# Онтологический аргумент Гёделя

Горбатов В.В.

# Курт Гёдель (1906-1978)

- Австрийский логик, математик и философ
- Участвовал в работе Венского кружка
- В 1940 эмигрировал в США и получил работу в Институте перспективных исследований (Принстон)
- Умер от истощения в 1978

# Курт Гёдель (1906-1978)

- Теоремы о неполноте (1931)
- Математическая возможность путешествий во времени (1949)
- Онтологическое доказательство (1954-1955; 1970)

# Онтологический аргумент (1970)

- Представлен на семинаре Д.Скотта в феврале 1970
- Позже он говорил Моргенштерну, что хотя и удовлетворен доказательством, все же сомневается, стоит ли его публиковать
- Доказательство стало известным в изложении Д.Скотта (1987); здесь будет рассмотрен исходный вариант

# Обозначения:

- P(F) - свойство F является позитивным
- &, V, →, ~ - пропозициональные связки
- ◇ - возможно
- □ - необходимо
- ∀ - квантор общности
- ∃ - квантор существования

# Определения

- D1. $G(x) \leftrightarrow \forall F(P(F) \rightarrow F(x))$
  – Быть Богом (G) значит обладать всеми позитивными свойствами*

* «Позитивное» Гёдель трактует неоднозначно – говоря о нем и как о чем-то «морально-эстетически» ценном, и как о чем-то, что, будучи полностью проанализированным, не влечет никакого отрицания

# Определения

- D2. F ess x $\leftrightarrow \forall H[H(x) \rightarrow \Box\forall x(H(x) \rightarrow F(x))]$*
  - Для свойства F быть сущностью предмета x означает, что любое свойство, присущее данному предмету, с необходимостью включается в свойство F

* Дана Скотт добавил к этому определению конъюнкт F(x); в противном случае, из наличия свойства, с необходимостью отсутствующего у всех объектов, можно было бы вывести, что оно-то и является сущностью x, а вкупе с определением D3 это означало бы, что ни один объект не обладает свойством E (Адамс, с. 932)

# Определения

- D3. $E(x) \leftrightarrow \forall F(F \text{ ess } x \rightarrow \Box \exists x F(x))$
  - Необходимое существование (E) присуще предмету x, когда из сущности x вытекает, что необходимо найдется предмет, обладающий этой сущностью*

  * Легко подобрать примеры из математики, когда существование объектов можно с необходимостью дедуцировать из самого их определения (в рамках имеющейся теории)

  - Введение предиката E не подпадает под кантовскую критику «существование не есть реальный предикат», т.к. это предикат
    - фактически, второпорядковый (он определяется через второпорядковый предикат ess)
    - логический, а не реальный

# Аксиомы

- A1. $P(F) \& P(H) \rightarrow P(F\&H)$
  – конъюнкция позитивных свойств является позитивным свойством
- A2. $\sim P(F) \leftrightarrow P(\sim F)$
  – свойство не является позитивным только если позитивно его отрицание*

* Э. Андерсон ставит под сомнение принцип «позитивного исключенного третьего», подразумеваемый в A2; вместе с определением D1 данная аксиома фактически утверждает, что Богу присущие все позитивные свойства И ТОЛЬКО они

# Аксиомы

- A3. $P(F) \rightarrow \Box P(F)$
  - – позитивное свойство позитивно с необходимостью*
- A4. $P(E)$
  - – существование является позитивным свойством**

* То есть граница между позитивными и негативными свойствами не только однозначна (A2), но и неизменна сквозь возможные миры!

** Это интуитивно вполне согласуется с определением E и A3

# Аксиомы

- A5. $[P(F) \,\&\, \Box\forall x(F(x) \rightarrow H(x)] \rightarrow P(H)$
  - все, что с необходимостью следует из позитивного свойства, является позитивным свойством (в частности, $x=x$ - позитивное свойство, а $x \neq x$ – негативное)
    - Собственно, здесь ключ к пониманию «позитивности» у Гёделя: позитивно лишь то, что (при полном анализе) не влечет никаких негативных следствий
    - Поскольку в A4 позитивность E уже постулирована, все позитивное должно быть согласуемо с E

# Доказательство

- Лемма 1. $G(x) \to G \text{ ess } x$
  - быть Богом – существенное свойство

1. $G(x)$ доп.
2. $\forall F(P(F) \to F(x))$ D1
3. $\forall F(F(x) \to P(F))$ (2) A2
4. $\forall F(F(x) \to \Box P(F))$ (3) A3
5. $\forall F(F(x) \leftrightarrow \Box F(x))$ (2,4)
6. $G(x) \to \forall F(F(x) \leftrightarrow \Box F(x))$ (5)
7. $\forall x(G(x) \to \forall F(F(x) \leftrightarrow \Box F(x)))$ (6)
8. $\forall F(F(x) \to \forall x(G(x) \leftrightarrow \Box F(x))$ (7)
9. $\forall F(F(x) \to \Box \forall x(F(x) \leftrightarrow G(x))$ (8)
10. $G \text{ ess } x$ (9) D2
11. $G(x) \to G \text{ ess } x$ (10)

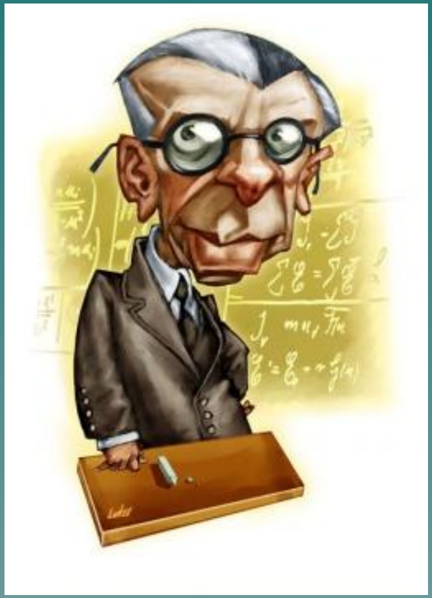
# Доказательство

- Лемма 2. $G(x) \rightarrow \Box \exists y G(y)$
  - если x является Богом, то с необходимостью найдется объект, который является Богом

1. $P(E)$ A4
2. $G(x) \rightarrow E(x)$ (1) D1
3. $G(x) \rightarrow G \text{ ess } x$ Лемма 1
4. $E(x) \rightarrow (G \text{ ess } x \rightarrow \Box \exists x G(x))$ D3
5. $G(x) \rightarrow \Box \exists y G(y)$ (2-4)

# Доказательство

- Лемма 3. $\Diamond\exists x G(x) \rightarrow \Diamond\Box\exists y G(y)$
  - Если существование Бога возможно, то возможно, что оно необходимо (из леммы 2 по аксиоме $\Box(A\rightarrow B)\rightarrow(\Diamond A\rightarrow\Diamond B)$)
- Лемма 4. $\Diamond\exists x G(x)$
  - Возможно, что существует Бог (из A1 и A5 доказывается, что понятие G логически непротиворечиво)



# Доказательство

- Теорема: $\Box \exists y G(y)$
  - Бог необходимо сущ

1. $\Diamond \exists x G(x)$ Лемма 4
2. $\Diamond \exists x G(x) \rightarrow \Diamond \Box \exists y G(y)$ Лемма 3
3. $\Diamond \Box \exists y G(y) \rightarrow \Box \exists y G(y)$ S5
4. $\Box \exists y G(y)$