

Степенная функция её свойства и график

Вы знакомы с функциями $y=x$, $y=x^2$, $y=x^3$, $y=1/x$ и т. д. Все эти функции являются частными случаями *степенной функции*, т. е. функции $y = x^p$, где p - заданное действительное число.

Виды степенной функции

1. Показатель $p=2n$ - четное натуральное число. В этом случае степенная функция $y = x^{2n}$, где n - натуральное число, обладает следующими свойствами:

- область определения - все действительные числа, т. е. множество R ;
- множество значений - неотрицательные числа, т. е. $y \geq 0$;
- функция $y=x^{2n}$ четная, так как $(-x)^{2n} = x^{2n}$;
- функция является убывающей на промежутке $x \geq 0$ и возрастающей на промежутке $x \leq 0$.

График функции $y = x^p$ имеет такой же вид, как, например, график функции $y = x^4$ (рис. 1).

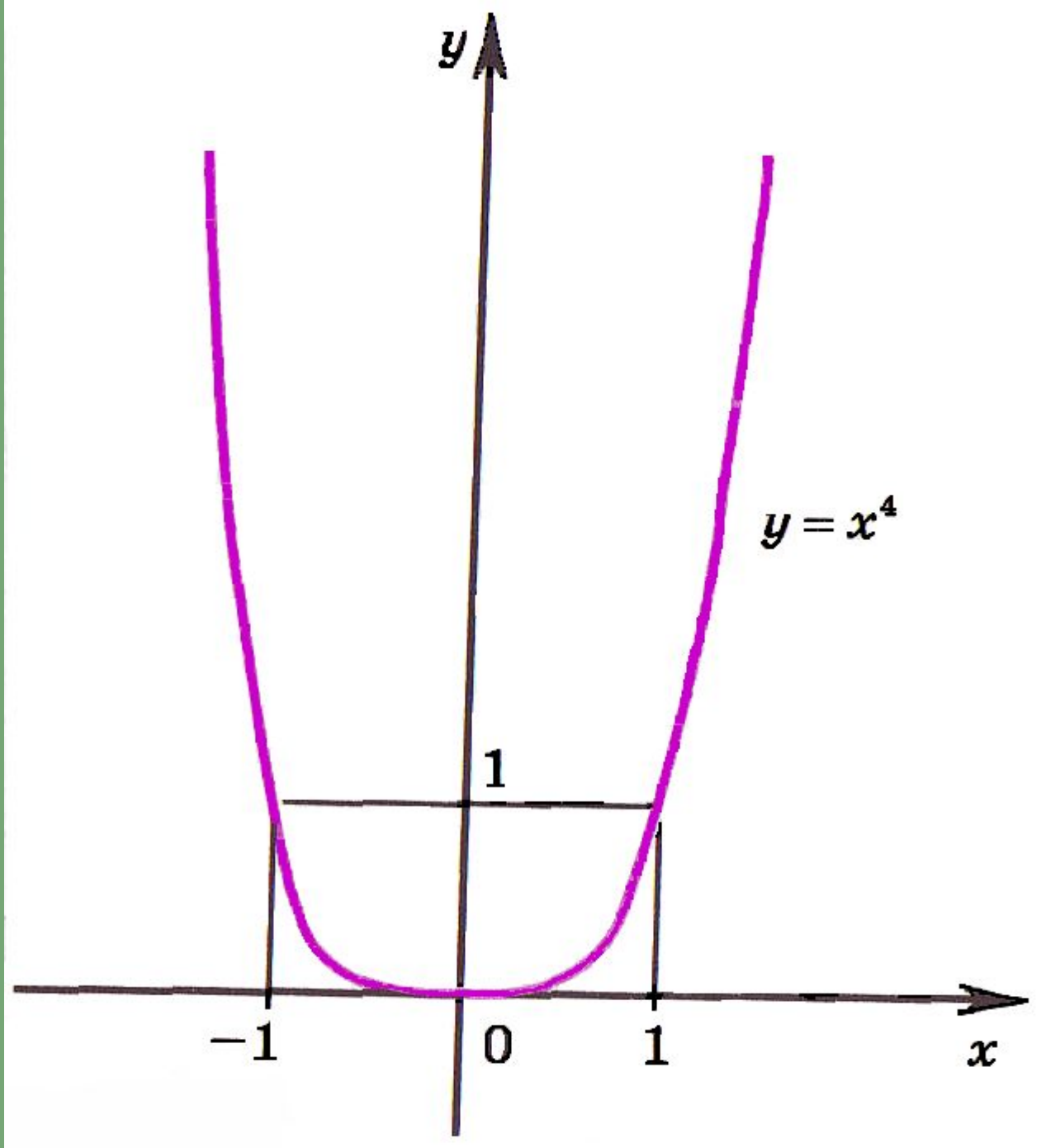


Рис. 1

2. Показатель $p=2n-1$ - нечетное натуральное число.

В этом случае степенная функция $y=x^{2n-1}$, где $2n-1$ - натуральное число, обладает следующими свойствами:

- область определения - множество R ;

- множество значений - множество R ;

- Функция $y=x^{2n-1}$ нечетная, так как $(-x)^{2n-1} = -x^{2n-1}$;

- функция является возрастающей на всей действительной оси.

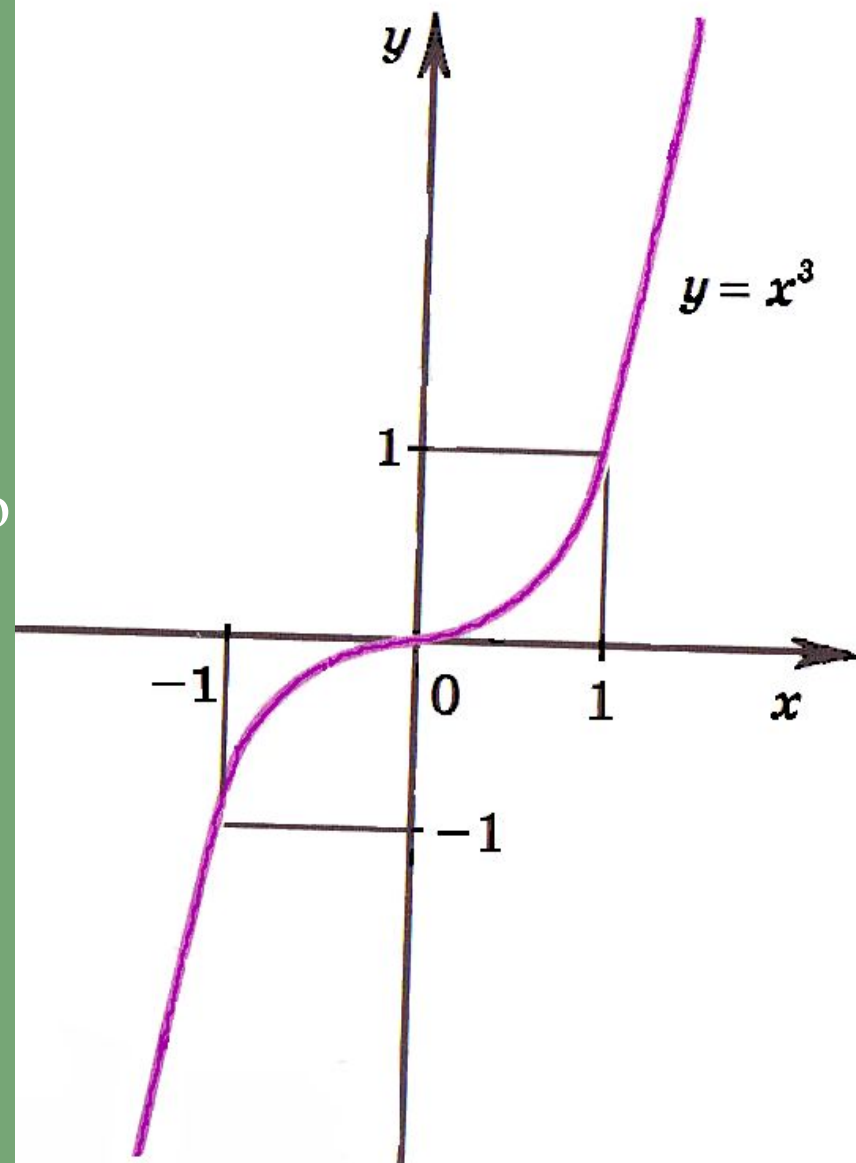


Рис.2

График функции $y=x^{2n-1}$ имеет такой же вид, как, например, график функции $y=x^3$ (рис. 2)

3. Показатель $p = -2n$, где n - натуральное число.

В этом случае степенная функция $y=x^{2n}$ обладает следующими свойствами:

- область определения - множество \mathbb{R} , кроме $x=0$;
- множество значений - положительные числа $y>0$;
- Функция $y=x^{2n}$ - четная, так как $(-x)^{2n}=x^{2n}$;
- функция является возрастающей на промежутке $x<0$ и убывающей на промежутке $x>0$.

График функции $y=x^{2n}$ имеет такой же вид, как, например, график функции $y=x^{-2}$ (рис.3).

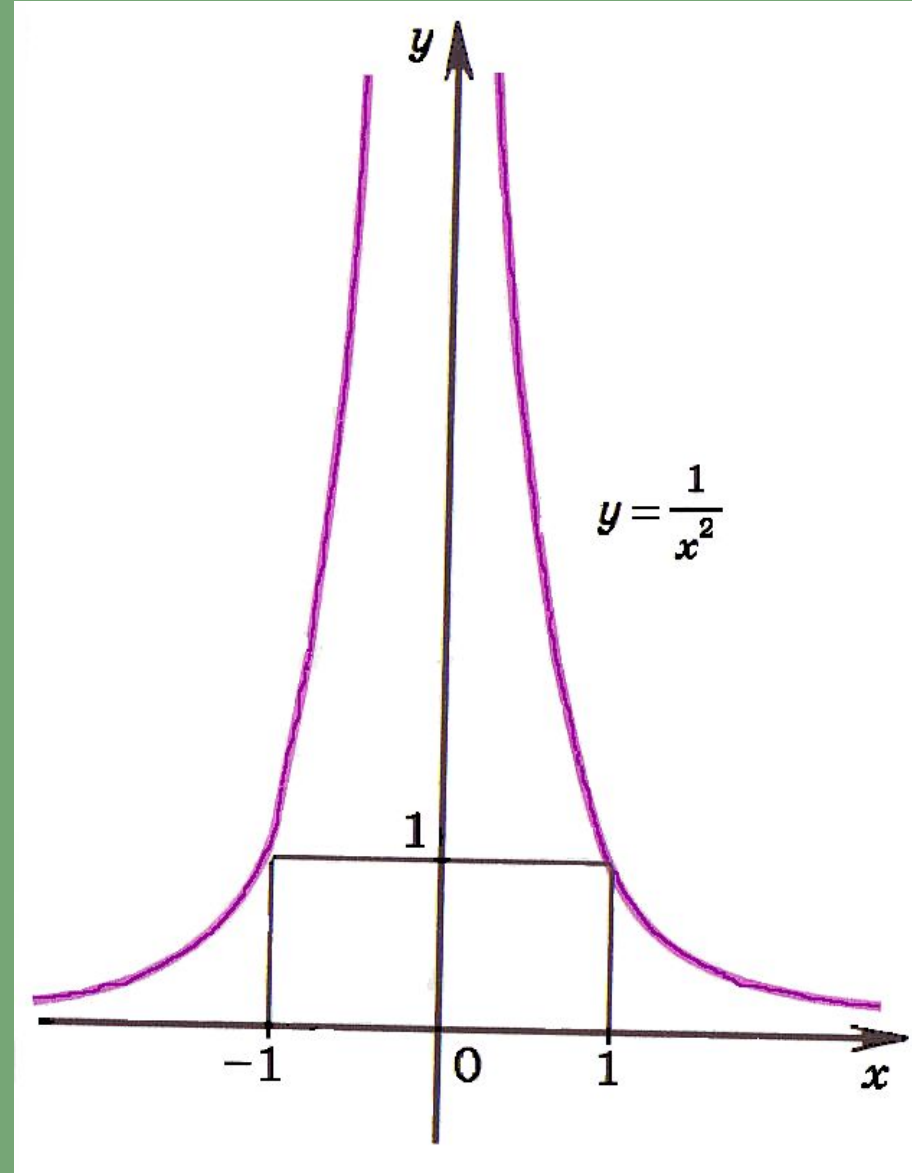


Рис.3

4. Показатель $p = -(2n - 1)$,
где n - натуральное число.

В этом случае степенная функция $y=x^{-(2n-1)}$ обладает следующими свойствами:

- область определения - множество \mathbb{R} , кроме $x=0$;
- множество значений - множество \mathbb{R} , кроме $y=0$;
- функция нечетная, так как $(-x)^{-(2n-1)} = x^{-(2n-1)}$;
- функция является убывающей на промежутках $x<0$ и $x>0$.

График функции $y=x^{-(2n-1)}$ имеет такой же вид, как, например, график функции $y=x^{-3}$ (рис. 4).

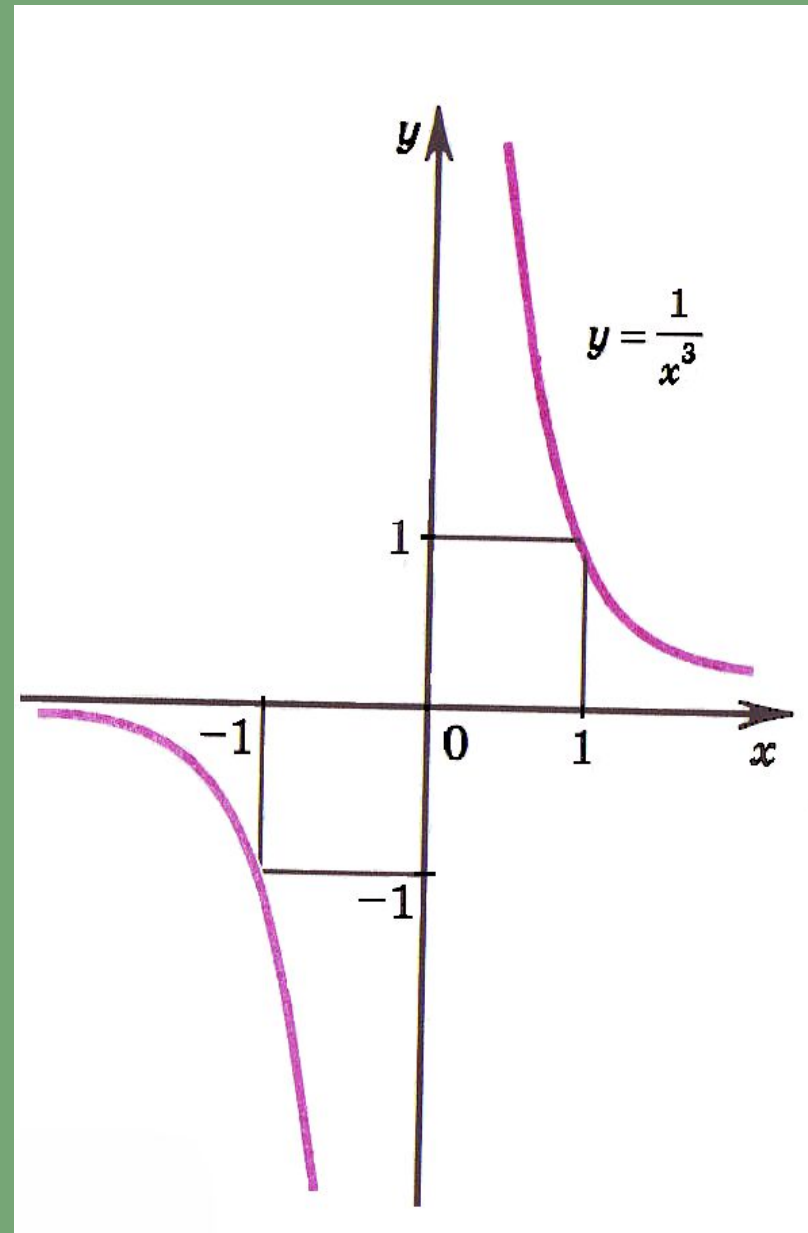


Рис.4

5. Показатель p - положительное действительное нецелое число.

В этом случае функция $y=x^p$ обладает следующими свойствами:

- ▣ область определения - неотрицательные числа x ;
- ▣ множество значений - неотрицательные числа y ;
- ▣ функция является возрастающей на промежутке $(x; \infty)$.

График функции $y=x^p$, где p - положительное нецелое число, имеет такой же вид, как, например, график функции $y=x$ (при $0 < p < 1$) или как, например, график функции $y=x$ (при $p > 1$) (рис.5 а, б)

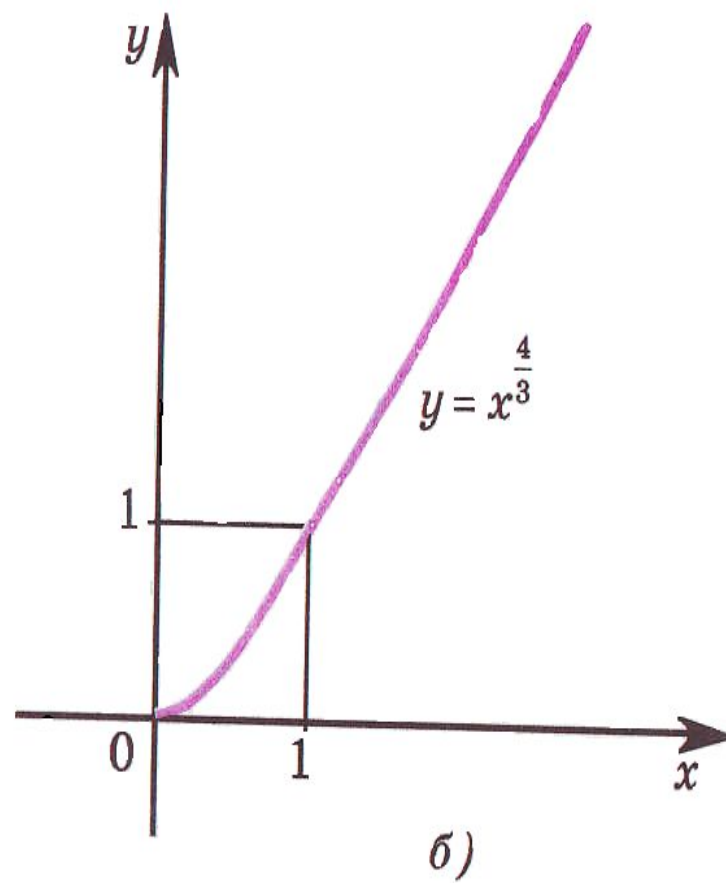
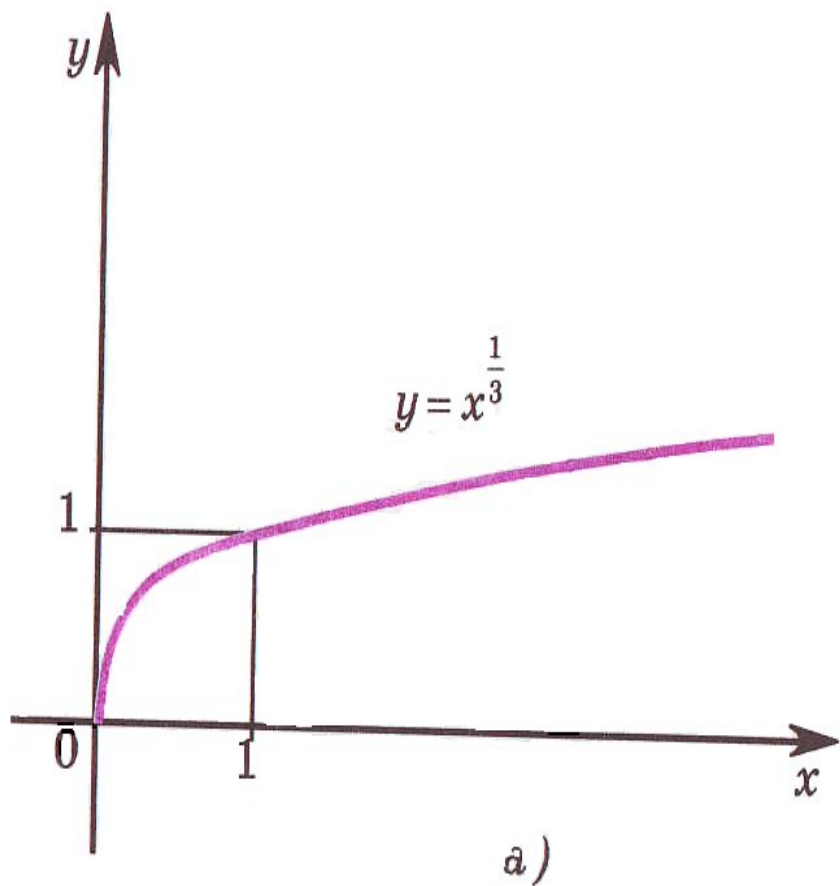


Рис.5