Кредитные расчеты

Планирование погашения задолженности

- 1. Планирование погашения задолженности.
- 2. Потребительский кредит. Погашение основного долга равными выплатами.
- 3. Погашение потребительского кредита равными суммами – правило «78».
- 4. Погашение займа одним платежом в конце срока.
- 5. Погашение основного долга равными выплатами.
- 6. Погашение займа равными годовыми выплатами.
- 7. Погашение займа равными выплатами несколько раз в год.
- 8. Формирование погасительного фонда.

Потребительский кредит, погашение долга равными выплатами

- Наращенная сумма долга:

$$FV = PV(1 + in)$$

- Сумма разового погасительного платежа, если платеж осуществляется m раз в году:

$$R = \frac{FV}{m \cdot n}$$

Пример

- Холодильник ценой 8 тыс. руб. продается в кредит на два года под 10% годовых. Погасительные платежи вносятся ежемесячно. Определить размер разового платежа.
- Решение: PV=8 000 руб.;n=2 года; i=0,1; m=12 раз.

$$1)FV = PV(1+in) = 8000(1+0{,}1\cdot 2) = 9600\,руб.$$

$$2)R = \frac{FV}{m\cdot n} = \frac{9600}{12\cdot 2} = 400\,руб.$$

Погашение потребительского кредита изменяющимися суммами - правило «78»

- Пусть кредит предоставлен на 1 год с ежемесячным погашением. Сумма порядковых номеров месяцев года равна: 1+2+3+4+5+6+7+8+9+10+11+12=78.
- Правило «78»:
- 1 платеж: выплачивается 12/78 общей суммы начисляемых процентов, а остальная часть платежа идет на погашение основного долга;
- 2 платеж: выплачивается 11/78 общей суммы начисляемых процентов, а остальная часть платежа идет на погашение основного долга;
- 3 платеж: выплачивается 10/78 общей суммы начисляемых процентов, а остальная часть платежа идет на погашение основного долга и т. д.

Правило «78» (общий случай)

- Знаменатель дробей определяют по формуле:
- $$N = \frac{1+k}{2} \cdot k$$, где к – количество
- платежей в году.
- Составляют последовательность дробей:

$$\frac{k}{N}; \frac{k-1}{N}; \frac{k-2}{N}; \ldots; \frac{1}{N}.$$

- При каждом платеже выплачивается соответствующая часть общей суммы начисляемых процентов, а остальная часть платежа идет на погашение основного долга.

Пример

- Кредит в сумме 15000 рублей выдан на 2 года под 20% годовых. Проценты простые. Погашение задолженности производится ежемесячными платежами. Составить план погашения задолженности.
- Решение: PV=15 000 руб.;n=2 года; i=0,2; m=12 раз.

$$1)FV = PV(1+in) = 15000(1+0{,}2\cdot 2) = 21000\,руб.$$

$$2)D = FV - PV = 21000 - 15000 = 6000\,руб.$$

$$3)R = \frac{FV}{m\cdot n} = \frac{21000}{12\cdot 2} = 875\,руб. \qquad 4)N = \frac{1+k}{2}\cdot k = \frac{1+24}{2}\cdot 24 = 300$$

$$\frac{24}{300};\frac{23}{300};\frac{22}{300};\ldots;\frac{1}{300}.$$

Остаток долга	k/N	Σпогаш.%	Σпогаш.долга
15000	24/300	480	395
14605	23/300	460	415
14190	22/300	440	435
13755	21/300	420	455
13300	20/300	400	475
12825	19/300	380	495
12330	18/300	360	515
11815	17/300	340	535
11280	16/300	320	555
10725	15/300	300	575
10150	14/300	280	595
9555	13/300	260	615

8940	12/300	240	635
8305	11/300	220	655
7650	10/300	200	675
6975	9/300	180	695
6280	8/300	160	715
5565	7/300	140	735
4830	6/300	120	755
4075	5/300	100	775
3300	4/300	80	795
2505	3/300	60	815
1690	2/300	40	835
855	1/300	20	855
Σ	1,000	6000	15000

Погашение займа одним платежом в конце срока

- Заем D выдан на n лет под i сложных процентов.
- К концу n-го года его наращенная величина составит:

$$D \cdot (1+i)^n.$$

Пример

- Заем величиной 20 000 рублей был выдан на 8 лет под 10% годовых. Предполагается отдать этот заем одним платежом. Каков размер этого платежа?
- Решение: D= 20 000 руб.; n=8 лет; i =0,1

$$D \cdot (1+i)^n = 20000 \cdot (1+0,1)^8 =$$

$$= 20000 \cdot 2,14359 = 42871,8\, руб.$$

Погашение основного долга одним платежом в конце срока

- Заем D выдан на n лет под i сложных процентов.
- За 1-ый год процентные деньги составят $i \cdot D$. Если их выплатить, то останется долг в размере D.
- Если выплачивать в конце каждого года наращенные за этот год процентные деньги, то сумма долга останется неизменной в течение всего срока ссуды.
- В конце последнего n-го года выплаты составят: $i \cdot D + D$ (процентные деньги и основной долг).

Пример

- Заем величиной 100000 руб. был выдан на 3 года под 15% годовых сложных процентов. Составить схему погашения основного долга, если в течение рассматриваемого срока выплачиваются процентные деньги, а в конце периода -процентные деньги и основной долг.
- Решение: D = 100 000 руб.; n=3 года; i =0,15
- i·D = 0,15·100 000 = 15 000 руб.
- Конец 1 года- 15 000 руб.
- Конец 2 года – 15 000 руб.
- Конец 3 года – 15 000+100 000=115 000 руб.

Погашение основного долга равными выплатами.

- Заем D выдан на n лет под i сложных процентов.
- В конце каждого года выплачивается n-я часть основного долга и процентные деньги с суммы, которой пользовались в течение этого года.
- Платеж в конце 1-го года: $$R_1 = \frac{D}{n} + iD$$
- Платеж в конце 2-го года: $$R_2 = \frac{D}{n} + i\left(D - \frac{D}{n}\right)$$

- Заем величиной 5000 $ выдан на 5 лет под сложные проценты 10% годовых. Составим план погашение задолженности с условием, что основной долг гасится равными выплатами.
- Решение: D = 5000$ n=5 лет; i =0,1

5000	4000	3000	2000	1000	0
0	1	2	3	4	5
	1000	1000	1000	1000	1000
	+	+	+	+	+
	500	400	300	200	100
	1500	1400	1300	1200	1100

Погашение займа равными годовыми выплатами

- При рассматриваемом способе выплаты в конце каждого периода выплачивается одинаковая сумма R. Такие выплаты можно рассматривать как годовую ренту длительностью n лет с годовым платежом R. Тогда:

$$D = R \cdot \frac{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}{i}$$

- Следовательно: $$R = \cdot \frac{i \cdot D}{1 - \frac{1}{(1+i)^n}}$$

Пример

- Заем величиной 5000 $ выдан на 5 лет под сложные проценты 10% годовых. Найти величину годового платежа, если заем гасится равными годовыми выплатами.
- Решение:D = 5000$ n=5 лет; i =0,1

$$R = \frac{5000 \cdot 0{,}1}{1 - \frac{1}{1{,}1^5}} = \frac{500}{1 - \frac{1}{1{,}61051}} = \frac{500}{1 - 0{,}6209} = \frac{500}{0{,}3779} = 1323 \text{долл.}$$

Погашение займа равными выплатами несколько раз в год

Пусть выплаты размером Y производятся m раз в году в течение n лет. Тогда количество выплат составит n·m. На эти выплаты начисляют проценты m раз в году по ставке i/m. Выплаты образуют ренту, наращенная величина которой равна:

$$1)\, FV_f = Y\cdot\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{mn}-1}{\frac{i}{m}}$$

Наращенная величина займа:

$$2)\, D\left(1+\frac{i}{m}\right)^{mn}$$

$$3)\, D\left(1+\frac{i}{m}\right)^{mn} = Y\cdot\frac{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{mn}-1}{\frac{i}{m}}.$$

$$4)\, Y = \frac{D\cdot\left(1+\frac{i}{m}\right)^{mn}\cdot\frac{i}{m}}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{mn}-1}$$

Пример

- Заем в 10 000$ выдан на 3 года по 12% сложных годовых. Выплаты производятся и проценты начисляются:
  а) ежеквартально;

  б) ежемесячно.

  Найти величину разовой выплаты.
- D = 10 000$ n=3 года; i =0,12.
- а) m =4; б) m=12.

Решение:

$$a)Y=\frac{D\cdot\left(1+\frac{i}{m}\right)^{mn}\cdot\frac{i}{m}}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{12}-1}=\frac{10000\cdot\left(1+\frac{0{,}12}{4}\right)^{3\cdot 4}\cdot\frac{0{,}12}{4}}{\left(1+\frac{0{,}12}{4}\right)^{12}-1}=\frac{10000\cdot 1{,}4258\cdot 0{,}03}{1{,}4258-1}=1004{,}56\$.$$

$$б)Y=\frac{D\cdot\left(1+\frac{i}{m}\right)^{mn}\cdot\frac{i}{m}}{\left(1+\frac{i}{m}\right)^{mn}-1}=\frac{10000\cdot\left(1+\frac{0{,}12}{12}\right)^{3\cdot 12}\cdot\frac{0{,}12}{12}}{\left(1+\frac{0{,}12}{12}\right)^{36}-1}=\frac{10000\cdot 1{,}4308\cdot 0{,}01}{1{,}4308-1}=332{,}13\$.$$

Формирование погасительного фонда

- Пусть заем размером D взят в начале года на n лет под ставку i сложных процентов в год. Тогда к концу n- го года он вырастет до $D=(1+i)^n$.
- Платежи в погасительный фонд образуют ренту с годовым платежом R и годовой ставкой сложных процентов g>i.
- К концу n - го года в фонде накопится сумма: $R\cdot\frac{(1+g)^n-1}{g}$, из которой и будет погашен заем.
- Величину разовых платежей находят из равенства:

$$D(1+i)^n = R\cdot\frac{(1+g)^n-1}{g}$$

Пример

- Льготный кредит в 9000 $ взят под 4% годовых на 10 лет. Заемщик имеет возможность поместить валютные средства под 8% годовых. Определить размер ежегодного платежа в погасительный фонд.
- Решение: D = 9 000$; n=10 лет; i =0,04; g=0,08. Определим наращенную сумму долга:
-

$$1) D(1+i)^n = 9000(1+0{,}04)^{10} = 9000 \cdot 1{,}4802 = 13322\$$$

$$2) R\frac{(1+0{,}08)^{10}-1}{0{,}08} = 13322. \quad Отсюда: R = \frac{1332{,}2}{14{,}4866} = 919{,}6\$.$$