





Финансовая математика

ЛОГИКА ФИНАНСОВЫХ
ВЫЧИСЛЕНИЙ

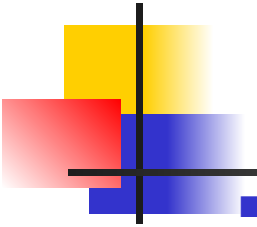
Основные вопросы

- 
- 1. Предмет и метод курса «Финансовая математика»
 - 2. Применение методов финансовой математики в практической работе
 - 3. Факторы, учитываемые в финансово-экономических расчетах
 - 4. Фактор времени в рыночной экономике
 - 5. Виды процентов
 - 6. Нарращение и дисконтирование

Основные понятия

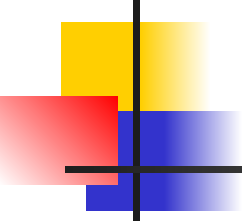
- 
- ***Финансовая математика*** – это наука, изучающая методы и методики определения стоимостных и временных параметров финансовых и инвестиционных операций, процессов и сделок, а также модели управления инвестициями, капиталом и его составляющими.
 - ***Объект финансовой математики*** – финансовые операции и сделки и их технико-экономическое обоснование, направленное на извлечение прибыли.


Предмет курса «Финансовая математика»



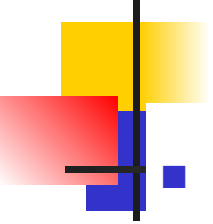
- *Предмет* курса «Финансовая математика» – финансовые и актуарные оценки показателей эффективности финансовых операций и сделок, а также доходов отдельно взятых участников этих сделок, определяемых в виде процентных ставок, норм и коэффициентов, скидок, доходов и дивидендов, ренты и маржи, котировок ценных бумаг, курсов валют, курсовых разниц и пр.

Метод курса «Финансовая математика»

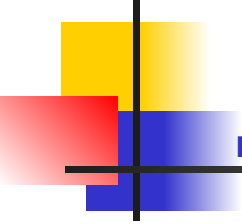
- 
- В курсе финансовой математики систематически излагаются **методы количественного анализа**, используемые при принятии управленческих решений в финансовой сфере. Рассматриваются **методы учета факторов** времени, инфляции, оценки потоков платежей, операций с ценными бумагами и др.

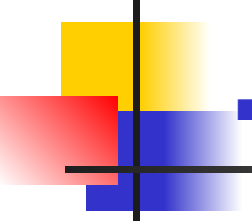
- 
- Финансовая математика охватывает определенный круг **методов вычислений**, необходимость в которых возникает всякий раз, когда в условиях сделки или финансово-банковской операции оговариваются конкретные значения трех видов параметров:
 - 1) **стоимостные характеристики** (размеры платежей, долговых обязательств, кредитов и т. д.);
 - 2) **временные данные** (даты и сроки выплат, продолжительность льготных периодов, отсрочки платежей и т. д.);
 - 3) **процентные ставки** (последние иногда задаются в открытой форме).

Применение методов финансовой математики в практической работе

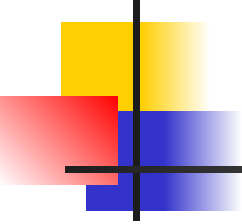


- Методы финансовой математики используются в расчетах параметров, характеристик и свойств инвестиционных операций и стратегий, параметров государственных и негосударственных займов, ссуд, кредитов, в расчетах амортизации, страховых взносов и премий, пенсионных начислений и выплат, при составлении планов погашения долга, оценке прибыльности финансовых сделок.

- 
- Методы финансовой математики чаще всего применяются при решении **следующих практических задач:**
 - исчисление конечных сумм денежных средств, находящихся во вкладах, займах, ценных бумагах путем начисления процентов;
 - учет ценных бумаг;
 - установление взаимосвязи между отдельными параметрами сделки и определение параметров сделки, исходя из заданных условий;
 - определение эквивалентности параметров сделки для получения равной отдачи от затрат, произведенных различными способами;

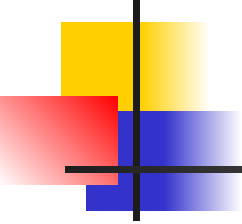
- 
- анализ последствий изменения условий финансовой операции;
 - исчисление обобщающих характеристик и отдельных параметров денежных средств, рассматриваемых как финансовые потоки;
 - разработка планов выполнения финансовых операций;
 - расчет показателей доходности финансовых операций и др.
 - На практике **методы финансовой математики** применяют в работе финансовых организаций, торговых фирм и инвестиционных компаний, фондовых и валютных бирж.


Факторы, учитываемые в финансово-экономических расчетах

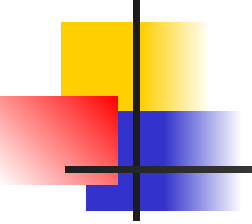



- Финансовые процессы определяются многими факторами или параметрами, которые с достаточной долей условности можно отнести к двум типам: **внутренние и внешние.**

- К **внутренним факторам** относятся те, которые определяют основные, существенные и непосредственные характеристики финансового процесса. К ним относятся, например, такие, как структура портфеля активов, участвующих в сделке, контрактные характеристики сделки (способ начисления процентов в кредитных сделках, выбранная схема погашения и т. п.), а также факторы, определяющие начальные условия сделки: величину инвестируемого капитала, начальный момент инвестиций.
- К **внешним** относятся факторы, определяющие рыночную среду, т.е. условия, в которых протекает финансовый процесс: фактор времени, текущие и будущие рыночные цены, инфляционные ожидания и др. Рассмотрим некоторые из них.

- 
- ***Инфляционные ожидания*** – существенный фактор, влияющий на уровень процентных ставок. Снижение покупательной способности денег за период кредитования приводит к уменьшению реального размера заемных средств, возвращаемых кредитору. Соответственно кредиторы пытаются компенсировать снижение реальных доходов за счет увеличения процентных ставок по активным операциям.
 - ***Конкуренция на рынке финансовых ресурсов*** также оказывает влияние на уровень банковских процентных ставок. Чем выше конкуренция среди заемщиков, тем выше процентные ставки по кредитам. Чем выше конкуренция среди кредиторов, тем они ниже.

- 
- *Развитие рынка ценных бумаг* - один из факторов ценообразования на кредитном рынке. Организованный рынок государственных и корпоративных долговых обязательств является альтернативой прямому банковскому кредитованию, поэтому важнейшие параметры рынка ценных бумаг (доходность, объемы совершаемых операций, ожидания инвесторов, состояние инфраструктуры) и денежно-кредитного рынка находятся в прямой зависимости.
 - *Открытость национальной экономики, международная миграция капиталов, обменный курс валют, состояние платежного баланса страны* – факторы, также влияющие на национальную систему процентных ставок.


- 
- **Фактор риска** присущ практически любой финансовой сделке. С позиции макроэкономики риск зависит от экономической, политической и прочих составляющих и часто не поддается управлению.
 - **Система налогообложения** определяет размер чистой прибыли, остающейся в распоряжении налогоплательщика. Меняя ставки налогообложения, порядок взимания налогов, применяя систему льгот, государство стимулирует определенные экономические процессы. Этот порядок справедлив и для денежно-кредитного рынка. Например, инвестор может отдать предпочтение менее доходным государственным ценным бумагам, при наличии по ним определенных налоговых льгот.

- 
- Задание внутренних и внешних факторов финансового процесса полностью определяет его динамику. Так, задание схемы начисления процентов и процентной ставки полностью определяет процесс накопления денежной суммы вклада.
 - Внешние факторы, как правило, не поддаются управлению, однако при проведении финансово-экономических расчетов их необходимо учитывать. Это относится, прежде всего, к учету влияния инфляции, налоговой системы, финансовых рисков. Внутренние факторы могут рассматриваться двояко: как управляющие параметры, либо как параметры, значение которых необходимо определить в ходе выполнения расчетов.

Фактор времени в рыночной экономике

- При проведении долгосрочных финансовых операций важную роль играет фактор времени.
- «Золотое» правило бизнеса гласит:
«Денежная сумма, полученная сегодня, больше той же суммы, полученной завтра».
Поэтому в финансовых расчетах фактор времени играет не меньшую роль, чем размеры денежных сумм. Действительно, всегда найдутся организации и частные лица (заемщики), нуждающиеся в кредитах на тот или иной период и готовые платить за такой заем (ссуду). Таким образом, в большинстве случаев увеличение стоимости капитала происходит в результате предоставления его в долг и взимания процентной ставки.

Экономический смысл процентной ставки

- 
- Фактор времени в финансовой сфере учитывается с помощью процентной ставки. В узком смысле **процентная ставка** представляет собой **цену, уплачиваемую за использование заемных денежных средств**. Однако в финансовом менеджменте ее также часто используют в качестве **измерителя уровня (нормы) доходности производимых операций, исчисляемого как отношение полученной прибыли к величине вложенных средств и выражаемого в долях единицы (десятичной дробью) или в процентах**.

Виды процентов

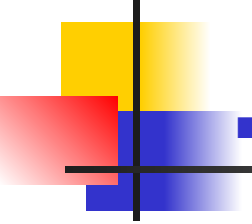
- 
- Относительно момента выплаты или начисления дохода за пользование предоставленными денежными средствами проценты подразделяются на *обычные* (декурсивные) и *авансовые* (антисипативные).
 - Отрезок времени между двумя следующими друг за другом процедурами начисления процентов или срок финансовой операции, если проценты начисляются один раз, называется *периодом начисления процентов*.

Схема начисления обычных процентов

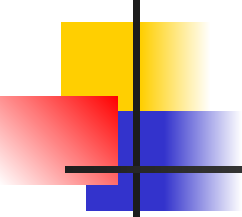
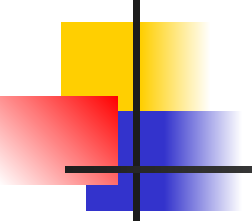
- 
- *Обычные* проценты начисляются в конце периода относительно исходной величины средств. Доход, определяемый обычным процентом, выплачивается в конце периодов финансовой операции. Такие проценты применяют в большинстве депозитных и кредитных операций, а также в страховании.

Схема начисления авансовых процентов

- **Авансовые** (антисипативные) проценты начисляются в начале периода относительно конечной суммы денег. Доход, определяемый авансовым процентом, выплачивается в момент предоставления кредита. Такая форма расчетов называется авансовой или учетом. При этом базой расчета процентов служит сумма денег с процентами (сумма погашения долга). Исчисленные таким образом проценты взимаются вперед и являются авансом. Так рассчитывают проценты в некоторых видах кредитования, операциях с дисконтными ценными бумагами, в международных расчетах.

- 
- Рассмотренным двум видам процентов на практике соответствуют определенные процентные ставки. Это, во-первых, **обычная ставка процентов** - rote of interest (i) которая рассчитывается как **отношение дохода, полученного за определенный период времени к величине капитала, предоставляемого в кредит**. Во-вторых, **учетная** (антисипативная) ставка - discount rote (d). Учетная ставка рассчитывается, как **отношение дохода, полученного за определенный период времени к ожидаемой сумме погашения долга**.

Формулы для расчета процентных ставок

- Простейшим видом финансовой операции является однократное предоставление в долг некоторой суммы PV с условием, что через n лет будет возвращена большая сумма FV .
- В этом случае обычная годовая ставка процентов рассчитывается по формуле:

$$i = \frac{FV - PV}{PV \cdot n}$$

- Учетная ставка рассчитывается по формуле:

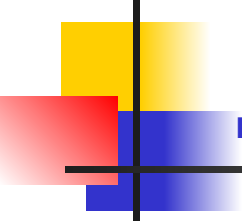
$$d = \frac{FV - PV}{FV \cdot n}$$

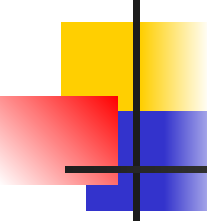
Взаимосвязь учетной и процентной ставок

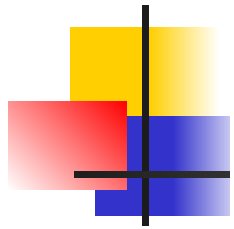
- Зная один из показателей i и d , можно рассчитать другой по следующим формулам:

$$i = \frac{d}{1 - d \cdot n} \quad \text{и} \quad d = \frac{i}{1 + i \cdot n}$$

Простые и сложные проценты

- 
- В зависимости от условий проведения финансовых операций, начисление процентов может осуществляться с применением **простых**, либо **сложных** процентов.
 - **Простые** проценты, как правило, используются в краткосрочных финансовых операциях, **срок проведения которых меньше года**. **Базой для исчисления процентов за каждый период в этом случае служит первоначальная (исходная) сумма сделки.**

- 
- *Сложные* проценты широко применяются в долгосрочных финансовых операциях со сроком проведения более одного года. Однако могут быть использованы и в краткосрочных финансовых операциях, если это предусмотрено условиями сделки. При этом база для начисления процентов меняется за счет присоединения ранее начисленных процентов, т.е. она включает в себя как исходную сумму сделки, так и сумму уже накопленных к этому времени процентов.



- Практика расчетов процентов основывается на теории наращения денежных средств по арифметической или геометрической прогрессии. Арифметическая прогрессия соответствует простым процентам, геометрическая - сложным.

Пример

- Предприниматель получил на два года кредит в размере 100 тыс. руб. В конце срока он должен возвратить 140 тыс. руб. Определите годовые процентную и учетную ставки.


- Решение:

$$PV = 100 \text{ тыс.руб}; \quad FV = 140 \text{ тыс.руб}; \quad n = 2 \text{ года.}$$

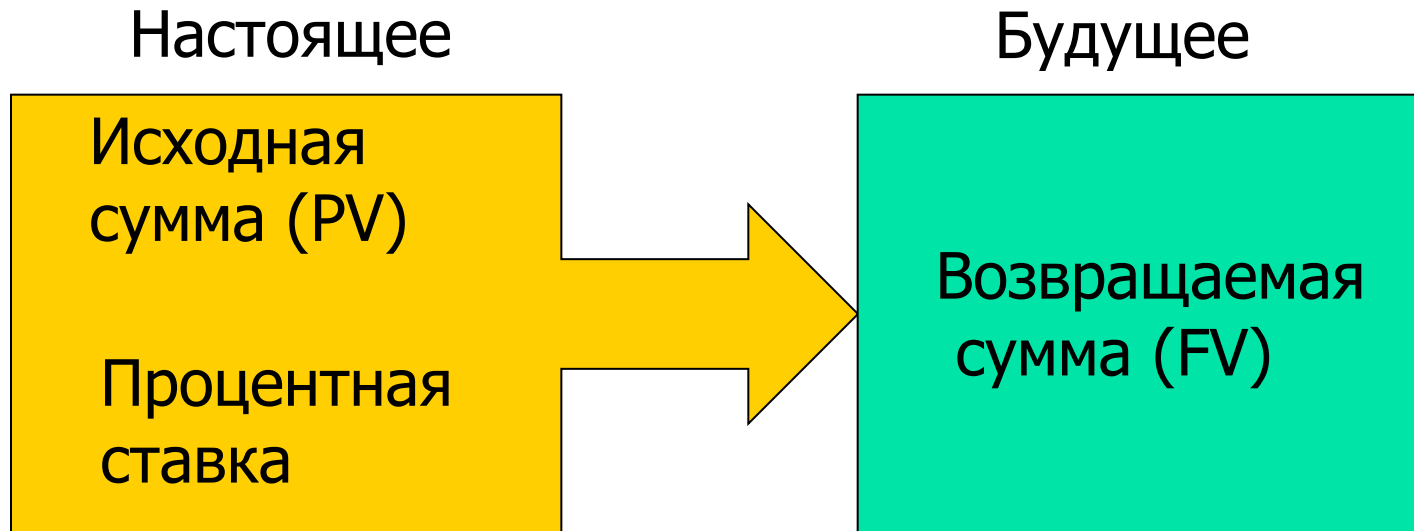
$$i = \frac{FV - PV}{PV \cdot n} = \frac{140 - 100}{100 \cdot 2} = \frac{40}{200} = 0,2 \text{ или } 20\%.$$

$$d = \frac{i}{1 + i} = \frac{0,2}{1 + 0,2} = 0,167 \text{ или } 16,7\%.$$

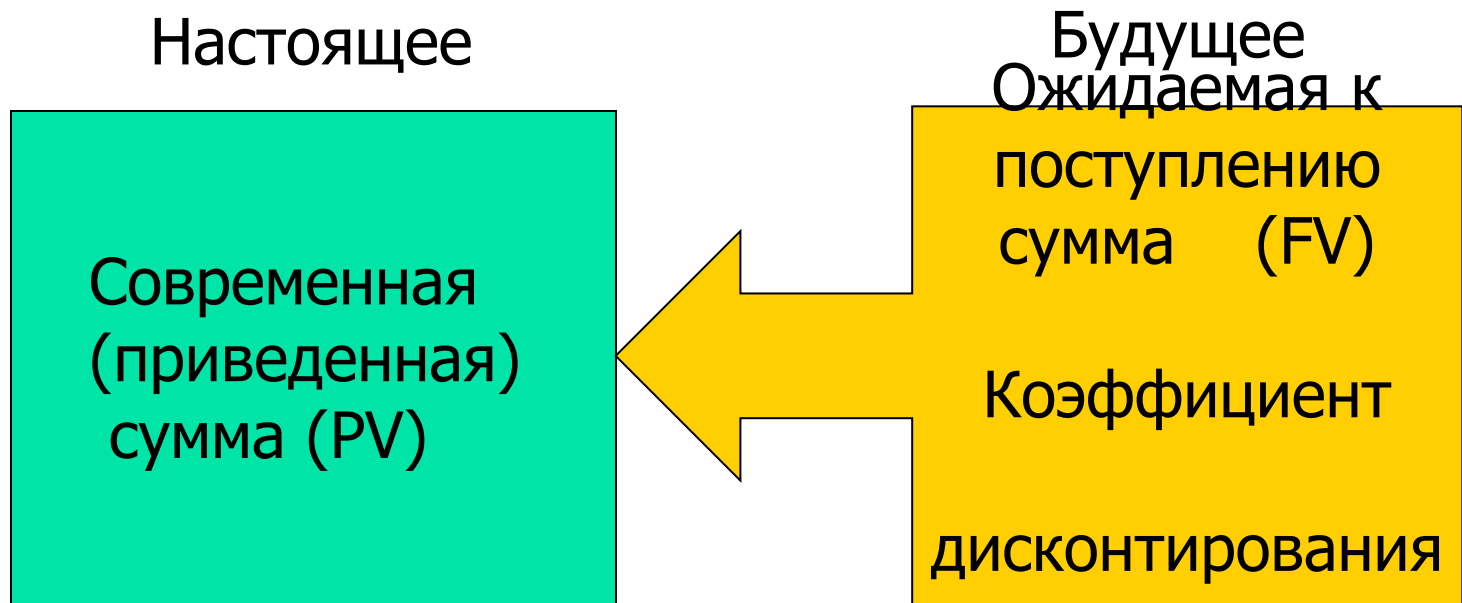
Наращение и дисконтирование

- 
- Процесс, в котором по заданной исходной сумме и процентной ставке необходимо найти ожидаемую в будущем к получению сумму, в финансовых вычислениях называется процессом **наращения**. Процесс, в котором по заданной ожидаемой в будущем к получению сумме и процентной ставке необходимо найти исходную сумму долга называется процессом **дисконтирования**.


Логическая схема операции наращения




Логическая схема операции дисконтирования



Экономический смысл наращенения

- 
- **Экономический смысл метода наращенения** состоит в определении величины денежной суммы, которая будет или может быть получена из некоторой первоначальной суммы в результате проведения операции.
 - Другими словами, метод наращенения позволяет определить будущую величину (future value -) текущей суммы (present value -) через некоторый промежуток времени, исходя из заданной процентной ставки.

Экономический смысл дисконтирования

- 
- **Дисконтирование** представляет собой процесс нахождения современной на заданный момент времени суммы по ее известному или предполагаемому значению в будущем, исходя из заданной процентной ставки.
 - В экономическом смысле величина, найденная в процессе дисконтирования, показывает современное (с позиции текущего момента времени) значение будущей величины.
 - Дисконтирование – это по сути дела зеркальное отражение наращенния. Используемую при этом процентную ставку называют нормой дисконта.