Применение производной к исследованию фун

презентация учителя математики

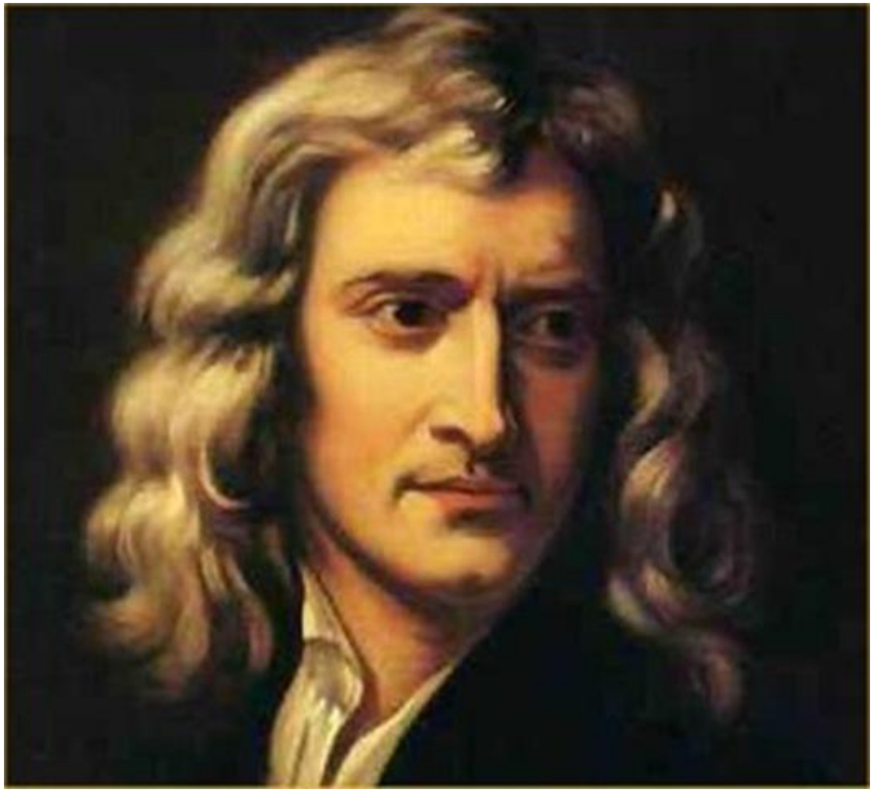
Верхнегерасимовской СШ I-III ступеней

Горбань Натальи Геннадиевны

Понятие **«производная»** возникло в XVII веке в связи с необходимостью решения ряда задач из физики, механики и математики.

Готфрид Вильгельм фон Лейбниц

Исаак Ньютон



1 июля 1646 — 14 ноября 1716,

25 декабря 1642 — 20 марта 1727

Используя методы дифференциального исчисления английский астроном, математик **Эдмон Галлей** ещё в XVII веке предсказал возвращение кометы Галлея.

В 1705 году Эдмонд Галлей предсказал, что комета, которую наблюдали в 1531, 1607 и 1682 годах, должна возвратиться в 1758 году

(что, увы, было уже после его смерти). Комета действительно возвратилась, как было предсказано, и позже была названа в его честь.

Комета Галлея вернется во внутреннюю Солнечную систему в следующий раз в 2061 году.

Разминка

Найти производную функции

Признак возрастания и убывания функции

Достаточный признак убывания функции

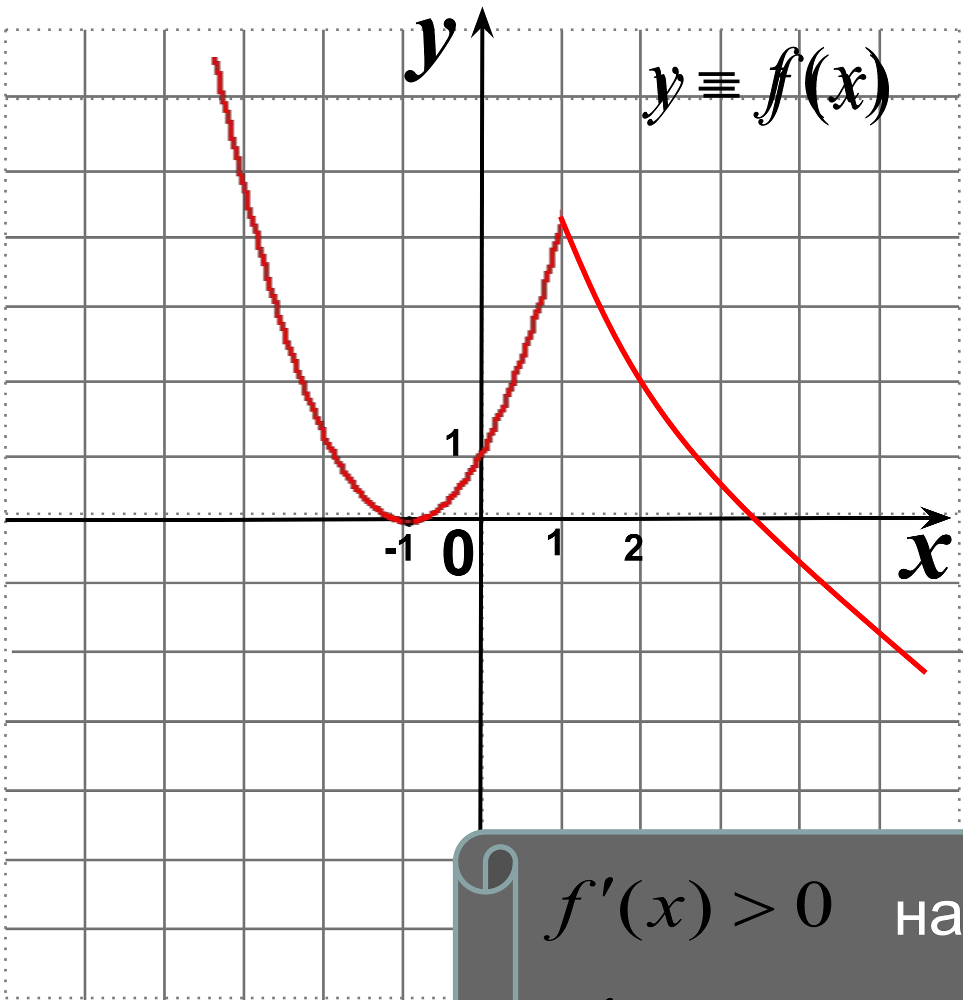
Если $f'(x) < 0$ *в каждой точке интервала* $(a;b)$,

то функция f *убывает на интервале* $(a;b)$

Достаточный признак возрастания функции

Если $f'(x) > 0$ *в каждой точкех интервала* $(a;b)$,

то функция f *возрастает на интервале* $(a;b)$

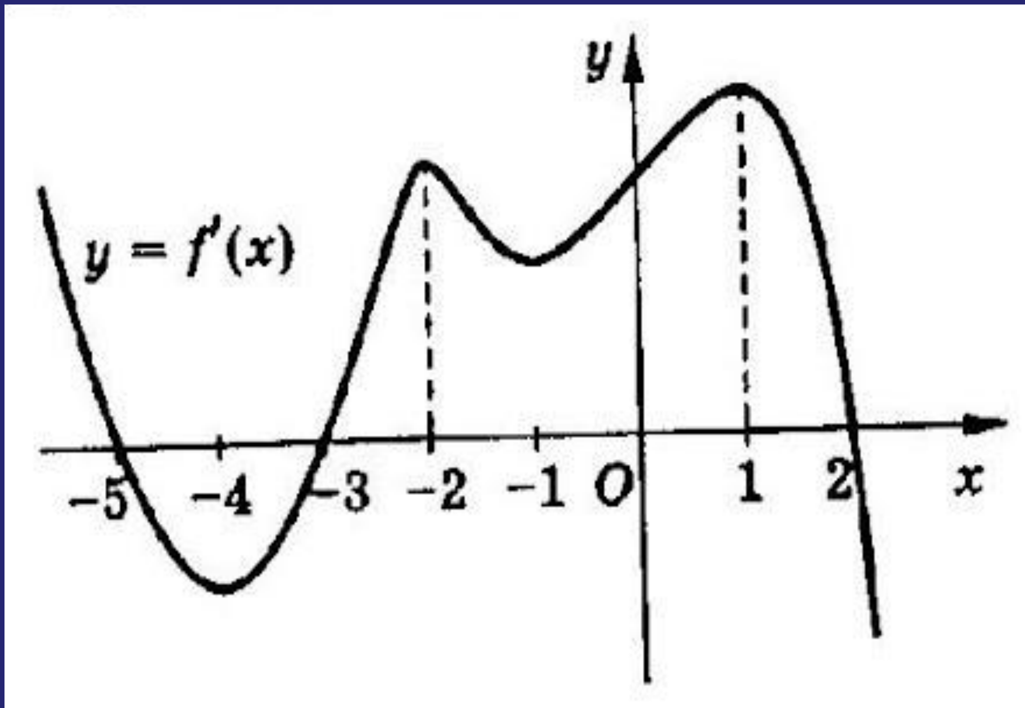


По характеру изменения графика функции укажите, на каких промежутках производная положительна, на каких отрицательна. Каждая из функций определена на R

Ответ:

$f'(x) > 0$ на $(-1;1)$

$f'(x) < 0$ на $(-\infty;-1) \cup (1;+\infty)$



По графику производной функции $ó = f'(x)$ определите промежутки возрастания и промежутки убывания функции $ó = f(x)$

Ответ:

$f(x)$ âîçðàñòàåò на $(-\infty;-5) \cup (-3;2)$

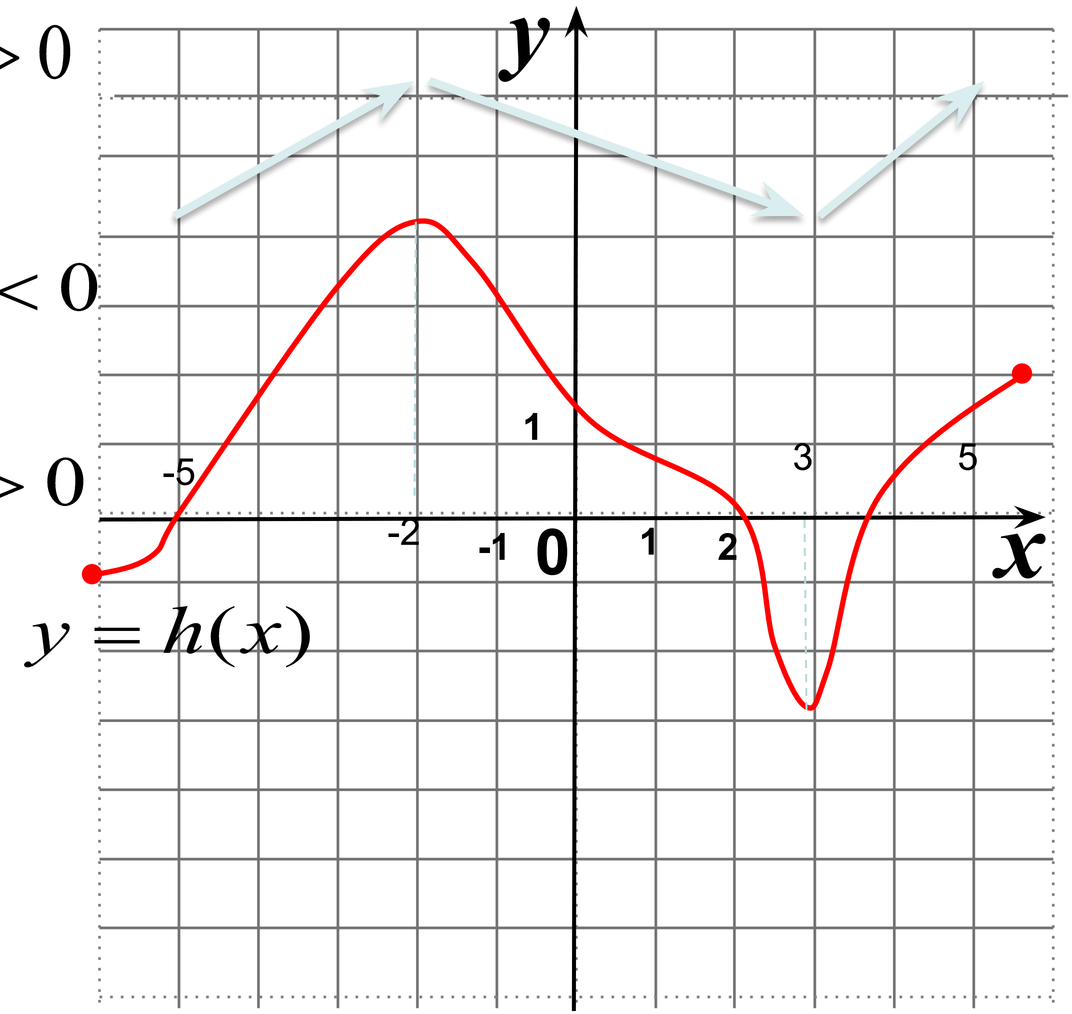
$f(x)$ óáûâàåò $(-5;-3) \cup (2;+\infty)$

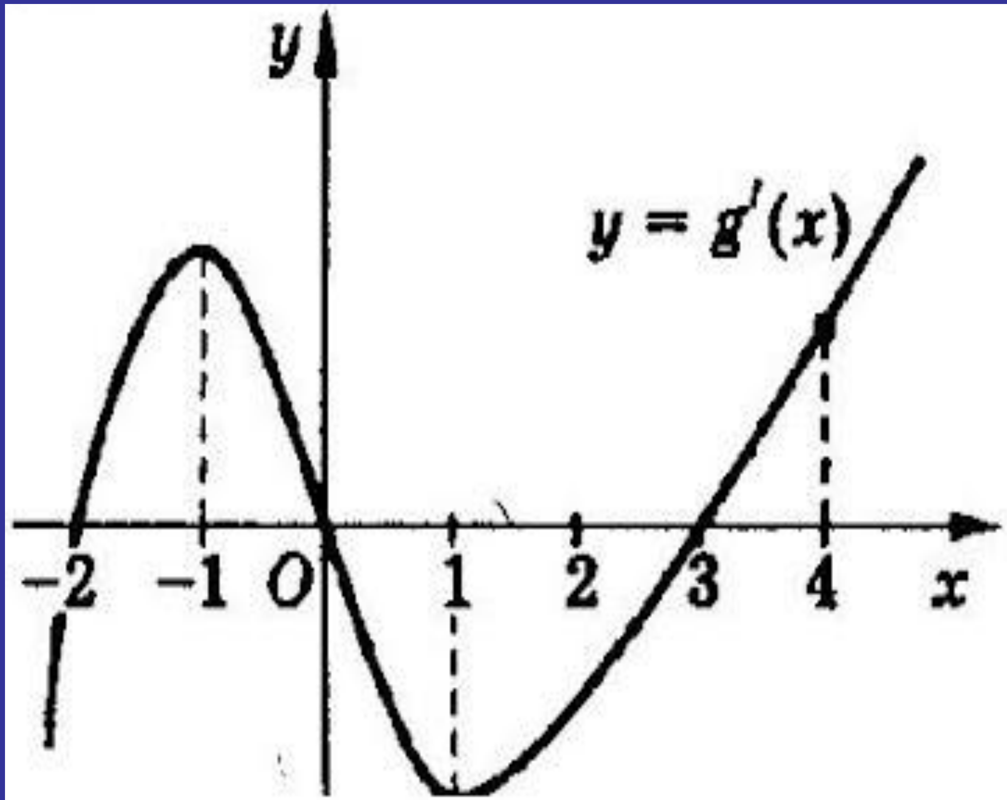
На рисунке изображен график дифференцируемой функции y = h(x). Определите знак производной функции на промежутках

$a)[-5;-2)\quad h'(x)>0$

$б)(-2;3)\quad h'(x)<0$

$в)(3;5]\quad h'(x)>0$



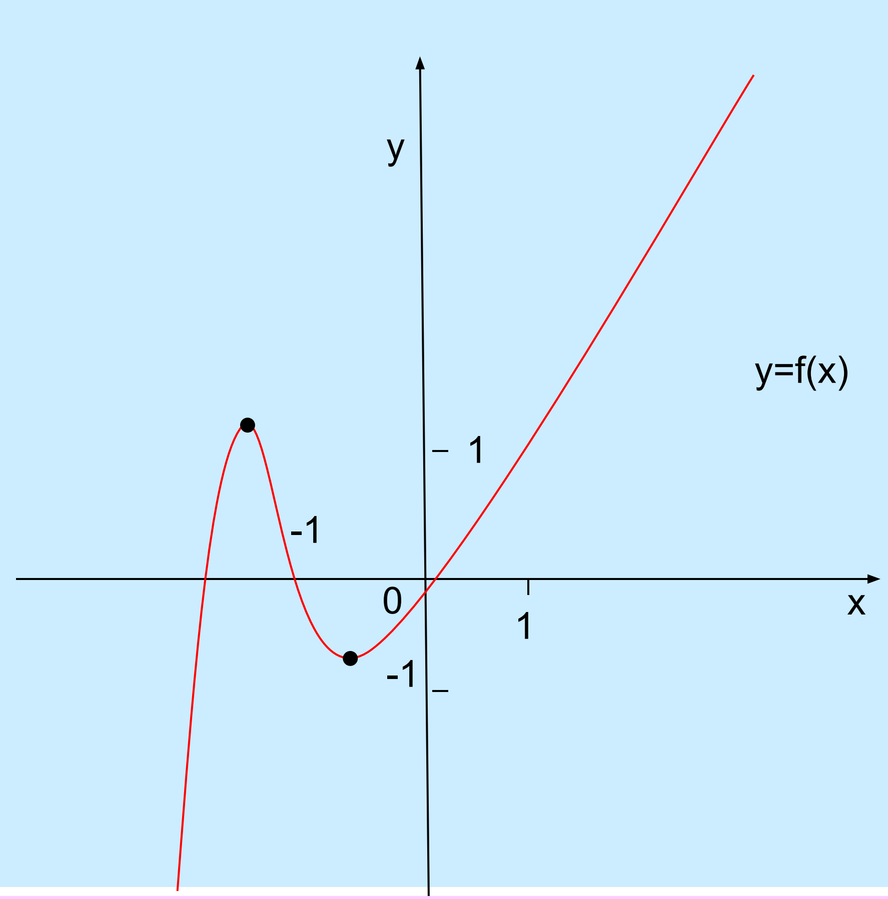


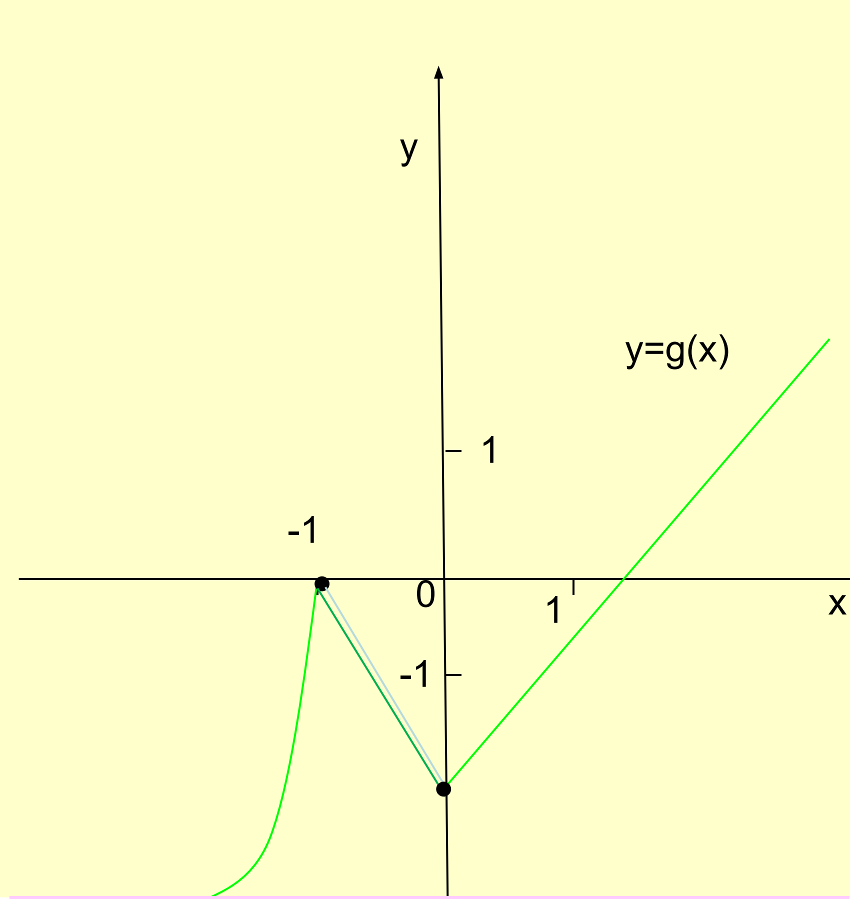
Укажите критические точки функции $ó = g(x)$, используя график производной функции $ó = g'(x)$

Ответ:

$g'(x) = 0$ при $x = -2, x = 0, x = 3$

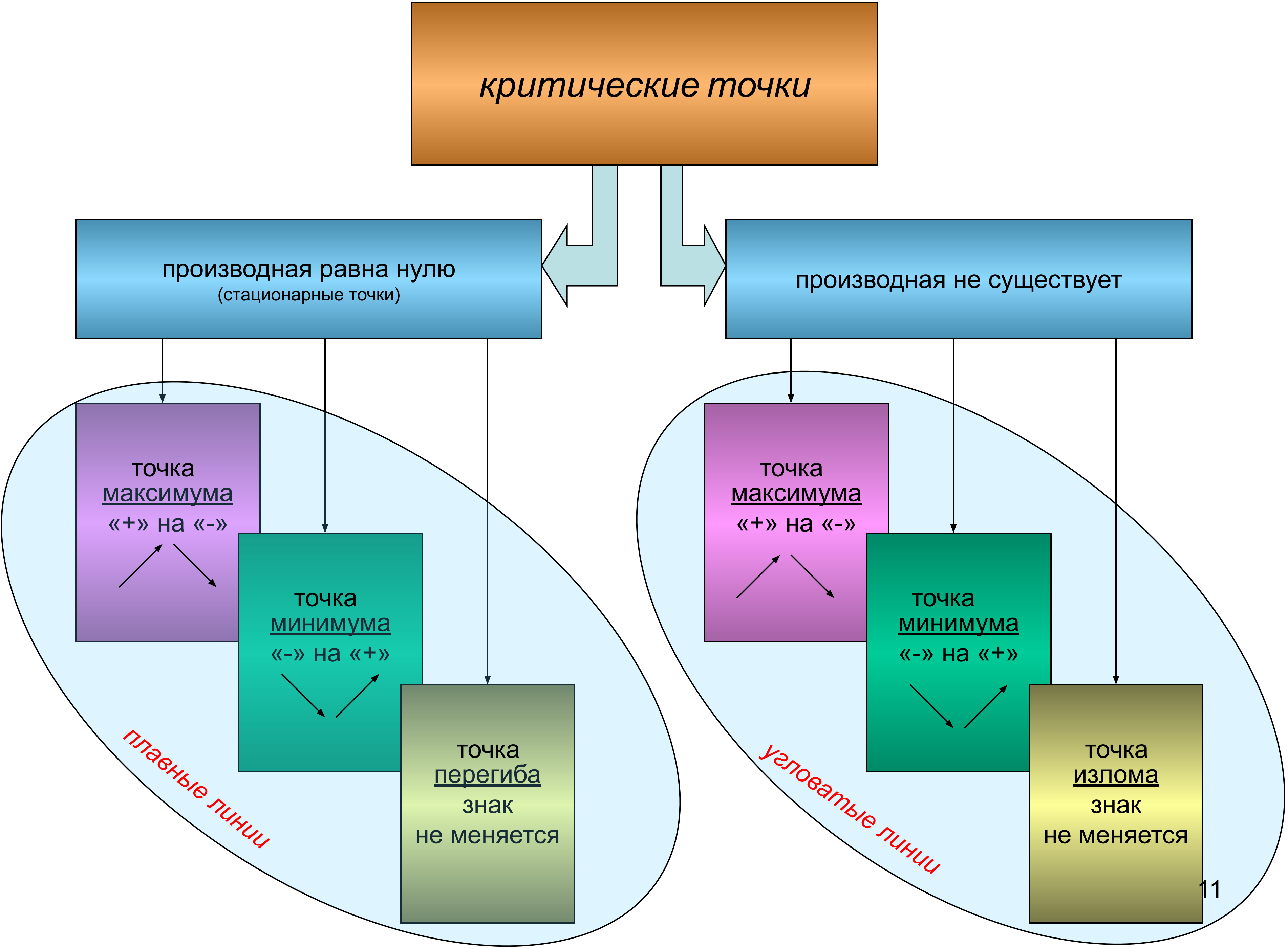
Внутренние точки области определения функции, в которых **производная равна нулю** или **производная не существует,** называются **критическими.**





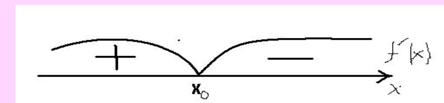
Касательная в таких точках графика **параллельна оси OX**, а поэтому **производная** в этих точках **равна 0**;

Касательная в таких точках графика **не существует,** а поэтому **производная** в этих точках **не существует**.

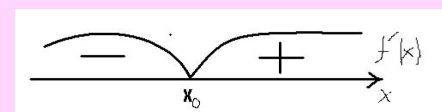

критические точки
производная равна нулю
(стационарные точки)
производная не существует
точка максимума «+» на «-»
точка минимума «-» на «+»
точка перегиба знак не меняется
точка максимума «+» на «-»
точка минимума «-» на «+»
точка излома знак не меняется
плавные линии
угловатые линии

Достаточное условие существования экстремума функции:

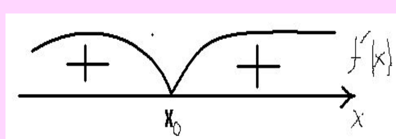
1) Если при переходе через критическую точку x_0 функции f(x) ее производная меняет знак с «+» на «-», то x_0 – точка максимума функции f(x).

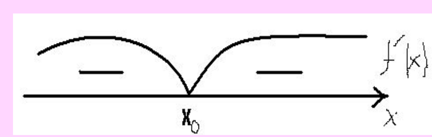


2) Если при переходе через критическую точку x_0 функции f(x) ее производная меняет знак с «-» на «+», то x_0 – точка минимума функции f(x).



3) Если при переходе через критическую точку x_0 функции f(x) ее производная не меняет знака, то в точке x_0 экстремума нет.



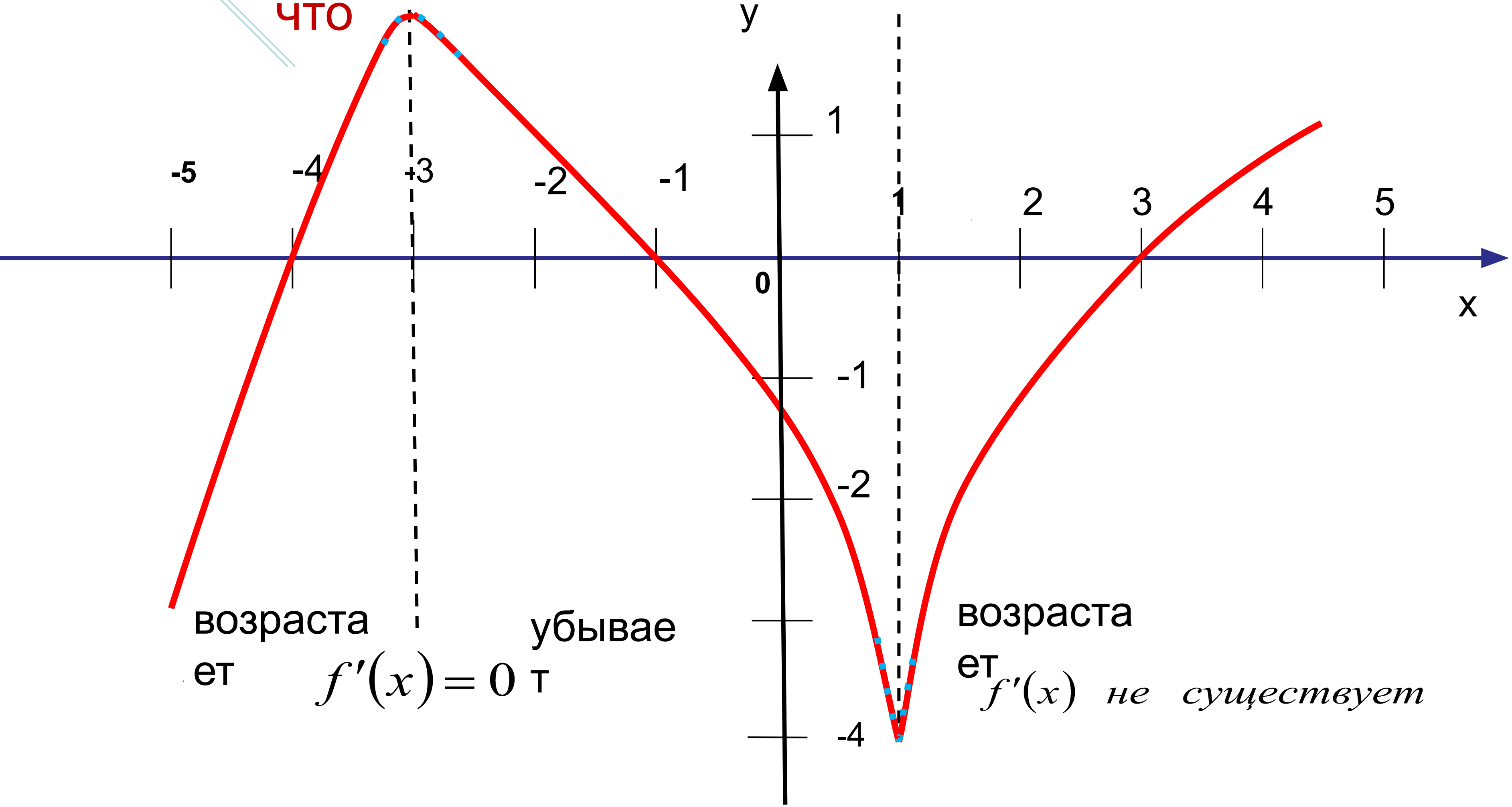


Исследование функций с помощью производной и построение графиков функций.

Схема исследования функции

1. Найти область определения функции;
2. Исследовать функцию на четность, нечетность, периодичность;
3. Найти точки пересечения графика функции с осями координат;
4. Исследовать функцию на монотонность, то есть найти промежутки возрастания и убывания функции;
5. Найти точки экстремума и экстремальные значения функции;
6. Построить график функции.

Построить эскиз графика функции, зная, что



X	$(-\infty;-3)$	-3	$(-3;1)$	1	$(1;+\infty)$
$f'(x)$	+	0	-	Не существует	+
$f(x)$	$\nearrow$	2	$\searrow$	-4	$\nearrow$
		max		min	

Образец выполнения работы.

$$y = \frac{1}{5}(x^3 + 4x^2 - 11x - 30)$$

Оформление работы учеником.

а) $(-\infty;+\infty)$;

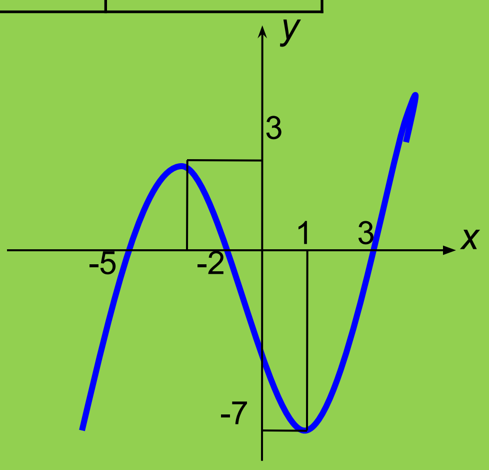
б) $y'(x) = \frac{1}{5}(3x^2 + 8x - 11) = \frac{3}{5}(x + \frac{11}{3})(x - 1)$;

в) критические точки: - $-\frac{11}{3}$; 1.

г) по результатам исследования составляем таблицу:

x	$\left(-\infty;-3\frac{2}{3}\right)$	$-3\frac{2}{3}$	$\left(-3\frac{2}{3};1\right)$	1	$(1;+\infty)$
$y'(x)$	$+$	0	$-$	0	$+$
$y(x)$	↗	$2\frac{26}{27}$	↘	$-7\frac{1}{5}$	↗
экстремум		max		min	

д) строим график функции:



Задачи на нахождение наибольшего и наименьшего значений

Правило нахождения наибольшего и наименьшего значений функции f(x) на отрезке [a;b]

Чтобы найти наибольшее и наименьшее значения непрерывной функции f(x) на промежутке [a;b], нужно

1. вычислить её значения f(a) и f(b) на концах данного промежутка
2. вычислить её значения в критических точках, принадлежащих этому промежутку
3. выбрать из них наибольшее и наименьшее.

Записывают так: $\max\limits_{[a;b]} f(x)$ и $\min\limits_{[a;b]} f(x)$