

Неравенства и их свойства

Людмила Рождественская
2004 г.

План темы

- Свойства неравенств
- Линейные неравенства
- Квадратичные неравенства
- Решение неравенств высших степеней
методом интервалов
- Дробно-рациональные неравенства
- Неравенства с модулем
- Иррациональные неравенства

Определение

Говорят, что число a *больше* числа b и пишут $a > b$,
если разность $a - b$ положительна.

Говорят, что число a *меньше* числа b и пишут $a < b$,
если разность $a - b$ отрицательна.

Строгие - нестрогие

$a > b$

$a < b$



Строгие

$a \geq b$

$a \leq b$



нестрогие

СВОЙСТВО 1

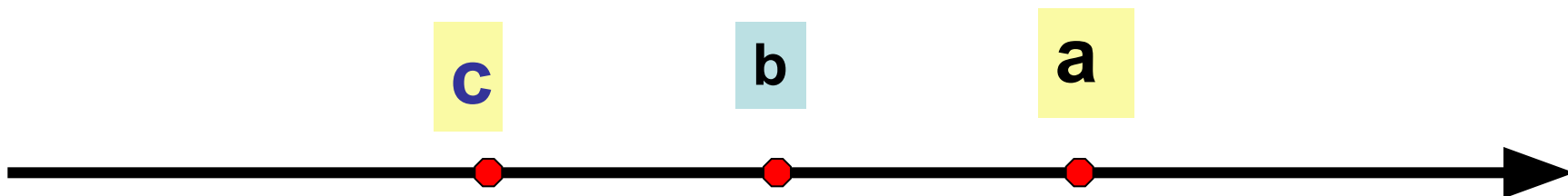
$a > b$

и

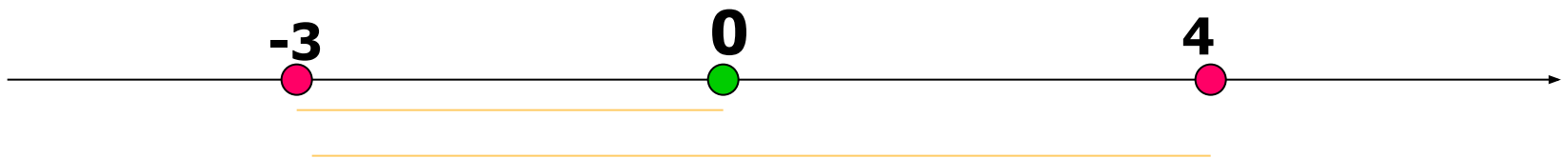
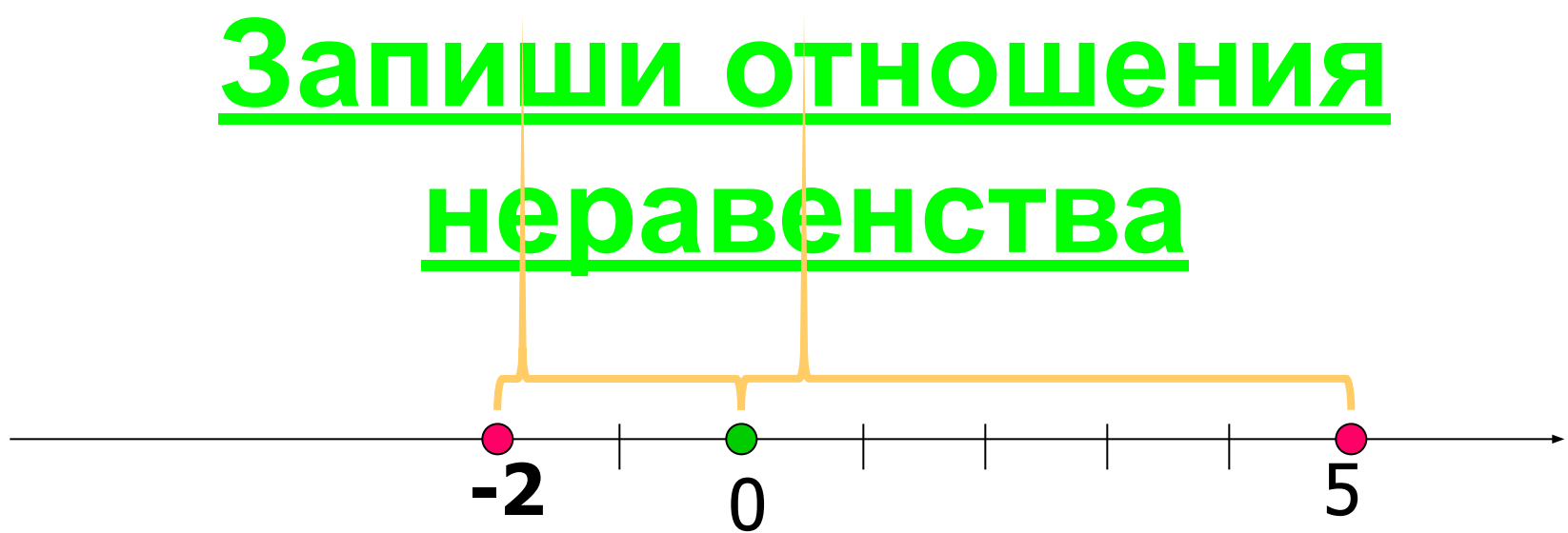
$b > c$

то

$a > c$



Запиши отношения неравенства



СВОЙСТВО 2

$a > b$

то

$a + c > b + c$

СВОЙСТВО 3

$a > b$

и

$c > 0$

то

$ac > bc$

СВОЙСТВО 3 (а)

$a > b$

и

$c < 0$

то

$ac < bc$

СВОЙСТВО 4

$a > b$

и

$c > d$

то

$a + c > b + d$

т. е. при сложении неравенств одинакового знака получается неравенство того же знака.

$2 > 1$

и

$3 > -2$

то

$5 > -1$

СВОЙСТВО 5

Если $a, c, b, d > 0$

$$a > b$$

и

$$c > d$$

то

$$ac > bd$$

т. е. при умножении неравенств одинакового знака,
у которых
левые и правые части положительны,
получается неравенство того же знака.

$$3 > 2$$

и

$$5 > 4$$

то

$$15 > 8$$

СВОЙСТВО 6

Если $a > b \geq 0$ и $n \in \mathbb{N}$

то

$$a^n > b^n$$

т. е. При возведении обеих частей неравенства
в одинаковую степень
знак неравенства не меняется

$$3 > 2$$

то

$$9 > 4$$

~~$$3 > -4$$~~

~~то~~

~~$$9 > 16$$~~

СВОЙСТВО 7

Если $a > b \geq 0$ и $n \in \mathbb{N}$

то

$$\sqrt[n]{a} > \sqrt[n]{b}$$

т. е. При извлечении из обеих частей неравенства
корня одной степени
знак неравенства не меняется

$$9 > 4$$

то

$$3 > 2$$

Примеры

$$a^2 > b^2$$

то

?

~~$$a > b$$~~

?

$$|a| > |b|$$

!

Примеры

$$x^2 > 1$$

то

?

~~$$x > 1$$~~

?

~~$$x > \pm 1$$~~

?

$$|x| > 1$$

!

$$x > 1$$

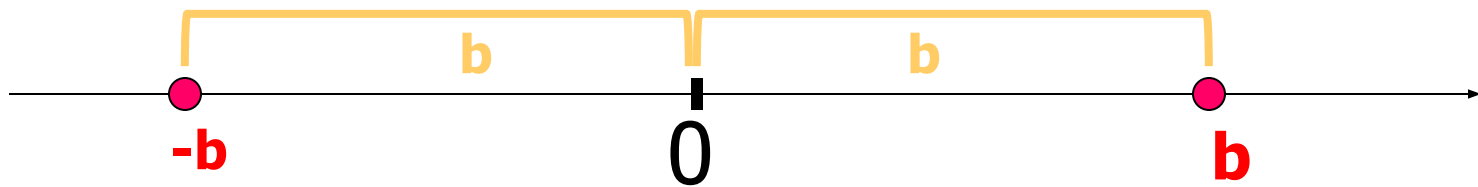
$$x < -1$$

-1

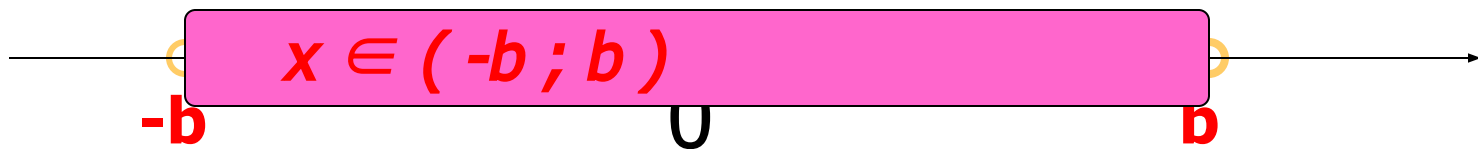
1



$$|x| = b \Leftrightarrow \begin{cases} x = \pm b \\ b > 0 \end{cases}$$

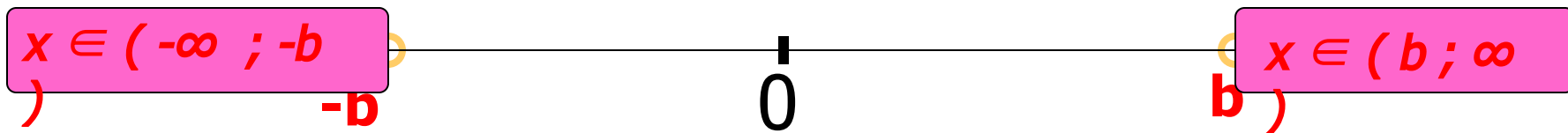


$$|x| < b \Leftrightarrow \begin{cases} -b < x < b \text{ при } b > 0 \\ \text{нет решений при } b < 0 \end{cases}$$



$$|x| < b \Leftrightarrow \begin{cases} x < -b \\ x > b \end{cases} \text{ при } b \geq 0$$

x-любое число, при $b < 0$



Д/3

§3.5

№ 385-391 (четные)

§3.6

№ 398 - 400 (четные)

Линейное неравенство

Линейное неравенство, содержащее одну переменную имеет вид

$$Ax + b \geq 0$$

$$Ax + b \leq 0$$

$$Ax + b > 0$$

$$Ax + b < 0$$



Линейное уравнение с
одной переменной