

# ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

**Сложная функция:**  $y = g(f(x))$ .

**Примеры:** 1)  $y = (3x^2 - 2x)^5$ .  $\left[ \begin{array}{l} y = f^5; \\ f = 3x^2 - 2x. \end{array} \right.$

2)  $y = \sqrt{\sin x}$ .  $\left[ \begin{array}{l} y = \sqrt{f}; \\ f = \sin x. \end{array} \right.$

3)  $y = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ .  $\left[ \begin{array}{l} y = \cos f; \\ f = 2x - \frac{\pi}{3}. \end{array} \right.$

**Правило нахождения производной сложной функции**

$$g'(f(x)) = g'(f) \cdot f'(x)$$

**(производная сложной функции равна  
производной основной функции  
на производную внутренней функции)**

# ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

Сложная функция:  $y = g(f(x))$ .

Правило нахождения производной сложной функции

$$g'(f(x)) = g'(f) \cdot f'(x) \quad \left( \begin{array}{l} \text{производная сложной функции равна} \\ \text{производной основной функции} \\ \text{на производную внутренней функции} \end{array} \right)$$

| Простая функция | Производная простой функции | Сложная функция  | Производная сложной функции      |
|-----------------|-----------------------------|------------------|----------------------------------|
| $x^n$           | $nx^{n-1}$                  | $f^n(x)$         | $n \cdot f^{n-1}(x) \cdot f'(x)$ |
| $\frac{1}{x}$   | $-\frac{1}{x^2}$            | $\frac{1}{f(x)}$ | $-\frac{f'(x)}{f^2(x)}$          |
| $\sqrt{x}$      | $\frac{1}{2\sqrt{x}}$       | $\sqrt{f(x)}$    | $\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$     |
| $\sin x$        | $\cos x$                    | $\sin f(x)$      | $\cos f(x) \cdot f'(x)$          |

# ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

Сложная функция:  $y = g(f(x))$ .

Правило нахождения производной сложной функции

$$g'(f(x)) = g'(f) \cdot f'(x) \left\{ \begin{array}{l} \text{(производная сложной функции равна} \\ \text{производной основной функции} \\ \text{на производную внутренней функции)} \end{array} \right.$$

| Простая функция | Производная простой функции | Сложная функция | Производная сложной функции      |
|-----------------|-----------------------------|-----------------|----------------------------------|
| $x^n$           | $nx^{n-1}$                  | $f^n(x)$        | $n \cdot f^{n-1}(x) \cdot f'(x)$ |

**Пример:** 1)  $y = (2x-1)^4$ .  $\left[ \begin{array}{l} y = f^4; \\ f = 2x-1. \end{array} \right.$

$$y' = \left[ (2x-1)^4 \right]' = 4(2x-1)^3 \cdot (2x-1)' = 4(2x-1)^3 \cdot 2 = 8(2x-1)^3.$$



# ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

Сложная функция:  $y = g(f(x))$ .

Правило нахождения производной сложной функции

$$g'(f(x)) = g'(f) \cdot f'(x) \quad \left( \begin{array}{l} \text{производная сложной функции равна} \\ \text{производной основной функции} \\ \text{на производную внутренней функции} \end{array} \right)$$

| Простая функция | Производная простой функции | Сложная функция  | Производная сложной функции                             |
|-----------------|-----------------------------|------------------|---|
| $\frac{1}{x}$   | $-\frac{1}{x^2}$            | $\frac{1}{f(x)}$ | $-\frac{1}{f^2(x)} \cdot f'(x) = -\frac{f'(x)}{f^2(x)}$ |

**Пример:** 1)  $y = \frac{1}{\sin x}$   $\left[ \begin{array}{l} y = \frac{1}{f}; \\ f = \sin x. \end{array} \right.$

$$y' = \left( \frac{1}{\sin x} \right)' = -\frac{1}{\sin^2 x} \cdot (\sin x)' = -\frac{1}{\sin^2 x} \cdot \cos x = -\frac{\cos x}{\sin^2 x} \cdot \star$$

# ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

Сложная функция:  $y = g(f(x))$ .

Правило нахождения производной сложной функции

$$g'(f(x)) = g'(f) \cdot f'(x) \quad \left( \begin{array}{l} \text{производная сложной функции равна} \\ \text{производной основной функции} \\ \text{на производную внутренней функции} \end{array} \right)$$

| Простая функция | Производная простой функции | Сложная функция | Производная сложной функции                                       |
|-----------------|-----------------------------|-----------------|---|
| $\sqrt{x}$      | $\frac{1}{2\sqrt{x}}$       | $\sqrt{f(x)}$   | $\frac{1}{2\sqrt{f(x)}} \cdot f'(x) = \frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$ |

**Пример:** 1)  $y = \sqrt{2x^3 - x}$   $\left[ \begin{array}{l} y = \sqrt{f}; \\ f = 2x^3 - x. \end{array} \right.$

$$y' = \sqrt{(2x^3 - x)^4}' = \frac{1}{2\sqrt{2x^3 - x}} \cdot (2x^3 - 1)' = \frac{6x^2}{2x\sqrt{2x^2 - 1}} = \frac{3x}{\sqrt{2x^2 - 1}} \star$$

# ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

**Сложная функция:**  $y = g(f(x))$ .

**Правило нахождения производной сложной функции**

$$g'(f(x)) = g'(f) \cdot f'(x) \quad \left( \begin{array}{l} \text{производная сложной функции равна} \\ \text{производной основной функции} \\ \text{на производную внутренней функции} \end{array} \right)$$

| Простая функция | Производная простой функции | Сложная функция | Производная сложной функции |
|-----------------|-----------------------------|-----------------|-----------------------------|
| $\sin x$        | $\cos x$                    | $\sin f(x)$     | $\cos f(x) \cdot f'(x)$     |

**Пример:** 1)  $y = \sin\left(2x - \frac{\pi}{3}\right)$ .  $\left[ \begin{array}{l} y = \sin f; \\ f = 2x - \frac{\pi}{3}. \end{array} \right.$

$$y' = \sin'\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) = \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right) \cdot \left(2x - \frac{\pi}{3}\right)' = 2 \cos\left(2x - \frac{\pi}{3}\right).$$



# ПРОИЗВОДНАЯ СЛОЖНОЙ ФУНКЦИИ

| Простая функция       | Производная простой функции | Сложная функция          | Производная сложной функции                                     |
|-----------------------|-----------------------------|--------------------------|---|
| $x^n$                 | $nx^{n-1}$                  | $f^n(x)$                 | $n \cdot f^{n-1}(x) \cdot f'(x)$                                |
| $\frac{1}{x}$         | $-\frac{1}{x^2}$            | $\frac{1}{f(x)}$         | $-\frac{f'(x)}{f^2(x)}$   |
| $\sqrt{x}$            | $\frac{1}{2\sqrt{x}}$       | $\sqrt{f(x)}$            | $\frac{f'(x)}{2\sqrt{f(x)}}$                                    |
| $\sin x$              | $\cos x$                    | $\sin f(x)$              | $\cos f(x) \cdot f'(x)$   |
| $\cos x$              | $-\sin x$                   | $\cos f(x)$              | $-\sin f(x) \cdot f'(x)$  |
| $\operatorname{tg} x$ | $\frac{1}{\cos^2 x}$        | $\operatorname{tg} f(x)$ | $\frac{1}{\cos^2 f(x)} \cdot f'(x) = \frac{f'(x)}{\cos^2 f(x)}$ |

