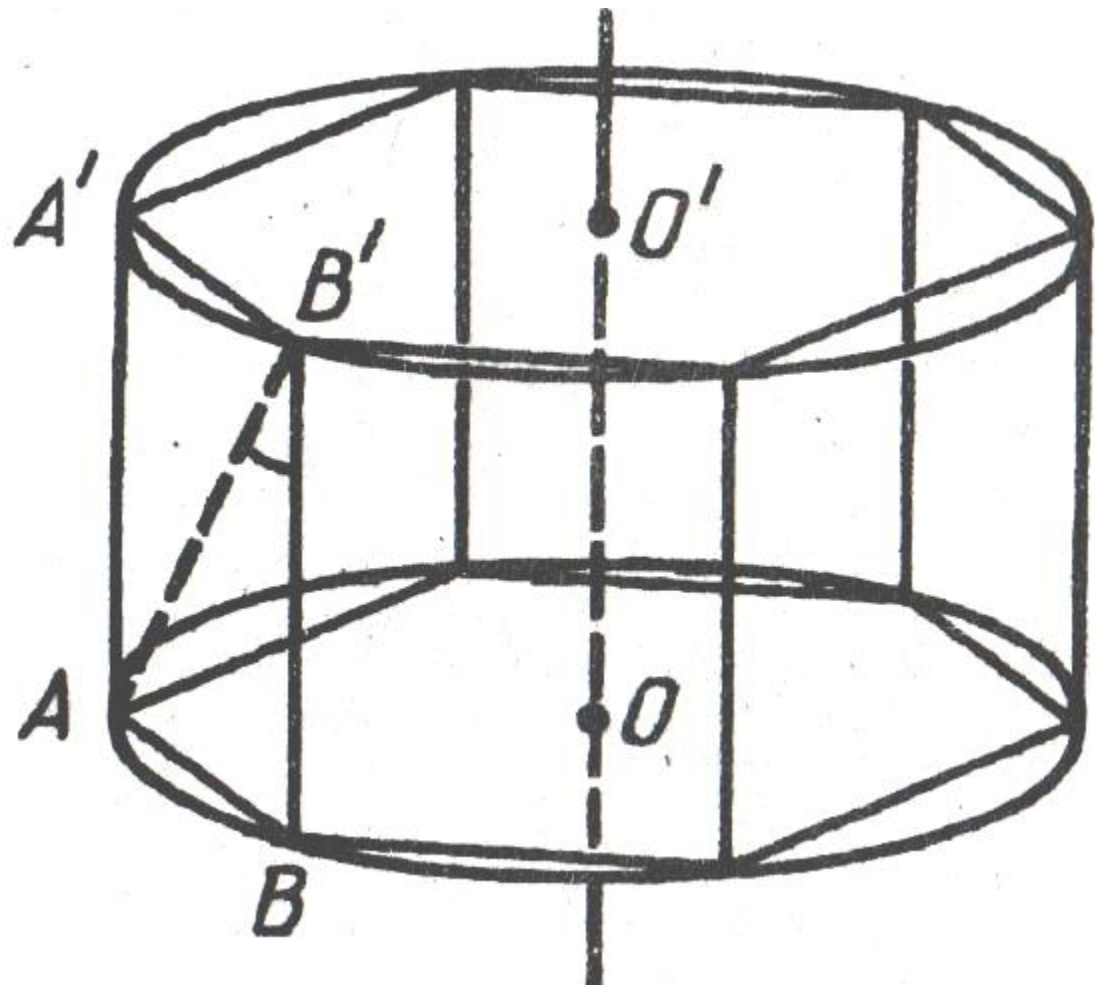


## Задача № 2

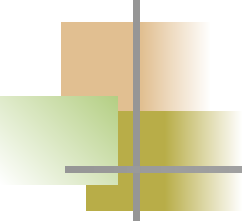
---

В цилиндр вписана правильная шестиугольная призма. Найдите угол между диагональю ее боковой грани и осью цилиндра, если радиус основания равен высоте цилиндра.

Решение:





- 
1. Боковые грани призмы - квадраты, так как сторона правильного шестиугольника, вписанного в окружность, равна радиусу
  2. Ребра призмы параллельны оси цилиндра поэтому, угол между диагональю грани и осью цилиндра равен углу между диагональю и боковым ребром.
  3. Так как грань призмы  $AA'B'B$  – квадрат, то этот угол равен  $45^\circ$



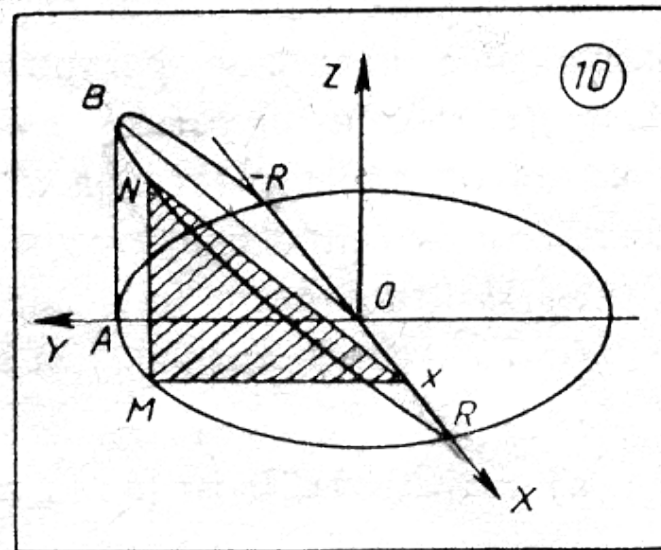
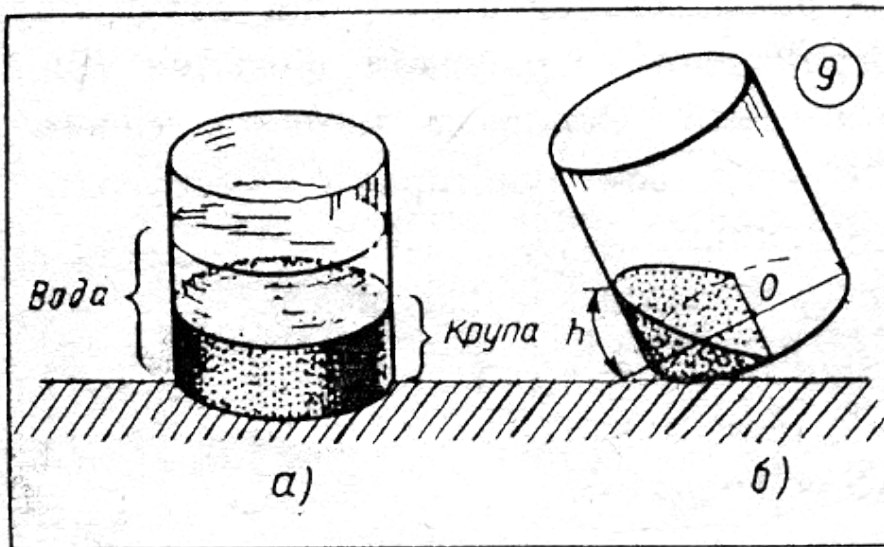
## Задача № 3


---

Сергея насыпал в цилиндрическую кастрюлю немного пшена и спросил соседку тетю Ляду: «Сколько нужно налить воды чтобы получилась вкусная каша? – «Это очень просто, - ответила соседка. - Наклони кастрюлю, постучи, чтобы крупа пересыпалась и закрыла ровно половину дна. Теперь заметь точку на стенке кастрюли у края, до которого поднялась крупа, зажми ее пальцем. До этого уровня надо налить воду!»- «Так ведь пшена можно насыпать побольше или поменьше, да и кастрюли бывают разные- широкие, узкие»,- усомнился Сергей. «Все равно, мой способ годиться в любом случае»,- гордо ответила соседка.

Докажите, что соседка права : отношение объемов воды и крупы по ее рецепту для любой цилиндрической кастрюли получается одинаковым. Найдите это отношение.

# Решение:





На рисунке слева изображена стоящая кастрюля, а на рисунке справа- кастрюля, наклоненная так ,как советовала соседка. Поместим исследуемую модель в систему координат, чтобы основание цилиндра ( кастрюли ) лежало в плоскости  $XOY$ , а центр основания  $O$  стал началом координат. Через точку  $x$  на оси  $OX$  строим сечение тела( т.е. горки из крупы внутри кастрюли) плоскостью, перпендикулярной оси  $OX$  и параллельной оси  $OY$

$$\triangle MNX \sim ABO \Rightarrow \frac{MN}{AB} = \frac{MX}{AO}, \text{ т.е.}$$

$$\frac{MN}{h} = \frac{y}{R} \text{ и } MN = \frac{hy}{R}.$$

$$\text{Зн. } S_{MNX} = \frac{1}{2} MN \cdot MX = \frac{hy^2}{2R}$$

т.к.  $M \in \text{Окр.}(R)$  и  $M(x; y)$ , получаем

$$x^2 + y^2 = R^2, \text{ т.е. } y^2 = R^2 - x^2.$$

$$\text{Тогда } S_x = S_{MNX} = \frac{h(R^2 - x^2)}{2R} \Rightarrow$$

$$V_{\text{кр.}} = 2 \int_0^R \frac{h(R^2 - x^2)}{2R} dx = \frac{2}{3} hR^2$$

$$\text{НО } V_B = V_{\text{ц}} - V_{\text{кр.}} = \pi R^2 h - \frac{2}{3} R^2 h = \frac{R^2 h}{3} (3\pi - 2)$$

$$\text{Значит } \frac{V_B}{V_{\text{кр.}}} = \frac{3\pi - 2}{2} - 1$$

Эта величина не зависит от размеров цилиндра( кастрюли)



Цилиндры

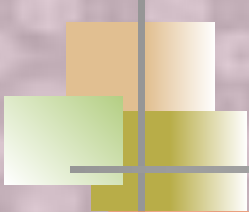
---

в моей профессии











# КОНЕЦ

