ЗАКОН БОЛЬШИХ ЧИСЕЛ И ПРЕДЕЛЬНЫЕ ТЕОРЕМЫ

Подготовила: Порошина Л.В., студентка очной формы обучения юридического факультета, группы Ю-102

План презентации

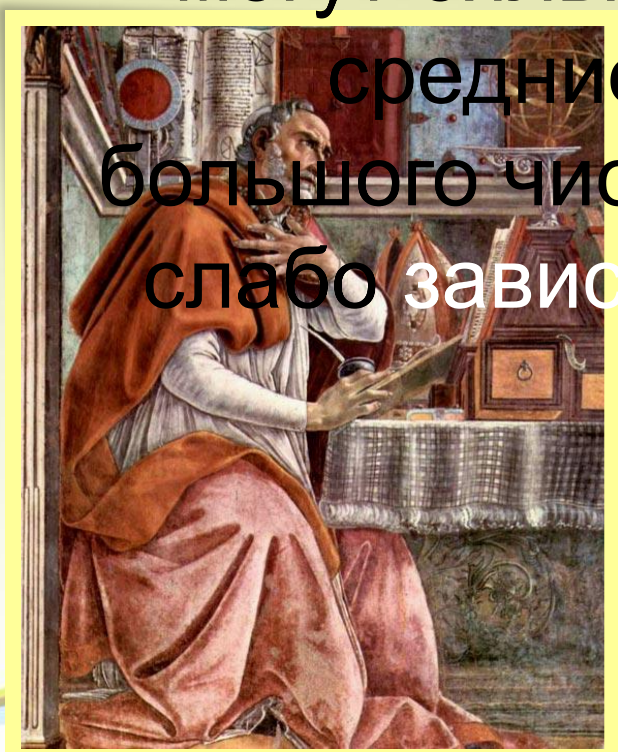
1. Предельные теоремы;
2. Закон больших чисел;
   - ✔ Теорема Бернулли;
   - ✔ Теорема Пуассона;
   - ✔ Закон Чебышева.
3. Центральная теорема распределения;
4. Использованные источники.

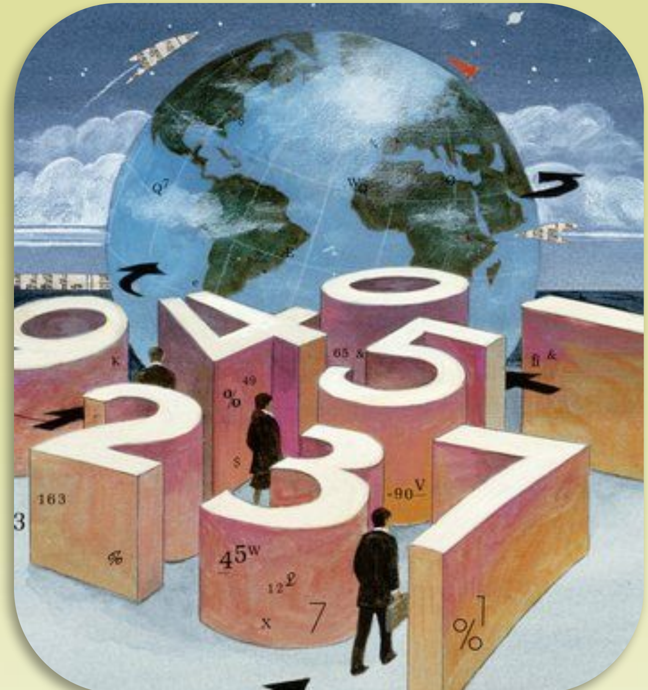
Предельные теоремы в теории вероятностей — общее название ряда теорем, указывающих условия проявления закономерностей в результате действия большого числа случайных факторов.

Они включают в себя:

- ✔ Закон больших чисел;
- ✔ Центральную предельную теорему.

Практика изучения случайных явлений показывает, что хотя результаты отдельных наблюдений, даже проведенных в одинаковых условиях, могут сильно отличаться, в то же время средние результаты для достаточно большого числа наблю устойчивы и слабо зависят от ре тдельных людений.





Теоретическим обоснованием этого замечательного свойства случайных явлений является **закон больших чисел**. Названием "закон больших чисел" объединена группа теорем, устанавливающих устойчивость средних результатов большого количества случайных

Теорема Бернулли

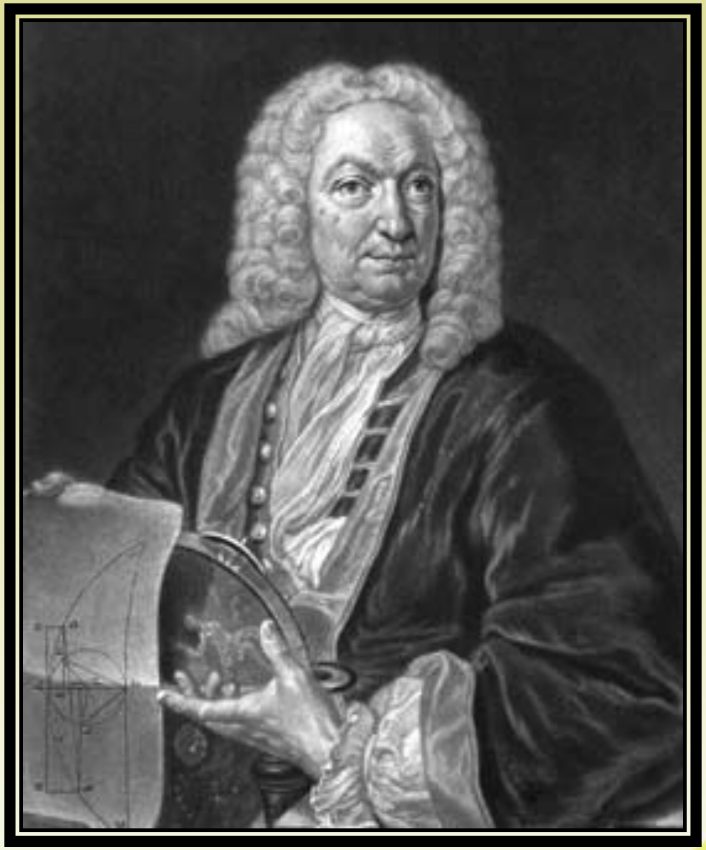
Простейшая форма закона больших чисел, и исторически первая теорема этого раздела - *теорема Бернулли*, утверждающая, что если вероятность события одинакова во всех испытаниях, то с увеличением числа испытаний частота события стремится к вероятности события и перестает быть случайной.

Пусть m … испытаниях Бернулли ир… в отдельном испы… ом

$$\lim_{n\to\infty} P\left(\left|\frac{\mu_n}{n}-p\right|<\varepsilon\right)=1$$

е > 0 справедливо:

Теорема Бернулли является одной из простейших форм закона больших чисел и часто используется на практике. Например, частоту встречаемости какого-либо качества респондента в выборке принимают за оценку соответствующей вероятности.



Иоганн Бернулли
1667-1748 —
швейцарский математик

Теорема Пуассона

Пуассон обобщил эту теорему Бернулли и распространил ее на случай, когда вероятность событий в испытании меняется независимо от результатов предшествующих испытаний. Он же впервые употребил термин «закон больших чисел».

Теорема Пуассона утверждает, что частота

С.Д.Пуассон 1781-1840— знаменитый французский физик

Если вероятность p_i появления события **А** в **i**-ом испытании не меняется, когда становятся известными результаты предыдущих испытаний, а их число достаточно велико, то сколь угодно близка к единице вероятность того, что p_i частота появления события как угодно мало отлича ческой

$$P\left(\left|\frac{m}{n}-\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n}p_i\right|\le\varepsilon\right)>1-\delta$$

Дальнейшее обобщение теорем закона больших чисел связано с именами **А.А. Маркова**, **С.Н.Бернштейна**, **А.Я.Хинчина** и **А.Н.Колмлгорова.**

Общая современная постановка задачи, формулировка закона больших чисел, развитие идей и методов доказательства теорем, относящихся к этому закону, принадлежит русским ученым **А. А. Маркову**, **А. М. Ляпунову**. **и П. Л. Чебышеву**

Неравенство Чебышева лежит в основе качественных и количественных утверждений закона больших чисел. Оно определяет верхнюю границу вероятности того, что отклонение значения случайной величины от ее математического ожидания больше некоторого заданного числа.

Замечательно, что неравенство Чебышева дает оценку вероятности события для случайной величины, распределение которой неизвестно, известны лишь ее математическое ожидание и дисперсия.

Закон больших чисел в форме Чебышева

Если дисперсии независимых случайных величин $X_1, X_2, \ldots, X_n$ ограничены одной константой **С,** а число их достаточно велико, то как угодно близка к единице вероятность того, что отклонение средней арифметической этих случайных величин от средней арифметической их математических ожиданий не превз... величине данного по... , каким бы малым оно ни было:

$$\boxed{P\left(\left|\frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} X_i - \frac{1}{n}\sum_{i=1}^{n} M(X_i)\right| \le \varepsilon\right) > 1-\delta}$$

Центральная предельная теорема

Центральная предельная теорема утверждает, что всегда, когда случайная величина образуется в результате сложения большого числа независимых случайных величин с
...ными дисперсиями, закон
...еделения этой случайной
...оказывается практически
нормальным законом.

Если независимые случайные величины $X_1, X_2, \dots, X_n$ имеют конечные математические ожидания $a_1, a_2, \dots, a_n$ и конечные дисперсии $\sigma_1^2, \sigma_2^2, \dots, \sigma_n^2$, число их достаточно велико, а при неограниченном возрастании **n**

Где $C_1; C_2; \dots; C_n$ - абсолютные центральные моменты третьего порядка, то сумма их с достаточной степенью точности $N\left(\sum_{i=1}^{n} a_i, \sum_{i=1}^{n} \sigma_i\right)$

Использованные источники

1. http://www.chem-astu.ru/chair/study/probability-theory/4_Law_of_great_numbers.htm;
2. http://www.exponenta.ru/educat/class/courses/tv/theme0/10.asp;
3. http://mathhelpplanet.com/static.php?p=zakon-bolshih-chisel.

Спасибо за внимание!