

Тема урока:

Арифметическая и геометрическая прогрессия



Учитель математики
МБОУ СОШ № 3 г. Кстово
Малова Татьяна Николаевна





Изучена данная тема,
Пройдена теории схема,
Вы много новых формул узнали,
Задачи с прогрессией решали.



И вот в последний урок
Нас поведет
Красивый лозунг



“ПРОГРЕССИО - ВПЕРЕД”



Немного из истории

Слово «прогрессия» латинского происхождения (progressio), буквально означает «движение вперед» (как и слово «прогресс») и встречается впервые у римского автора Боэция (V-VI вв.).

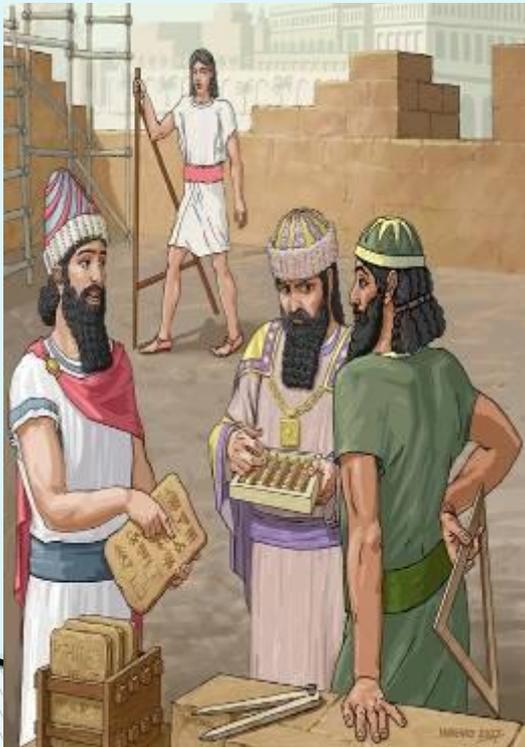
Правило для нахождения суммы членов произвольной арифметической прогрессии даётся в «Книге абака» (1202г.) Леонардо Фибоначчи.





Немного из истории

- ▣ **Задачи на геометрические и арифметические прогрессии встречаются у вавилонян, в египетских папирусах, в древнекитайском трактате «Математика в 9 книгах».**

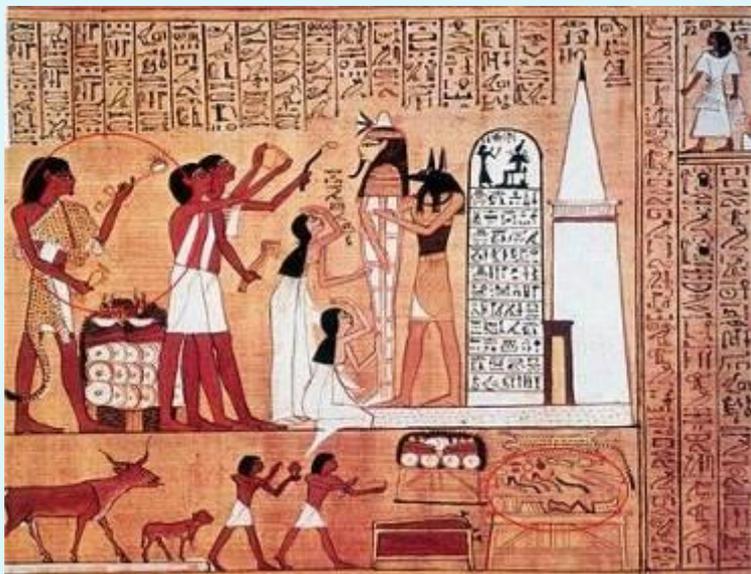


На связь между прогрессиями первым обратил внимание Архимед.



Немного из истории

Задачи на прогрессии, дошедшие до нас из древности, были связаны с запросами хозяйственной жизни: распределение продуктов, деление наследства, строительство, размежевание земельных наделов.



Задача из египетского папируса Ахмеса: «Пусть тебе сказано: раздели 10 мер ячменя между 10 человеками, разность же между каждым человеком и его соседом равна одной восьмой меры.





Задача - легенда



Индийский царь Шерам позвал к себе изобретателя шахматной игры, своего подданного Сету, чтобы наградить его за остроумную выдумку. Сета, издеваясь над царём, потребовал за первую клетку шахматной доски 1 зерно, за вторую 2 зерна, за третью 4 зерна и т. д. Обрадованный царь посмеялся над Сетой, и приказал выдать ему такую награду.



Решение задачи:

Перед нами геометрическая прогрессия:

1; 2; 4; 8...

$b_1 = 1$ $q = 2$ $n = 64$ Найти: S_{64}

$$S_n = \frac{b_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$$

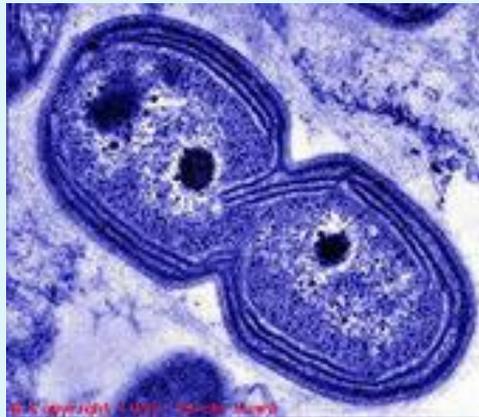
$$S_{64} = \frac{1 \cdot (2^{64} - 1)}{2 - 1}$$

$$S_{64} = 2^{64} - 1$$



Прогрессии в биологии

В благоприятных условиях бактерии размножаются так, что на протяжении одной минуты одна из них делится на две. Указать количество бактерий, рождённых одной бактерией за 7 минут.



Решение

Данная последовательность - геометрическая прогрессия со знаменателем $q = 2$ $n = 7$ $b_1 = 1$

Зная формулу

$$S_n = \frac{b_1 q^n - b_1}{q - 1}$$

Получаем

$$S_7 = \frac{1 \cdot 2^7 - 1}{2 - 1} = 127$$



Архитектура

Амфитеатр состоит из 10 рядов, причем в каждом следующем ряду на 20 мест больше, чем в предыдущем, а в последнем ряду 280 мест. Сколько человек вмещает амфитеатр?





Решение задачи:



Итак, перед нами арифметическая прогрессия.

Пусть x мест в первом ряду, $(x+20)$ мест во втором ряду, $(x+20+20)$, т. е. $(x+40)$ мест в третьем ряду и т. д.

$$a_1 = x \quad a_2 = x + 20 \quad d = 20 \quad a_{10} = 280$$



$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

$$a_{10} = a_1 + 9d \quad 280 = x + 9 \times 20 \quad \longrightarrow \quad x = 100$$

Значит, 100 мест в первом ряду

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n \quad S_{10} = \frac{a_1 + a_{10}}{2} 10 \quad S_{10} = \frac{100 + 280}{2} \times 10 \quad S_{10} = 1900$$

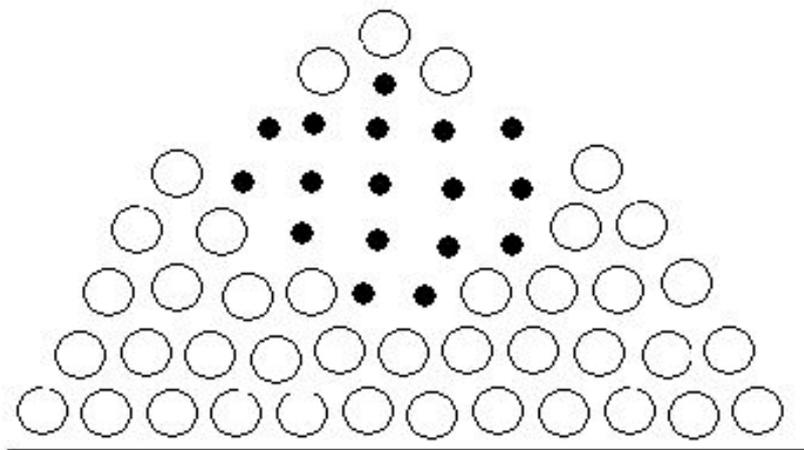


Ответ: 1900



Строительство

При хранении брёвен строевого леса, их укладывают так, как показано на рисунке. Сколько брёвен находится в одной кладке, если в её основании положить 12 брёвен



Дано: арифметическая прогрессия: $a_1 = 12, a_2 = 11, a_n = 1$
Найти: $S_n - ?$

Решение задачи:

Перед нами арифметическая прогрессия:

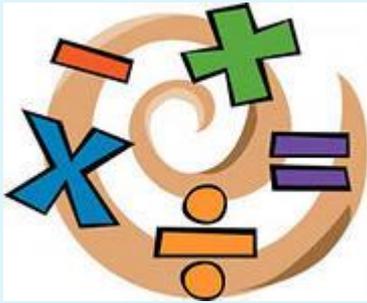
$$a_1 = 12 \quad a_2 = 11 \quad a_n = 1$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$$

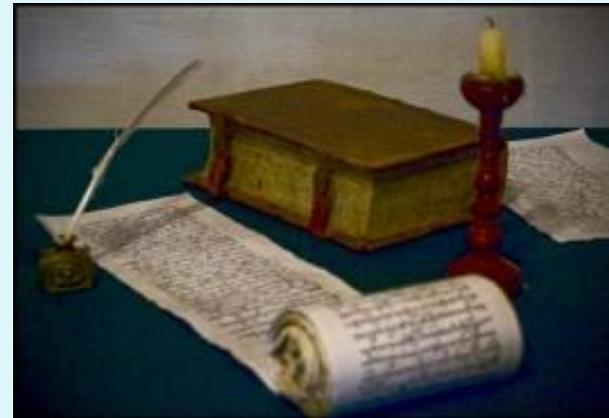
$$S_{12} = \frac{12 + 1}{2} \times 12$$

$$S_{12} = 78$$





★ Задачи на прогрессию - это не абстрактные формулы. Они берутся из самой нашей жизни, связаны с ней и помогают решать некоторые практические вопросы. ★



Задача: Вертикальные стержни фермы имеют следующую длину: наименьший 5 дм, а каждый следующий - на 2 дм длиннее. Найдите длину семи таких стержней.

Решение: Перед нами арифметическая

прогрессия 5, 7, 9, 11,

$$a_1 = 5 \quad d = 2 \quad n = 7$$

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$$

$$S_7 = \frac{a_1 + a_7}{2} \times 7$$

$$a_n = a_1 + d(n - 1)$$

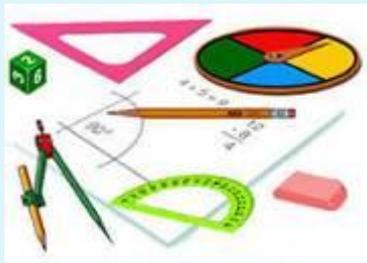
$$a_7 = a_1 + d(7 - 1)$$

$$a_7 = 17$$

$$S_7 = \frac{5 + 17}{2} \times 7$$

Ответ: 77 дм





Основные формулы



<i>Прогрессии</i>	<i>Арифметическая</i>	<i>Геометрическая</i>
<i>Определение</i>	$a_n = a_{n-1} + d$	$b_n = b_{n-1}q$
<i>Формула n-го члена.</i>	$a_n = a_1 + d(n-1)$	$b_n = b_1q^{n-1}$
<i>Сумма n-первых членов</i>	$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} n$	$S_n = \frac{b_1 \cdot (q^n - 1)}{q - 1}$
<i>Свойство</i>	$a_n = \frac{a_{n-1} + a_{n+1}}{2}$	$b_n = \sqrt{b_{n-1}b_{n+1}}$

Домашнее задание

- Тело падает с башни, высотой 6 м. В первую секунду проходит 2 м, за каждую следующую секунду – на 3 м больше, чем за предыдущую. Сколько секунд пройдет тело до земли?



- Улитка ползет от одного дерева до другого. Каждый день она проползает на одно и то же расстояние больше, чем в предыдущий день. Известно, что за первый и последний дни улитка проползла в общей сложности 10 метров. Определите, сколько дней улитка потратила на весь путь, если расстояние между деревьями равно 150 метрам.





*Урок сегодня завершён,
Дружней вас не сыскать.
Но каждый должен знать:
Познание, упорство, труд
К прогрессу в жизни приведут.*





Спасибо за урок!





Интернет-ресурсы



- <http://egypt.gimna1.ru/p20aa1.html>
- http://ru.wikipedia.org/wiki/Аниций_Манлий_Торкват_Северин_Боэций
- <http://wiki.saripkro.ru/index.php/Изображение:Drevzadachaproektskleminoi.jpg>
- http://wiki.iteach.ru/images/4/4b/Прогрессия_в_биологии..pdf

