

Степень с натуральным и целым показателем

Что мы узнаем:

1. Что такое степень, основание степени, показатель степени
2. Степень с натуральным показателем
3. Степень с целым показателем
4. Свойства степени
5. Стандартный вид числа

$$a^m \cdot a^n = ?$$

Как написать короче

$$a+a+a+a+a=$$

$$a+a+a+a+a+a+a+a+a+a+a=$$

$$a+a+\dots+a=$$

n слагаемых

Что такое степень?

$$2 \cdot 2 \cdot 2 = 2^3$$

$$5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5 \cdot 5$$

$$= 5^6$$

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ раз}}$$

n раз

Основание и показатель степени

основание –
повторяющийся
множитель

показатель – число,
которое показывает,
сколько раз повторяется
множитель

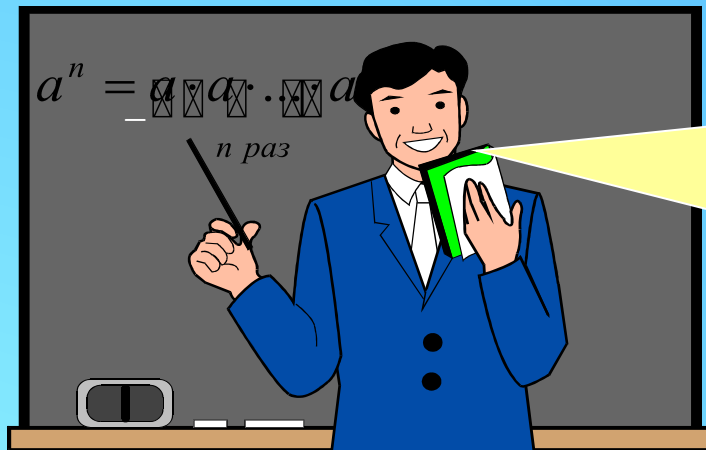
a^n

12^3

7^5

19^2

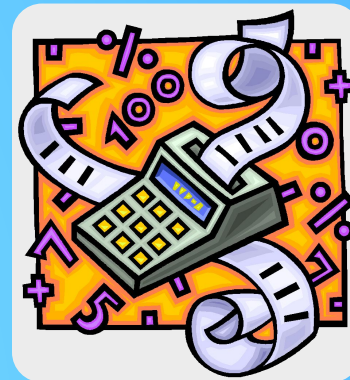
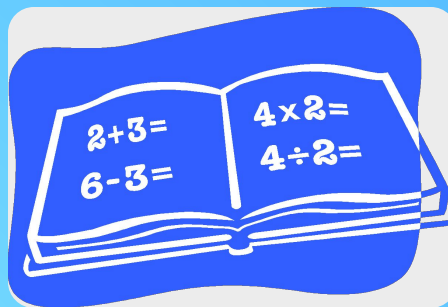
Определение степени с натуральным показателем



Степенью числа a с натуральным показателем n называется произведение n множителей, каждый из которых равен a .

$$a^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n \text{ раз}}$$

Свойства степени с натуральным показателем



Степенью числа a с показателем 1 называется само это
число $a^1=a$

Если $a \neq 0$, то

$$a^0=1$$

1 в любой степени равна 1

$$1^n=1$$

0 в любой степени равен 0

$$0^n=0 \text{ («} 0^0 \text{» - не имеет смысла)}$$

$$(-1)^{2k}=1, \quad (-1)^{2k-1}=-1$$

$$10^n = \underbrace{1000000 \dots 0}_{n \text{ нулей}}$$

n нулей



Умножение степеней с одинаковыми основаниями

$$2^3 \cdot 2^5 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot$$

$$(2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2) = 2^{3+5} = 2^8 = 256$$

$$a^n \cdot a^m = (a \cdot a \cdot \dots \cdot a) \cdot$$

$$(a \cdot a \cdot \dots \cdot a) = a^{n+m}$$

При умножении степеней с одинаковыми **основаниями**
показатели складываются, а **основание** остается
неизменным

$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$



Деление степеней с одинаковыми основаниями

$$2^7 : 2^4 = \frac{2^7}{2^4} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = 2^3 = 8$$

$$a^n : a^m = (a \cdot a \cdot \dots \cdot a) : (a \cdot a \cdot \dots \cdot a) = a^{n-m},$$

где $a \neq 0$

При делении степеней с одинаковыми **основаниями**
показатели вычитаются, а **основание** остается неизменным

$$a^m : a^n = a^{m-n}$$



Возведение в степень степени

$$(2^3)^3 = (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot (2 \cdot 2 \cdot 2) \cdot$$

$$(2 \cdot 2 \cdot 2) = 2^{3 \cdot 3} = 2^9 = 512$$

$$(a^m)^n = (a^m) \cdot (a^m) \cdot \dots \cdot$$

$$(a^m)^n = 2^{m \cdot n}$$

n множителей

При возведении степени в степень показатели
перемножаются

$$(a^m)^n = a^{mn}$$



Сколько будет?

$$3^2 =$$


$$4^3 : 4 =$$

$$5 \cdot 5 =$$

$$10^{13} : 10^8 =$$

$$(2^2)^3 =$$

$$(10^3)^3 =$$

Возведение в степень произведения

$$(4 \cdot 5)^3 = (4 \cdot 5) \cdot (4 \cdot 5) \cdot$$

$$(4 \cdot 5) = 4^3 \cdot 5^3$$

$$(ab)^n = (ab) \cdot (ab) \cdot \dots \cdot$$

$$(ab) = a^n \cdot b^n$$

n множителей

При возведении произведения в степень каждый множитель возводится в эту степень и результаты перемножаются.

$$(ab)^n = a^n b^n$$



Возведение в степень дроби

$$\left(\frac{2}{3}\right)^3 = \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} \cdot \frac{2}{3} = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2}{3 \cdot 3 \cdot 3} = \frac{2^3}{3^3} = \frac{8}{27}$$

При возведении дроби в степень отдельно возводится в эту степень числитель и знаменатель.

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$



Сколько будет?

$$5^2 =$$


$$24^2 =$$

$$2^4 \cdot 5^4 =$$

$$\frac{12^6}{4^6} =$$



Свойства степени с натуральным показателем



$$a^m \cdot a^n = a^{m+n}$$

$$a^m \div a^n = a^{m-n}$$

$$(a^m)^n = a^{mn}$$

$$(ab)^n = a^n b^n$$

$$\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$$



Степень с целым показателем

$$10^1 = 10, \quad 10^0 = 1, \quad 10^{-1} = \frac{1}{10}$$

$$2^{-3} = \frac{1}{2^3} = \frac{1}{8}$$

$$2^5 : 2^8 = \frac{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2}{2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2} = \frac{1}{2 \cdot 2 \cdot 2} = 2^{-3}$$

$$a^{-n} = \frac{1}{a^n}, \quad \text{где } a \neq 0$$



Стандартный вид числа –
это его запись в виде
произведения:

$$a \cdot 10^n,$$

где $1 \leq a \leq 10$ и n – целое число

Масса Земли – $5,976 \cdot 10^{24}$ кг

Масса электрона – $9,11 \cdot 10^{-31}$ кг

