

УРОК-ПРЕЗЕНТАЦИЯ «ГРАФИКИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ. ПРЕОБРАЗОВАНИЕ ГРАФИКОВ»

Илиязова Галина Ивановна
2010-2011уч. Год.

Оборудование урока: компьютер, проектор, экран.

Цели:

- Обобщить знания и умения.
- Развить умение наблюдать, сравнить, обобщать.
- Воспитать познавательную активность, упорство в достижения цели.

Вводное слово учителя.

Ребята, сегодня у нас обобщающий урок по теме: «Графики тригонометрических функций и преобразование графиков». Вспомним какие преобразования вы научились выполнять с графиками функций. Подробно остановимся на графиках тригонометрических функций.

«ГРАФИКИ ТРИГОНОМЕТРИЧЕСКИХ ФУНКЦИЙ».

Обзор тригонометрических функций.

$$Y = \sin x$$

$$Y = \cos x$$

УЧЕНИК ПЕРВЫЙ.

1. Функция синус.

Определение

Числовая функция, заданная формулой $y = \sin x$, называется синусом.

Функция определена и непрерывна на всем множестве действительных чисел. Эта функция ограничена: $|\sin x| \leq 1$. Она периодическая, ее период $T = 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ (наименьший период 2π): $\sin(x + 2\pi n) = \sin x$, $n \in \mathbb{Z}$. Функция $y = \sin x$ — нечетная: $\sin(-x) = -\sin x$ ее график симметричен относительно начала координат. График этой функции называется синусоидой (рис. 38).

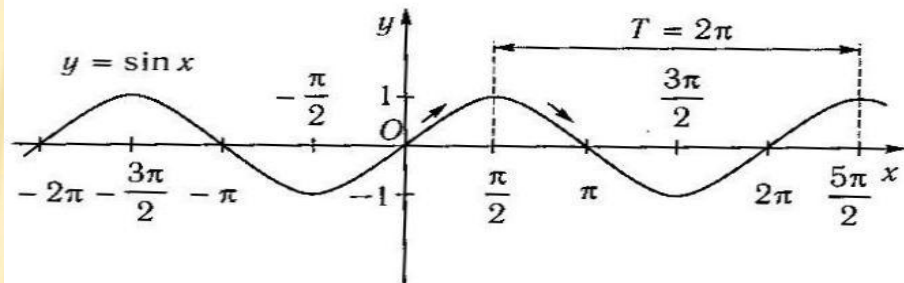


Рис. 38

Функция принимает нулевые значения при $x = \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ (это точки пересечения графика функции с осью абсцисс).

Функция $y = \sin x$ возрастает на промежутках $\left[-\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{\pi}{2} + 2\pi n\right]$, $n \in \mathbb{Z}$ и убывает на промежутках $\left[\frac{\pi}{2} + 2\pi n; \frac{3\pi}{2} + 2\pi n\right]$, $n \in \mathbb{Z}$.

2. Функция косинус.

Определение

Числовая функция, заданная формулой $y = \cos x$, называется косинусом.

Функция определена и непрерывна при всех действительных значениях x . Эта функция ограничена: $|\cos x| \leq 1$. Она периодическая, ее период $T = 2\pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ (наименьший период 2π): $\cos(x + 2\pi n) = \cos x$, где $n \in \mathbb{Z}$. Функция $y = \cos x$ — четная: $\cos(-x) = \cos x$ и ее график симметричен относительно оси ординат. График этой функции называется косинусоидой (рис. 39).

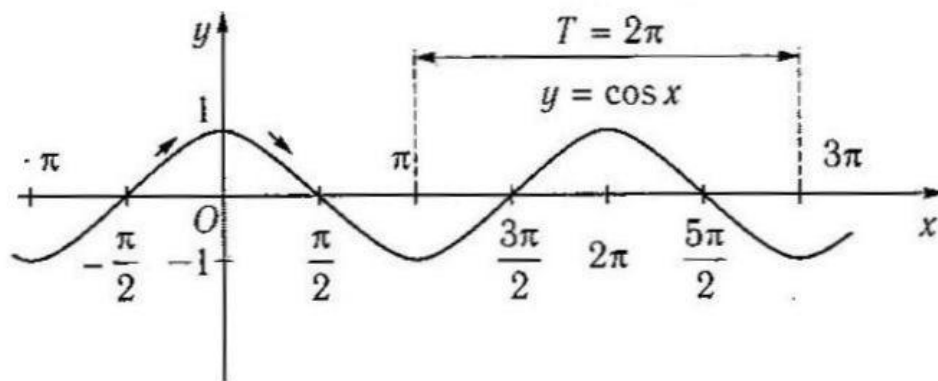


Рис. 39

Функция принимает нулевые значения при $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ (это точки пересечения графика функции с осью абсцисс). Функция $y = \cos x$ возрастает на промежутках $[\pi + 2\pi n; 2\pi + 2\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$ и убывает на промежутках $[2\pi n; \pi + 2\pi n]$, $n \in \mathbb{Z}$.

УЧЕНИК ВТОРОЙ.

Обзор тригонометрических функций.

$$y = \operatorname{tg} x$$

$$y = \operatorname{ctg} x$$

1. Функция тангенс.

Определение

Числовая функция, заданная формулой $y = \operatorname{tg} x$, называется тангенсом.

Функция определена при $x \neq \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in Z$, ее областью значений является интервал $(-\infty; +\infty)$. Она периодическая, ее период $T = \pi$, $n \in Z$ (наименьший период π): $\operatorname{tg}(x + \pi n) = \operatorname{tg} x$, $n \in Z$. Функция $y = \operatorname{tg} x$ — нечетная: $\operatorname{tg}(-x) = -\operatorname{tg} x$ и ее график симметричен относительно начала координат. В точках $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in Z$ функция $y = \operatorname{tg} x$ не существует, и говорят, что в этих точках функция терпит разрыв, т. е. она не является непрерывной. График функции $y = \operatorname{tg} x$ называется тангенсоидой (рис. 40).

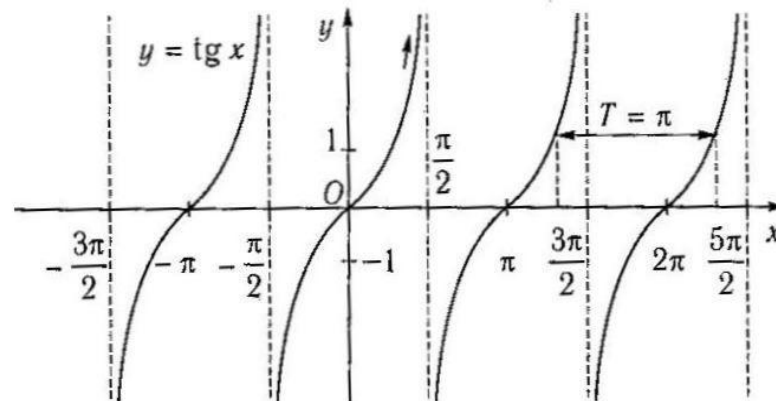


Рис. 40

Функция принимает нулевые значения при $x = \pi n$, $n \in Z$ (это точки пересечения графика функции с осью абсцисс).

Функция $y = \operatorname{tg} x$ возрастает на всех интервалах определения $\left(-\frac{\pi}{2} + \pi n, \frac{\pi}{2} + \pi n\right)$, $n \in Z$.

2. Функция котангенса

Определение

Числовая функция, заданная формулой $y = \operatorname{ctg} x$, называется котангенсом.

Функция определена при $x \neq \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$, ее областью значений является интервал $(-\infty; +\infty)$. Она периодическая, ее период $T = \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ (наименьший период π): $\operatorname{ctg}(x + \pi n) = \operatorname{ctg} x$, $n \in \mathbb{Z}$. Функция $y = \operatorname{ctg} x$ — нечетная: $\operatorname{ctg}(-x) = -\operatorname{ctg} x$ и ее график симметричен относительно начала координат. В точках $x = \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ функция $y = \operatorname{ctg} x$ не существует, и говорят, что в этих точках она терпит разрыв, т. е. функция не является непрерывной.

График функции $y = \operatorname{ctg} x$ называется котангенсойдой (рис. 41).

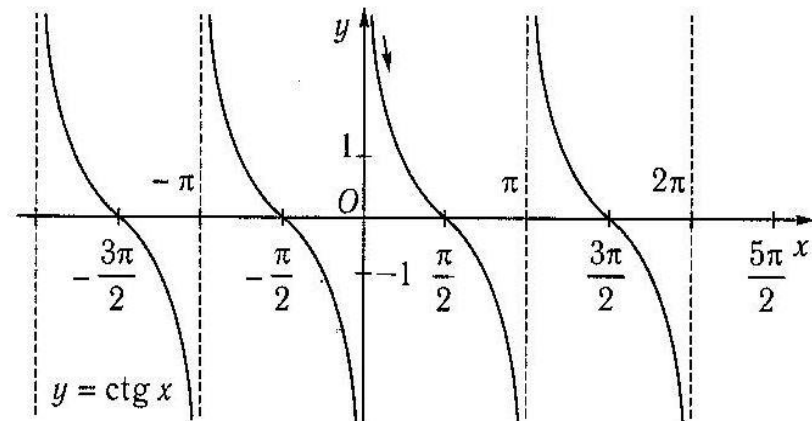


Рис. 41

Функция принимает нулевые значения при $x = \frac{\pi}{2} + \pi n$, $n \in \mathbb{Z}$ (это точки пересечения графика функции с осью абсцисс). Функция $y = \operatorname{ctg} x$ убывает на всех интервалах определения $(2\pi n; \pi + \pi n)$, $n \in \mathbb{Z}$.

УЧЕНИК ТРЕТИЙ.

Деформация, сжатие.

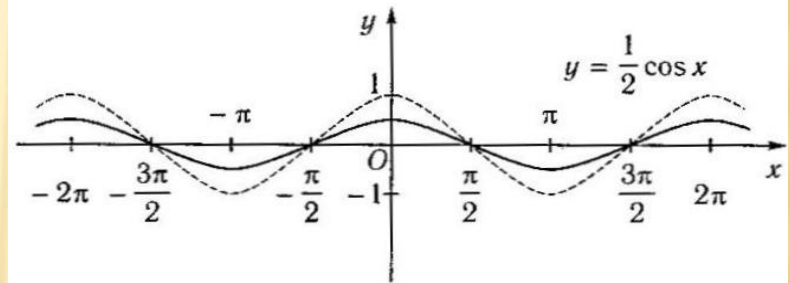
1. Сжатие графика вдоль оси ординат $y = af(x)$; $0 < a < 1$.

Для построения графика функции $y = af(x)$ следует построить график функции $y = f(x)$ и уменьшить его ординаты в $\frac{1}{a}$ раз при $0 < a < 1$.

Построить график функции $y = \frac{1}{2} \cos x$.

Построение

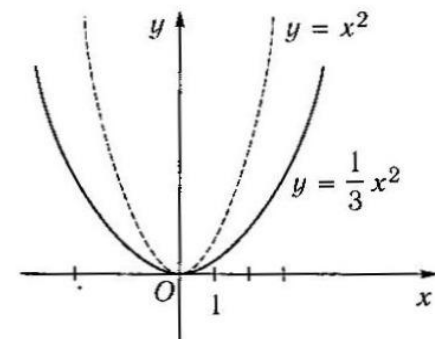
- построим график функции $y = \cos x$;
- уменьшим его ординаты в 2 раза.



Построить график функции $y = \frac{1}{3} x^2$.

Построение

- построим график функции $y = x^2$;
- уменьшим его ординаты в 3 раза.



2. Сжатие графика вдоль оси абсцисс

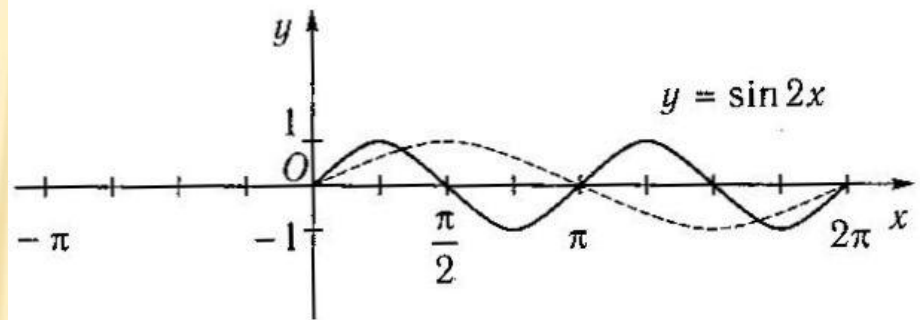
$$y=f(\sim x); \sim > 1$$

Для построения графика функции $y=f(\omega x)$ следует построить график функции $y=f(x)$ и уменьшить его абсциссы в ω раз при $\omega > 1$.

Построить график функции $y = \sin 2x$.

Построение

- построим график функции $y = \sin x$;
- уменьшим абсциссы в 2 раза.



УЧЕНИК ЧЕТВЁТЫЙ.

Деформация,растяжение.

1. Растяжение графика вдоль оси ординат

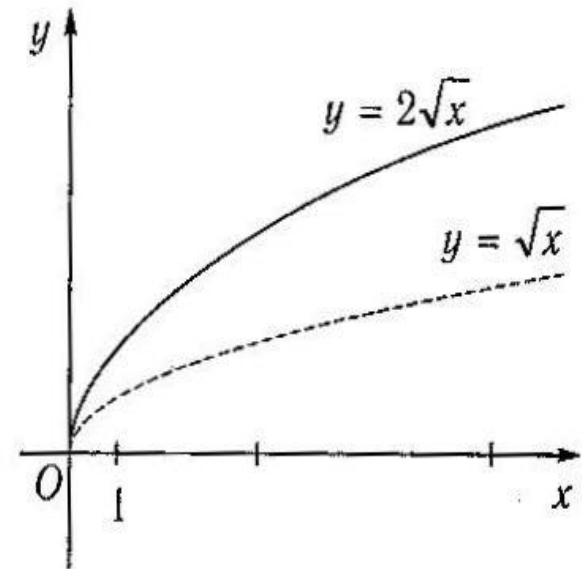
$y = af(x); a > 1.$

Для построения графика функции $y = af(x)$ следует построить график функции $y = f(x)$ и увеличить его ординаты в a раз при $a > 1$.

Построить график функции $y = 2\sqrt{x}$.

Построение

- построим график функции $y = \sqrt{x}$;
- увеличим его ординаты в 2 раза.

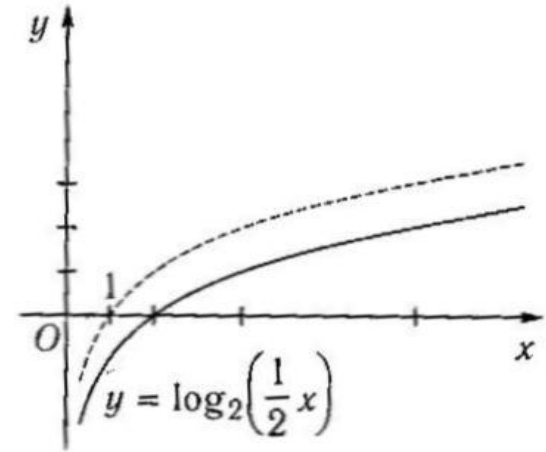


2. Растяжение графика вдоль оси абсцисс $y=f(\sim x); 0 < \sim < 1.$

Для построения графика функции $y=f(\omega x)$ следует построить график функции $y=f(x)$ и увеличить его абсциссы в $\frac{1}{\omega}$ раз при $0 < \omega < 1$.

Построить график функции $y = \log_2\left(\frac{1}{2}x\right)$.

- построим график функции $y = \log_2(x)$;
- увеличим его абсциссы в 2 раза.



УЧЕНИК ПЯТЫЙ

Функции, содержащие знак модуля.

Функции, содержащие знак модуля

1. Построение графика функции $y = |f(x)|$

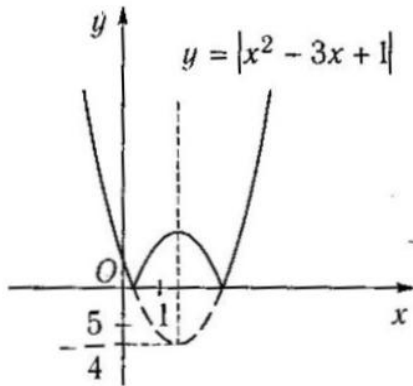
Для построения графика функции $y = |f(x)|$ следует построить график функции $y = f(x)$ и ту часть графика, которая расположена в нижней полуплоскости, отобразить относительно оси абсцисс.

Пример

Построить график функции $y = |x^2 - 3x + 1|$.

Построение

- построим график функции $y = x^2 - 3x + 1$;
- в интервалах, где функция отрицательна, производим отображение относительно оси абсцисс.

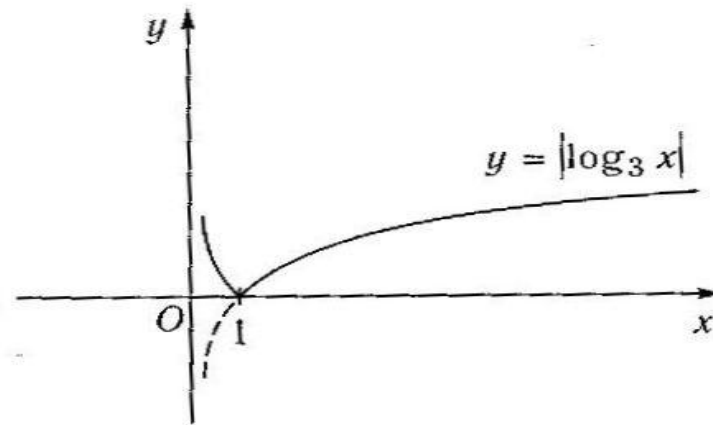


Пример

Построить график функции $y = |\log_3 x|$.

Построение

- построим график функции $y = \log_3 x$;
- отобразим часть графика на интервале $0 < x < 1$ относительно оси абсцисс.



3. Построение графика функции $y = |f(|x|)|$

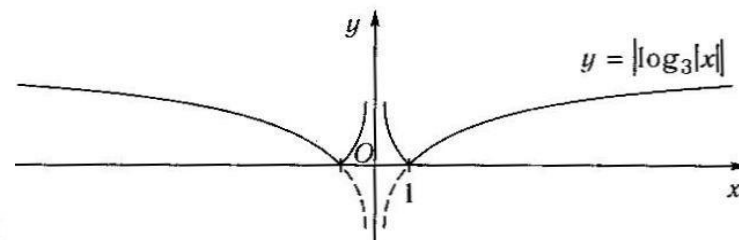
Для построения графика функции $y = |f(|x|)|$ следует построить график функции $y = f(x)$ и ту часть графика, которая расположена в нижней полуплоскости, отобразить симметрично относительно оси Ox , а затем отобразить симметрично относительно оси Oy .

Пример

Построить график функции $y = |\log_3 |x||$.

Построение

- построим график функции $y = \log_3 x$;
- отобразим график функции $y = \log_3 x$ относительно оси Ox ;
- отобразим полученный график относительно оси Oy .



КОЛЛЕКТИВНАЯ РАБОТА.

Какие преобразования с синусоидой нужно выполнить, чтобы построить график данной функции?

- 1) $f(x)=0,5\cos x$
- 2) $f(x)=3+\sin x$
- 3) $f(x)=\sin(x-\pi/4)$
- 4) $f(x)=2\cos(x/2+\pi/3)$

Самостоятельно исследуйте функцию и постройте её график.

$$y=1+\cos 0,5x$$