

МБОУ СОШ с. Камышки

Тема : «Объёмы тел»



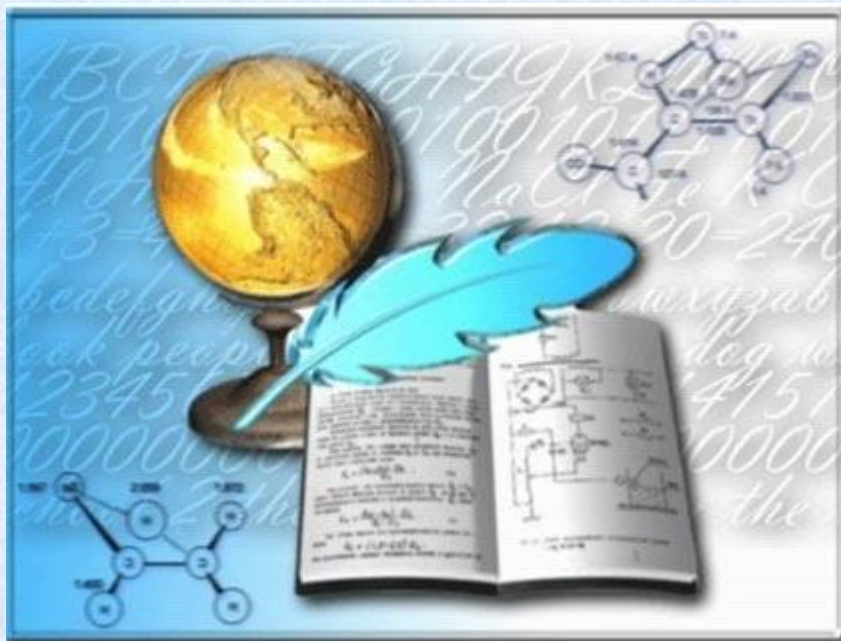
Учитель: Мурзагалиева Акмоншак Хасеновна.

Если бы я родился музыкантом,
Я бы стремился перебороть шумы мира
С помощью стройных звуков.

Если бы я родился архитектором,
Я бы строил людям не квартиры, а
домашние очаги.

Я одарил бы их светом, цветом и тишиной,
Но поскольку я поэт,
Я хотел бы так же четко и ясно
Говорить на языке слов,
Как математики говорят на языке чисел.

Объёмы тел

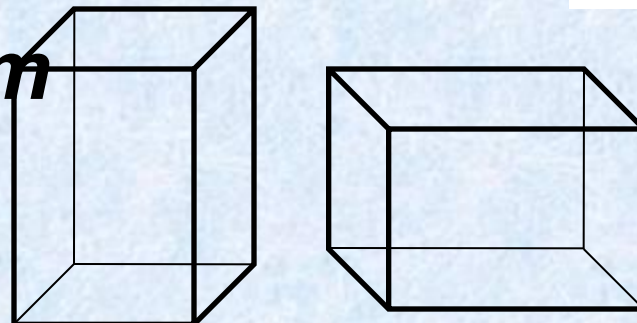


Объём — количественная характеристика пространства, занимаемого телом или веществом. Объём тела или вместимость сосуда определяется его формой и линейными размерами

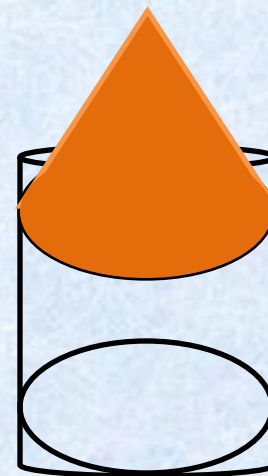
Свойства объёмов:



1. Равные тела имеют равные объёмы



2. Если тело составлено из нескольких тел, то его объём равен сумме объёмов этих тел



- Симпсон Томас - английский математик. В 1743 вывел формулу приближённого интегрирования. В 1746 году Симпсон избран в члены Лондонского королевского общества, а ранее — в члены основанного в 1717 году в Лондоне Математического общества. Назначенный профессором в Вульвич, Симсон составил учебники по элементарной математике. В особых отделах геометрии рассматриваются задачи о наибольших и наименьших величинах, решаемые с помощью элементарной геометрии, правильные многогранники, измерение поверхностей, объёмы тел и, наконец, смешанные задачи.



Формула Симпсона



$$V = \frac{b - a}{6} (S_{\text{н.о.}} + 4S_{\text{ср.сеч.}} + S_{\text{в.о.}})$$

b, a – предельные значения высоты геометрического тела, среднее сечение – сечение тела плоскостью, параллельной основанию, и проходящей через середину высоты

Как найти объем у куба?

Есть у куба 3 стены,

В них по три величины.

Я возьму их, перемножу.

Ведь не так все это сложно.

С первой стенки взял длину,

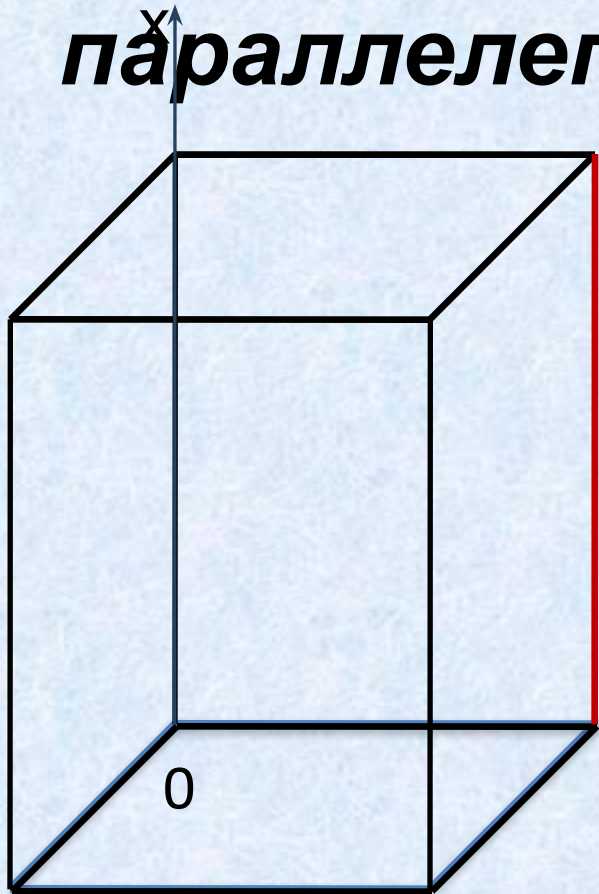
Со второй взял ширину,

С третьей вышла высота.

Получилась красота!



Объём прямого параллелепипеда



$$V = \frac{b - a}{6} (S_{\text{н.о.}} + 4S_{\text{ср.сеч.}} + S_{\text{в.о.}})$$

$$S_{\text{н.о.}} = S_{\text{ср.сеч.}} = S_{\text{в.о.}} = S$$

h

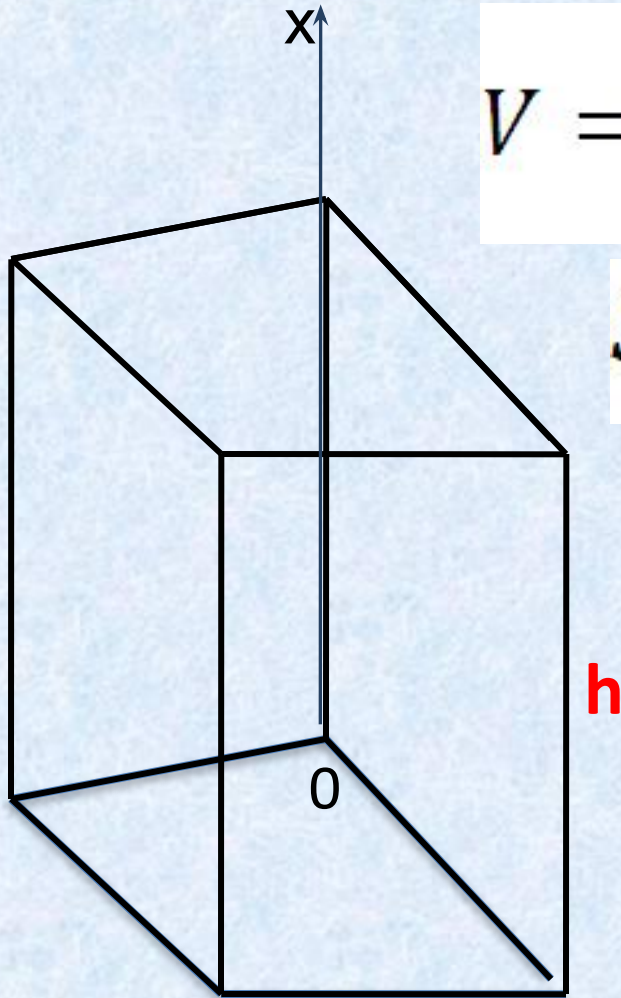
$$b = h, a = 0$$

$$V = \frac{h - 0}{6} \cdot 6S = Sh$$

$$V = Sh$$



Объём прямой призмы.



$$V = \frac{b - a}{6} (S_{\text{н.о.}} + 4S_{\text{ср.сеч.}} + S_{\text{в.о.}})$$

$$S_{\text{н.о.}} = S_{\text{ср.сеч.}} = S_{\text{в.о.}} = S$$

$$b = h, a = 0$$

$$V = \frac{h - 0}{6} \cdot 6S = Sh$$

$$V = Sh$$

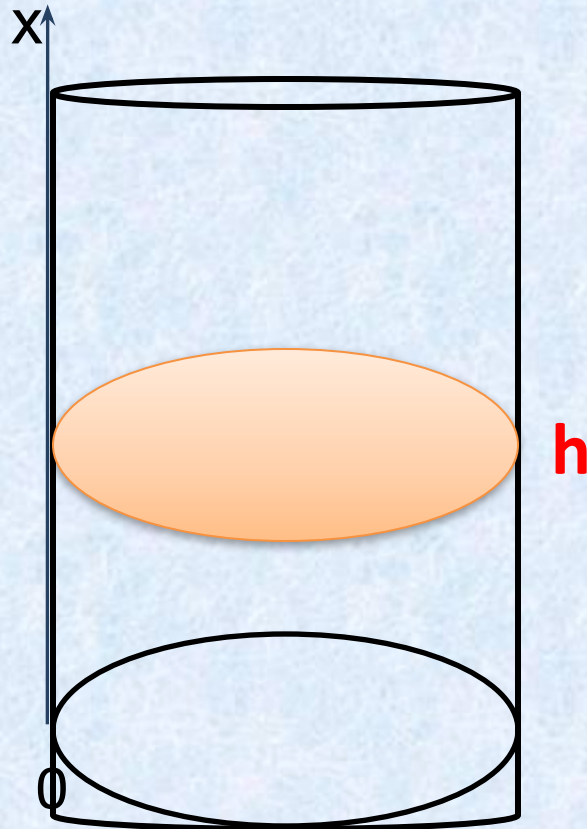


-Цилиндр, что такое? -
спросил я у папы.
Отец рассмеялся : -
Цилиндр, это шляпа.
Чтобы иметь представление
верное,
Цилиндр, скажем так, это
банка консервная.
Труба парохода- цилиндр,
Труба на нашей крыше -
тоже,
Все трубы на цилиндр
похожи.
А я привёл пример такой -
Калейдоскоп любимый мой
Глаз от него не оторвёшь,
И тоже на цилиндр похож.





Объём цилиндра.



$$V = \frac{b - a}{6} (S_{\text{н.о.}} + 4S_{\text{ср.сеч.}} + S_{\text{в.о.}})$$

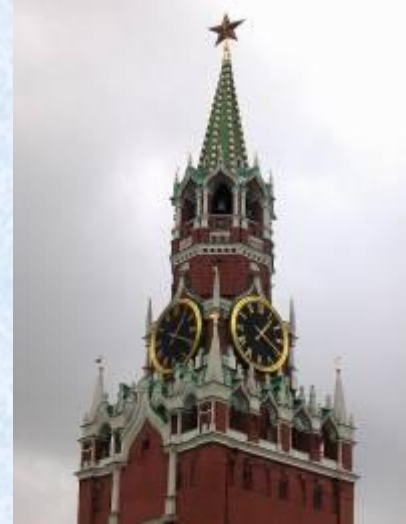
$$S_{\text{н.о.}} = S_{\text{ср.сеч.}} = S_{\text{в.о.}} = S$$

$$b = h, a = 0$$

$$V = \frac{h - 0}{6} \cdot 6S = Sh$$

$$V = Sh = \pi R^2 h$$

Я видел картину. На этой
картине
Стоит ПИРАМИДА в песчаной
пустыне.
Всё в пирамиде необычайно,
Какая-то
есть в ней загадка и тайна.
А Спасская башня на площади
Красной
И детям, и взрослым знакома
прекрасно.
Посмотришь на башню,
обычная с виду,
А что на вершине у ней?
Пирамида!





Объём пирамиды.

$$V = \frac{b - a}{6} (S_{\text{н.о.}} + 4S_{\text{ср.сеч.}} + S_{\text{в.о.}})$$

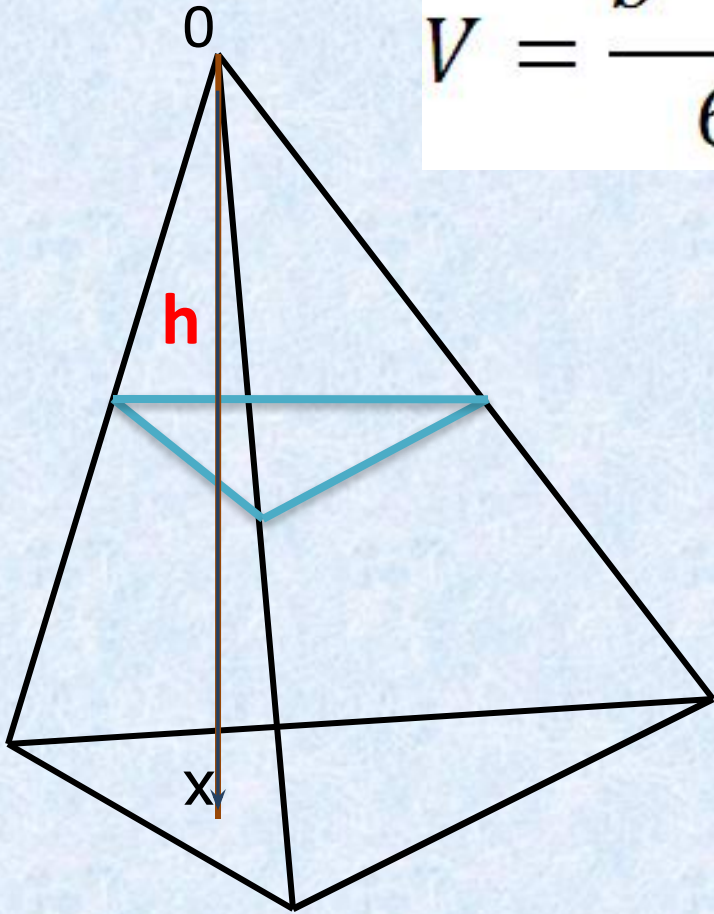
$$S_{\text{н.о.}} = S \quad S_{\text{ср.с.}} = \frac{1}{4}S$$

$$S_{\text{в.о.}} = 0$$

$$b = h, a = 0$$

$$V = \frac{h}{6} \left(S + 4 \cdot \frac{1}{4} S \right) = \frac{h}{6} \cdot 2S$$

$$V = \frac{1}{3} Sh$$



Сказала мама: - А сейчас
Про конус будет мой рассказ.
В высокой шапке звездочёт
Считает звёзды круглый год.
КОНУС- шляпа звездочёта.
Вот какой он. Понял? То-то.

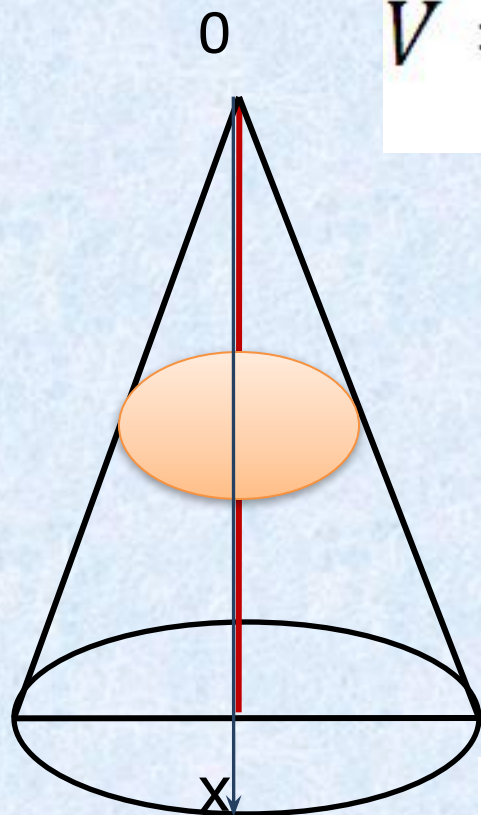
Мама у стола стояла
В бутылки масло разливала.
- Где воронка? Нет воронки.
Поищи. Не стой в сторонке.
-Мама, с места я не тронусь ,
Расскажи ещё про конус.
-Воронка и есть в виде конуса
лейка.

Ну-ка, найди мне её поскорей-ка.

Воронку я найти не смог,
Но мама сделала кулёк,
Картон вокруг пальца обкрутила
И ловко скрепкой закрепила.
Масло льётся, мама рада,
Конус вышел то, что надо.



Объём конуса .



$$V = \frac{b - a}{6} (S_{\text{н.о.}} + 4S_{\text{ср.сеч.}} + S_{\text{в.о.}})$$

$$S_{\text{н.о.}} = S \quad S_{\text{ср.с.}} = \frac{1}{4}S$$

$$S_{\text{в.о.}} = 0$$

$$b = h, a = 0$$

$$V = \frac{h}{6} \left(S + 4 \cdot \frac{1}{4} S \right) = \frac{h}{6} \cdot 2S$$

$$V = \frac{1}{3} Sh$$

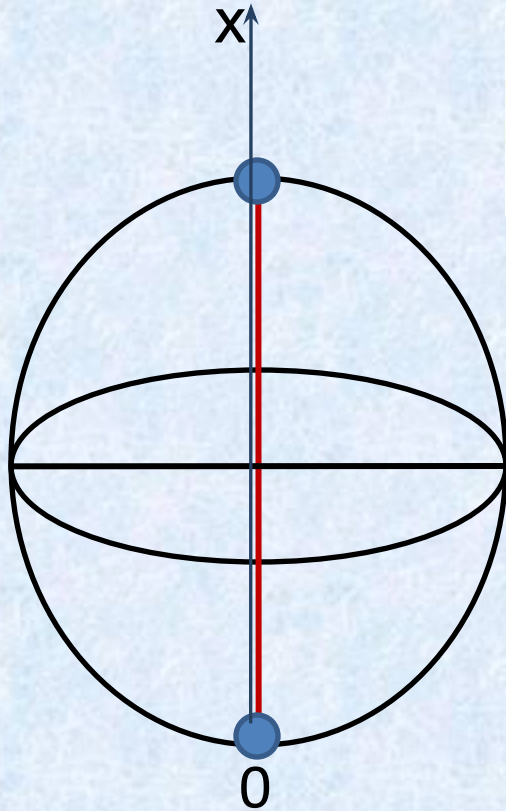
$$V = \frac{1}{3} \pi R^2 h$$



Удар! Удар! Ещё удар!
Летит в ворота мячик - ШАР!
А это- шар арбузный
Зелёный, круглый, вкусный.
Вглядитесь лучше - шар каков!
Он сделан из одних кругов.
Разрежьте на круги арбуз
И их попробуйте на вкус.



Объём шара



$$V = \frac{b - a}{6} (S_{\text{H.O.}} + 4S_{\text{ср.сеч.}} + S_{\text{B.O.}})$$

$$S_{\text{H.O.}} = S_{\text{B.O.}} = 0$$

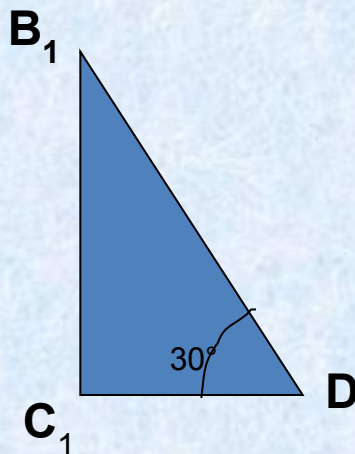
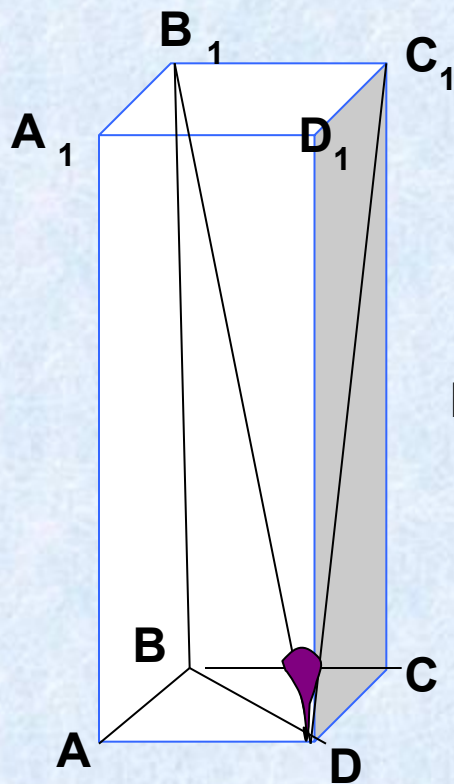
$$S_{\text{ср.сеч.}} = \pi R^2$$

$$b = 2R, a = 0$$

$$V = \frac{2R}{6} \cdot 4\pi R^2$$

$$V = \frac{4}{3} \pi R^3$$

Длина стороны основания правильной четырехугольной призмы равна 3см.
 Диагональ призмы образует с плоскостью боковой грани угол 30° .
 Вычислить объем призмы.



Дано: ABCD- квадрат,
 $AB=3\text{см}$, угол $B_1DC_1=30^\circ$

Найти: V

Решение.

$$V=SH, H=CC_1$$

$$S=a^2$$

$$S=9\text{см}^2$$

$\triangle B_1C_1D$ -прямоугольный
 $DC_1=B_1C_1 \cdot \text{ctg} 30^\circ = 3\sqrt{3}\text{см}$,

$$B_1C_1=BC=AB=3\text{см}$$

$\triangle C_1CD$ -прямоугольный
 $CC_1^2=DC_1^2 - DC^2$, $CC_1=3\sqrt{2}\text{ см}$

$$V=27\sqrt{2}\text{см}^3$$

Практическая задача.

Надо найти объём воды проходящей за день в водонапорной вышке такого типа:



Решение.

Во-первых это цилиндр. Объём цилиндра равен

$$V = Sh = \pi R^2 h$$

Сложность тут может доставить нахождение радиуса, но только с практической точки зрения. $R = L/2\pi$, где L -длина окружности, которую можно измерить верёвочкой.

Установив все данные, подставим в формулу объёма. Но это ещё не всё, теперь умножаем объём на количество полных закачек за день, и мы получим полный объём воды проходящей через водонапорную башню.

Задачник.

- №1. Найдите объём правильной четырёхугольной пирамиды, если её диагональное сечение – равносторонний треугольник, площадь которого $12\sqrt{3}$
- №2. В правильной четырёхугольной призме $ABCD A'B'C'D'$ высота в два раза длиннее стороны основания. Найдите объём призмы, если расстояние между серединами рёбер $A'B'$ и BC равно $3\sqrt{2}$.
- №3. Через две образующие конуса, угол между которыми равен 30° проведено сечение, имеющее площадь 25 дм^2 . найти объём конуса, если радиус основания 6 дм .
- №4. В конус вписан шар. Найти объём шара, если радиус основания конуса равен 3 , а образующая равна 4 .
- №5. Через точку A , лежащую на окружности основания цилиндра, проведена прямая, пересекающая окружность второго основания в точке B . Радиус цилиндра равен 5 , длина отрезка AB равна $4\sqrt{5}$, расстояние между осью цилиндра и прямой AB равно 3 . найти объём цилиндра.



Формулой Симпсона называется
интеграл от интерполяционного
многочлена второй степени на
отрезке $[a, b]$

$$\int_a^b f(x)dx \approx \int_a^b p_2(x)dx = \frac{b-a}{6} \left(f(a) + 4f\left(\frac{a+b}{2}\right) + f(b) \right),$$

где $f(a)$, $f((a+b)/2)$ и $f(b)$ -
значения функции в соответствующих
точках (на концах отрезка и в его
середине).
Получила название в честь британского
математика Томаса Симпсона
(1710—1761).



Использованы ресурсы:

1. http://mathprofi.ru/formula_simpsona_metod_trapecij.html
2. http://ru.wikipedia.org/wiki/%D0%A4%D0%BE%D1%80%D0%BC%D1%83%D0%BB%D0%B0_%D0%A1%D0%B8%D0%BC%D0%BF%D1%81%D0%BE%D0%BD%D0%B0