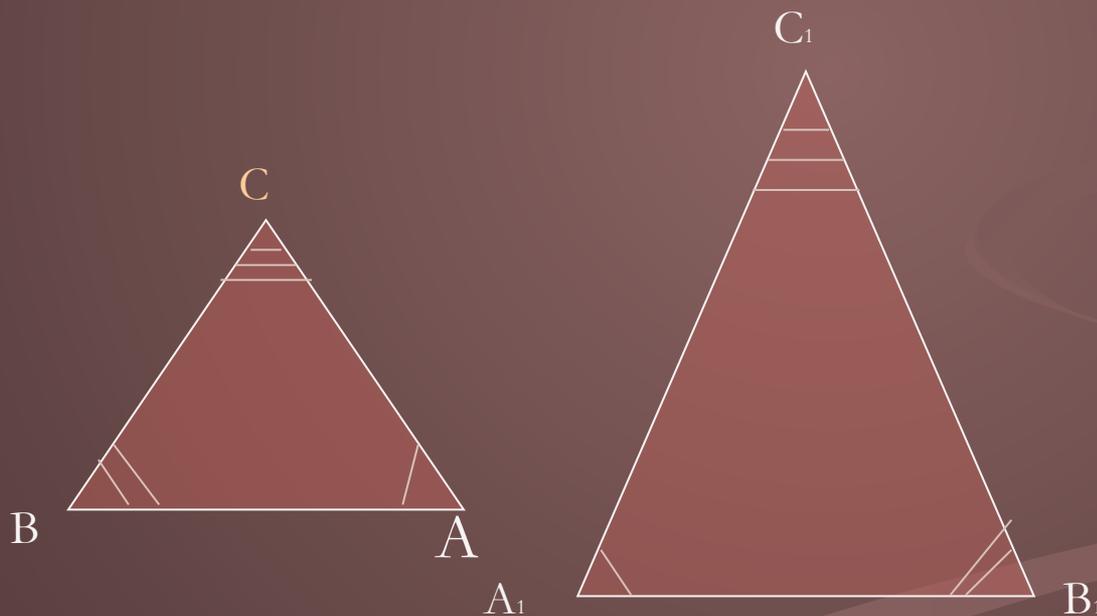


Подобные треугольники

Признаки подобия треугольников

Определение подобных треугольников

- Два треугольника называются подобными, если их углы соответственно равны и стороны одного треугольника пропорциональны сходственным сторонам другого.



$$\angle A = \angle A_1; \angle B = \angle B_1;$$

$$\angle C = \angle C_1,$$

$$AB/A_1B_1 = BC/B_1C_1 = AC/A_1C_1 = k$$

$$A/C_1A_1 = k$$

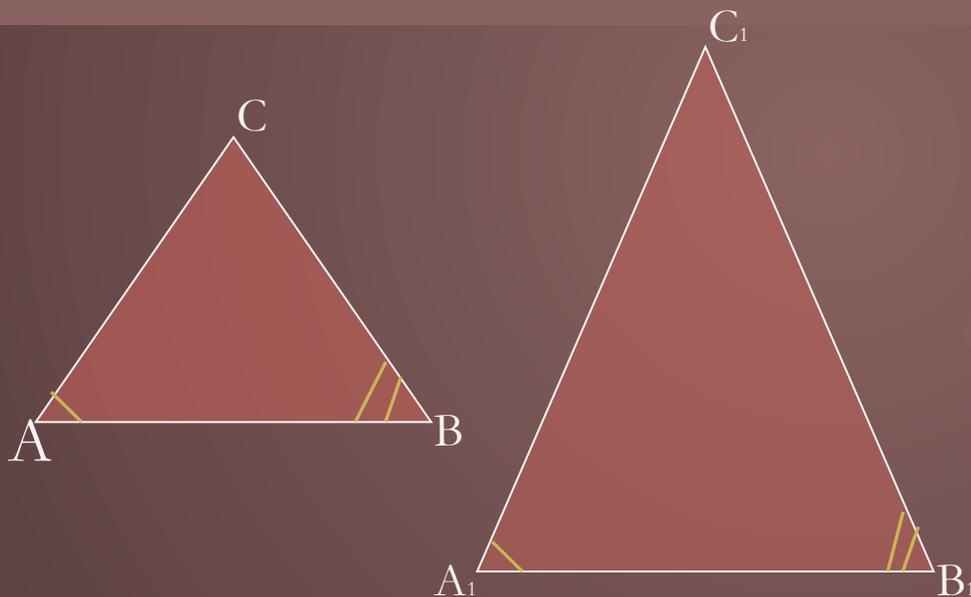
$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$

Первый признак подобия треугольников

- Теорема

Если два угла одного треугольника соответственно равны двум углам другого, то такие треугольники подобны.

Дано

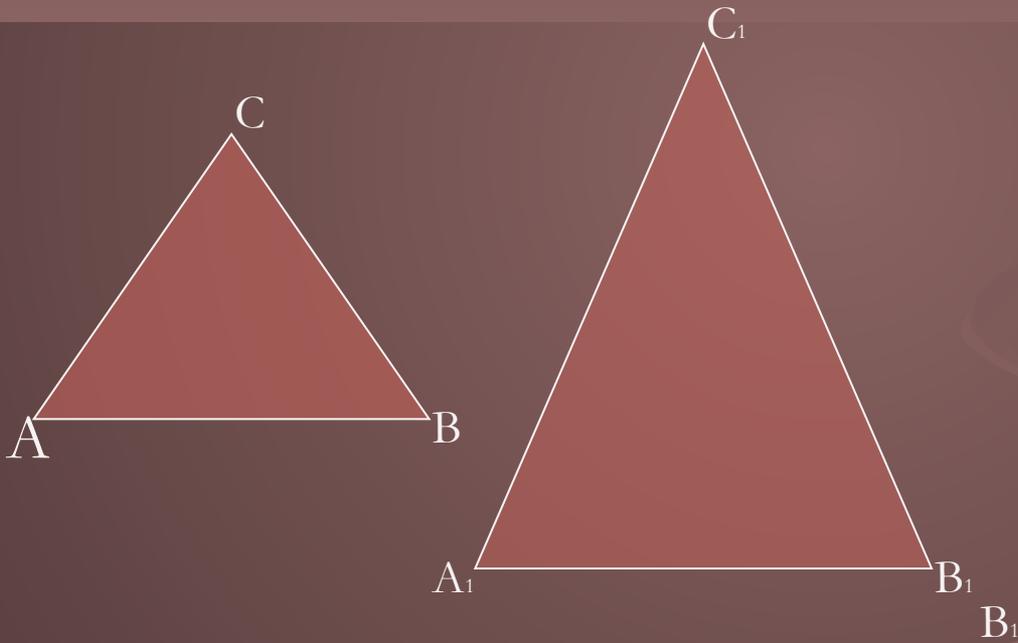


ABC и $A_1B_1C_1$ -
треугольники

$$\angle A = \angle A_1; \angle B = \angle B_1$$

Доказать:

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1 B_1 C_1$$



Доказательство:

- ❖ По теореме о сумме углов треугольника:
 $C = 180^\circ - A - B$, $C_1 = 180^\circ - A_1 - B_1$, следовательно
угол C равен углу C_1 . Значит, углы
треугольника ABC соответственно равны
углам треугольника $A_1B_1C_1$.

Доказательство:

- ❖ Докажем, что стороны треугольника ABC пропорциональны сходственным сторонам треугольника $A_1B_1C_1$. Т.к. $\angle A = \angle A_1$ и $\angle C = \angle C_1$, то

$$S_{ABC} / S_{A_1B_1C_1} = AB \cdot AC / A_1B_1 \cdot A_1C_1$$

$$\text{и } S_{ABC} / S_{A_1B_1C_1} = CA \cdot CB / C_1A_1 \cdot C_1B_1$$

Доказательство:

- ❖ Из равенств пункта 2 следует, что $AB/A_1B_1 = BC/B_1C_1$. Аналогично, используя равенства $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, получаем $BC/B_1C_1 = CA/C_1A_1$.

Доказательство:

- ❖ Из равенств пункта 2 следует, что $AB/A_1B_1 = BC/B_1C_1$. Аналогично, используя равенства $\angle A = \angle A_1$, $\angle B = \angle B_1$, получаем $BC/B_1C_1 = CA/C_1A_1$.

Что и требовалось доказать:

- Итак, стороны треугольника ABC пропорциональны сходственным сторонам треугольника $A_1B_1C_1$.
Теорем доказана.

Второй признак подобия треугольников.

Теорема:

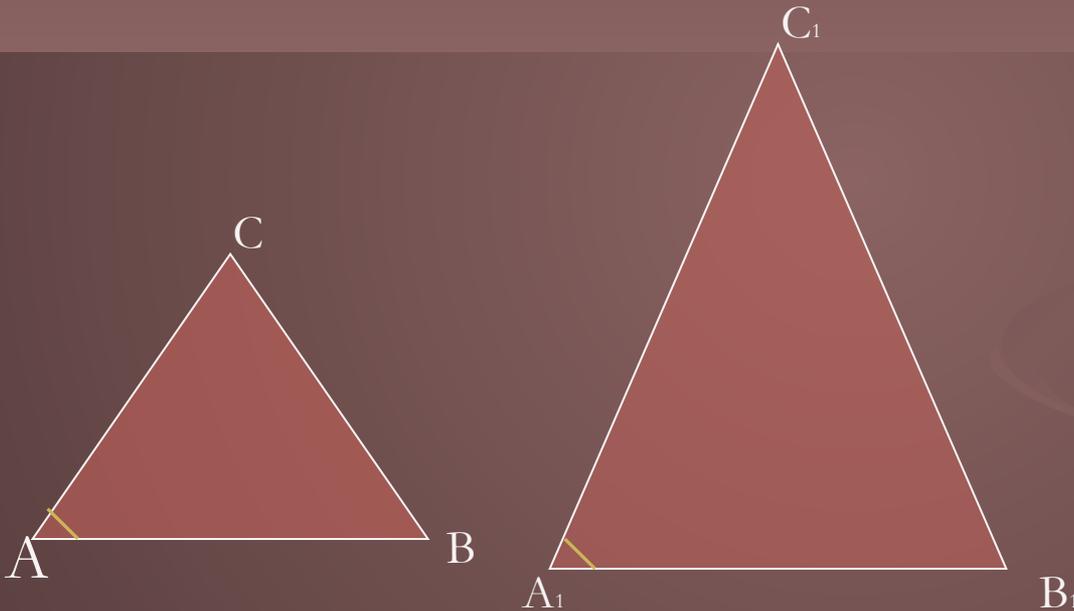


Если две стороны одного треугольника пропорциональны двум сторонам другого треугольника и углы, заключенные между этими сторонами, равны, то такие треугольники подобны.

Дано

$$\angle A = \angle A_1;$$

$$AB/A_1B_1 = AC/A_1C_1;$$



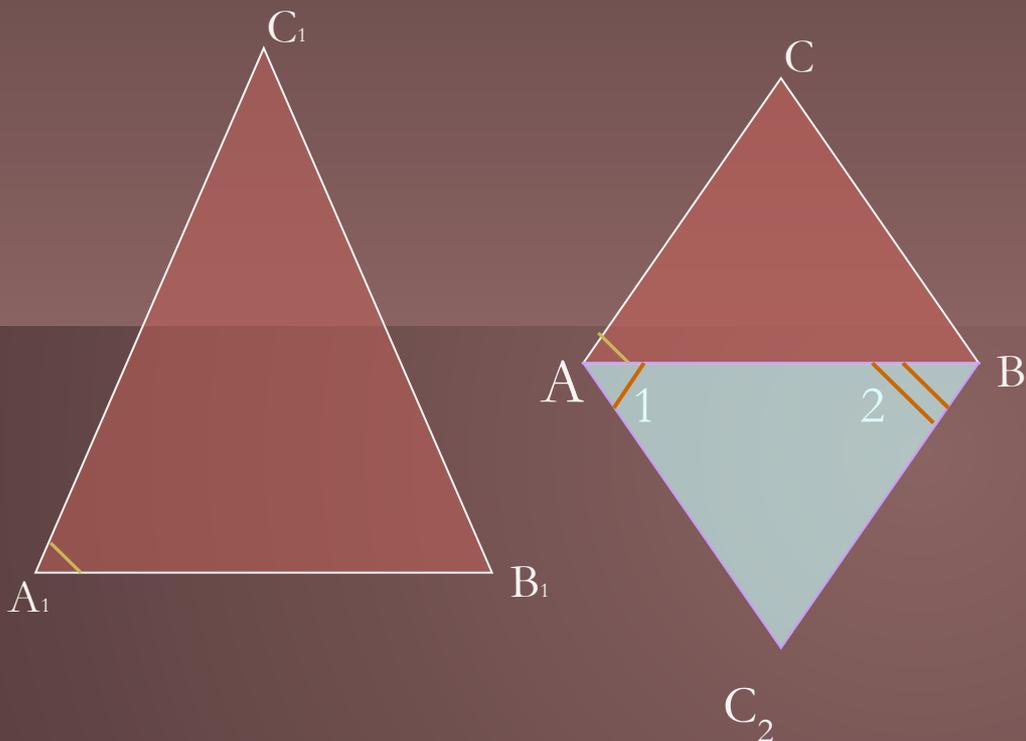
Доказать:

$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$

Доказательство:

- Для того, чтобы доказать данную теорему, нужно учитывать первый признак подобия треугольников, доказанный выше. Поэтому достаточно доказать, что $\angle B = \angle B_1$.

Доказательство:



- Рассмотрим треугольник ABC_2 , у которого $\angle 1 = \angle A_1$, $\angle 2 = \angle B_1$.

$\Delta ABC_2 \sim \Delta A_1 B_1 C_1$ (по первому признаку подобия)

Доказательство:

- Значит, $AB/A_1B_1 = AC_2/A_1C$ с другой стороны $AB/A_1B_1 = AC/A_1C_1$ (по условию). Получаем $AC = AC_2$
- $\triangle ABC$ и $\triangle ABC_2$ равны по двум сторонам и углу между ними (AB - общая сторона, $AC = AC_2$ и $\angle A = \angle 1$, т.к. $\angle A = \angle A_1$ и $\angle 1 = \angle A_1$)

Что и требовалось доказать:

- Следует, что $\angle V = \angle 2$, а так как $\angle 2 = \angle V_1$, то $\angle V = \angle V_1$.

Теорема доказана.

Третий признак подобия треугольников

Доказательство теоремы

Теорема:

Если три стороны одного треугольника пропорциональны трем сторонам другого, то такие треугольники подобны.

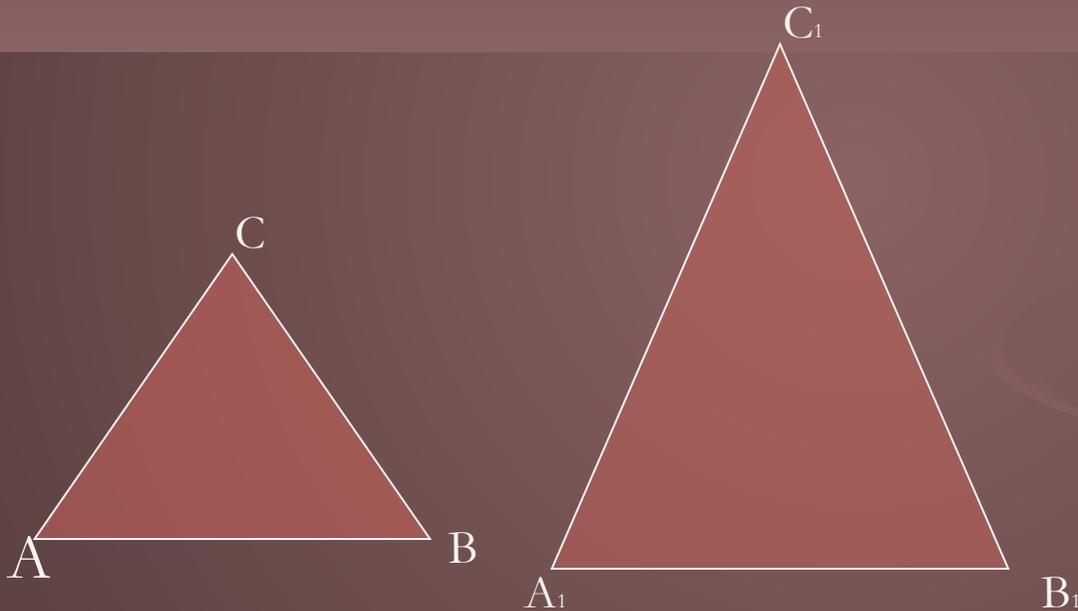
Дано:

$$\triangle ABC, \triangle A_1B_1C_1$$

$$AB/A_1B_1 = BC/B_1C_1 = CA/C_1A_1$$

Доказать:

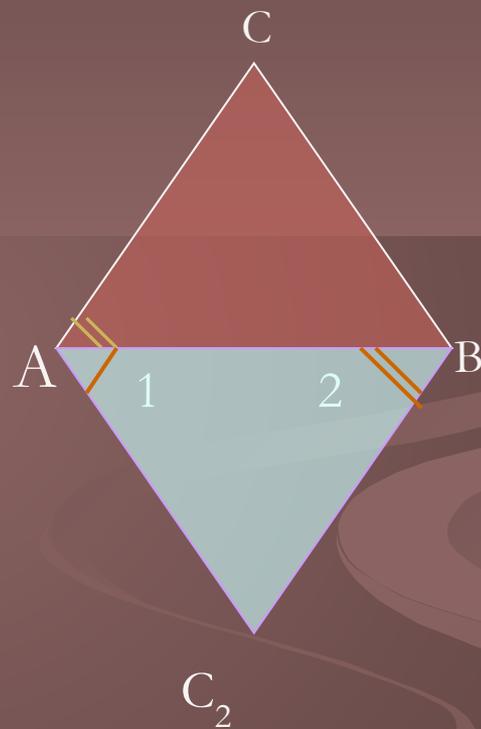
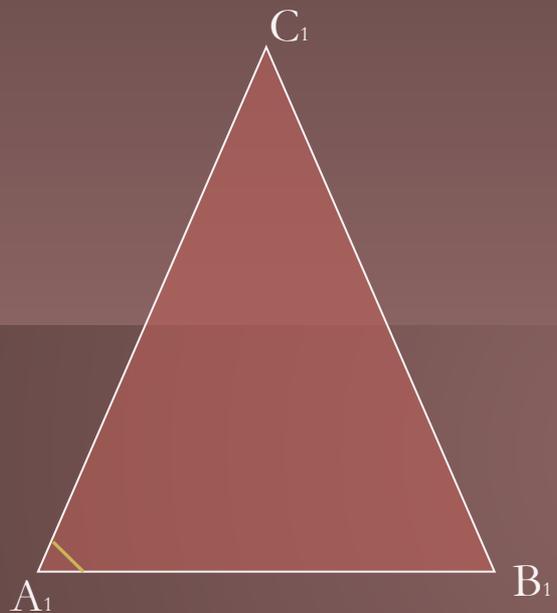
$$\triangle ABC \sim \triangle A_1B_1C_1$$



Доказательство:

- Учитывая второй признак подобия треугольников, достаточно доказать, что $\angle A = \angle A_1$.
- Рассмотрим треугольник ABC_2 , у которого $\angle 1 = \angle A_1$, $\angle 2 = \angle B_1$.

Доказательство:



Доказательство:

- Треугольники ABC_2 и $A_1B_1C_1$ подобны по первому признаку подобия треугольников, поэтому $AB/A_1B_1 = BC_2/B_1C_1 = C_2A/C_1A_1$.

Что и требовалось доказать:

- Получаем: $BC=BC_2$, $CA=C_2A$. Треугольники ABC и ABC_2 равны по трем сторонам. отсюда следует, что $\angle A = \angle 1$, а так как $\angle 1 = \angle A_1$, $\angle A = \angle A_1$.

Выполнила ученица 10Б
Смоленышева Анастасия