“ Add your company slogan ”

Курсовая работа

ПОНЯТИЕ ЛИНЕЙНОЙ, НЕОТРИЦАТЕЛЬНОЙ И ВЫПУКЛОЙ КОМБИНАЦИИ ТОЧЕК ПЛОСКОСТИ N-МЕРНОГО ПРОСТРАНСТВА. ПОНЯТИЕ РАССТОЯНИЯ. НЕРАВЕНСТВО КОШИ-БУНЯКОВСКОГО, НЕРАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКА. МНОЖЕСТВА СВЯЗНЫЕ И НЕСВЯЗНЫЕ, ОГРАНИЧЕННЫЕ И НЕОГРАНИЧЕННЫЕ. ЗАМКНУТОСТЬ. КОМПАКТНЫЕ МНОЖЕСТВА

Выполнил:

- Непустое множество L элементов x,y,z,... называется линейным пространством если оно удовлетворяет следующим условиям.

Для любых двух элементов x,y из L однозначно определен третий элемент z из L, называемый их суммой и обозначаемый x+y , причем

- $x+y = y+x$,
- $x+(y+z) = (x+y)+z$,
- в L существует такой элемент 0, что $x+0 = x$ для всех x из L (существование нуля),
- для каждого x из L существует такой элемент –x, что $x+(-x) = 0$ (существование противоположного элемента).

Для любого числа ά и любого элемента x из L определен элемент άx из L (произведение элемента x на число ά), причем

- Ά(β)x = (άβ)x,
- 1x = x,
- (ά+β) = άx+βx,
- ά(x+y) = άx+άy

Некоторые примеры линейных пространств

Прямая линия R^1,т.е. совокупность действительных чисел, с обычными арифметическими операциями сложения и умножения.

Совокупность всевозможных систем n действительных чисел $x = (x_{1,} x_{2,\ldots,} x_n)$, где сложение и умножение на число определяются формулами $(x_{1,} x_{2,\ldots,} x_n) + (y_{1,} y_{2,\ldots,} y_n) =(x_{1+} y_{1,} x_{2+} y_{2,\ldots,} x_{n+} y_n)$, $\acute{\alpha} (x_{1,} x_{2,\ldots,} x_n)= (\acute{\alpha}\, x_{1,}\ \acute{\alpha}\, x_{2,\ldots,}\ \acute{\alpha}\, x_n)$, оно называется действительным n-мерным пространством.

Определение и примеры нормированных пространств

- Пусть L – линейное пространство. Однородно-выпуклый функционал p, определенный на L, называется нормой, если он удовлетворяет следующим дополнительным условиям: $p(x)=0$, только при $x=0$, $p(ά x)=| ά | p(x)$ для всех ά.
- Нормой в L называется функционал, удовлетворяющий следующим трем условиям:

$p(x) \geq 0$, причем $p(x)=0$ только при $x=0$,	$p(x+y) \geq p(x)+p(y)$, x, y из L,	$p(ά x) = \| ά \| p(x)$, каково бы ни было число ά.

Линейное пространство L, в котором задана некоторая норма, называется нормированным пространством. Норма элемента x из L обозначается ||x||.

Неравенство Коши – Буняковского

Пусть даны числа $a_1, a_2, \ldots, a_n$ такие, что $a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2 > 0$. Тогда справедливо неравенство

$$|b_1 a_1 + b_2 a_2 + \cdots + b_n a_n| \le \sqrt{(b_1^2 + b_2^2 + \cdots + b_n^2)(a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2)} -$$

Неравенство Коши – Буняковского, причем равенство

$$|b_1 a_1 + b_2 a_2 + \cdots + b_n a_n| = \sqrt{(b_1^2 + b_2^2 + \cdots + b_n^2)(a_1^2 + a_2^2 + \cdots + a_n^2)}$$

Имеет место лишь тогда, когда существует число λ такое, что для каждого

$k = 1, 2, \ldots, n$ $a_k = \lambda b_k$.

ОСНОВНЫЕ ПОНЯТИЯ ТЕОРИИ МНОЖЕСТВ

- M = { x: .... }; M = { x ....} (.... - условие принадлежности элемента x к множеству M).

- Сравнение конечных множеств:

  а) по количеству элементов;

  б) установлением взаимно - однозначного соответствия

Операции над множествами

Объединение множеств: $S = A \bigcup B = A + B = \{x \mid x \in A \vee x \in B\}$

Пересечение множеств: $S = A \bigcap B = A * B = \{x \mid x \in A \wedge x \in B\}$

Разность множеств: $S = A \setminus B = A - B = \{x \mid x \in A \wedge x \notin B\}$

Симметрическая разность: $A \Delta B = (A \setminus B) \bigcup (B \setminus A)$

Открытые множества

- Назовем открытым (замкнутым) шаром с центром в точке a и радиусом r множество элементов x метрического пространства X, удовлетворяющих, соответственно, условиям:

$$S(a,r)=\{x\in X:\ \ \rho(a,x)<r\},$$

$$\left(\overline{S}(a,r)=\{x\in X:\ \ \rho(a,x)\le r\}\right).$$

Компактные множества

Пусть X - произвольное метрическое пространство. Множество $M \subset X$ называется компактным, если из любой последовательности $\{x_n\}$ элементов этого множества можно выделить сходящуюся подпоследовательность

Если пределы таких подпоследовательностей принадлежат M, то множество M называется компактным в себе. Ясно, что множество компактно в себе, если оно просто компактно и замкнуто.

Замкнутые множества

Множество называется <u>замкнутым</u>, если оно содержит в себе все свои предельные точки.

ПРИМ
ЕРЫ

1. Множество точек отрезка $[a,b]$ образуют замкнутое множество. Из математического анализа известно, что все точки отрезка являются предельными, вне отрезка нет точек предельных для точек множества.

2. Множество точек интервала (a,b) образуют незамкнутое множество.

3. Множество всех действительных чисел R, (точек числовой оси) - замкнутое множество.

“ Add your company slogan ”

Курсовая работа

ПОНЯТИЕ ЛИНЕЙНОЙ, НЕОТРИЦАТЕЛЬНОЙ И ВЫПУКЛОЙ КОМБИНАЦИИ ТОЧЕК ПЛОСКОСТИ N-МЕРНОГО ПРОСТРАНСТВА. ПОНЯТИЕ РАССТОЯНИЯ. НЕРАВЕНСТВО КОШИ-БУНЯКОВСКОГО, НЕРАВЕНСТВО ТРЕУГОЛЬНИКА. МНОЖЕСТВА СВЯЗНЫЕ И НЕСВЯЗНЫЕ, ОГРАНИЧЕННЫЕ И НЕОГРАНИЧЕННЫЕ. ЗАМКНУТОСТЬ. КОМПАКТНЫЕ МНОЖЕСТВА

Выполнил: