

Формула Бернулли

Игру подготовили
студентки 1 курса
экономического факультета
Платонова Юлия и Кондратенко Эльвира
группа э121б

Цель игры:

- Изучить повторные независимые испытания и схему Бернулли

1 ТУР ТЕОРИЯ



Что понимается под испытанием?

Под испытанием понимается осуществление определенного комплекса условий, в результате которых может произойти то или иное событие пространства Ω элементарных событий.



Повторные независимые испытания?

Многократные испытания, в которых вероятность появления события A в каждом испытании не меняется в зависимости от исходов других испытаний.



Кем была в первые рассмотрена схема
независимых испытаний?

Я. Бернулли



Что понимают под схемой Бернулли?



Под схемой Бернулли понимают проведения серии в n испытаний, в каждом из которых возможны два исхода: либо наступит событие A (“успех”), либо не наступит (“неудача”).



Формула Бернулли?

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}.$$

2 ТУР ПРАКТИКА



Задача 1

- Из n аккумуляторов за год хранения k выходит из строя. Наудачу выбирают m аккумуляторов. Определить вероятность того, что среди них l исправных.

$$n = 100, k = 7, m = 5, l = 3$$

Решение: Имеем схему Бернулли с параметрами $p=7/100=0,07$ (вероятность того, что аккумулятор выйдет из строя), $n = 5$ (число испытаний), $k = 5-3 = 2$ (число «успехов», неисправных аккумуляторов). Будем использовать формулу Бернулли (вероятность того, что в n испытаниях событие произойдет k раз).

$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}$$

$$P_5(2) = C_5^2 (0,07)^2 (1-0,07)^3 = \frac{5!}{2!3!} (0,07)^2 (0,93)^3 = 0,0394$$



Задача 2

- Пусть вероятность того, что телевизор потребует ремонта в течение гарантийного срока, равна 0,2. Найти вероятность того, что в течение гарантийного срока из 6 телевизоров: а) не более одного потребует ремонта; б) хотя бы один не потребует ремонта.

РЕШЕНИЕ. Имеем схему Бернулли с параметрами $n = 6$ (количество телевизоров), $p = 0,2$ (вероятность, что телевизор потребует ремонта). Будем использовать формулу Бернулли (вероятность того, что из n телевизоров ровно k потребуют ремонта):
$$P_n(k) = C_n^k p^k (1-p)^{n-k}.$$

А) Вероятность того, что не более одного потребует ремонта:

$$P_6(k \leq 1) = P_6(1) + P_6(0) = C_6^1 \cdot 0,2^1 \cdot 0,8^5 + C_6^0 \cdot 0,2^0 \cdot 0,8^6 = 6 \cdot 0,2 \cdot 0,8^5 + 0,8^6 \approx 0,655.$$

Б) Вероятность, что хотя бы один телевизор не потребует ремонта (противоположное событие – все потребуют ремонта):

$$1 - P_6(6) = 1 - C_6^6 \cdot 0,2^6 \cdot 0,8^0 = 1 - 0,2^6 \approx 0,9999.$$



Задача 3

- Что более вероятно выиграть у равносильного противника: не менее двух партий из трёх или не более одной из двух?

РЕШЕНИЕ. Используем формулу Бернулли $P_n(k) = C_n^k p^k q^{n-k}$ - вероятность выиграть в точности k партий из n , где $p = 0,5$ - вероятность выигрыша, $q = 1 - p = 0,5$ - вероятность проигрыша. Тогда $P_n(k) = C_n^k \cdot 0,5^k \cdot 0,5^{n-k} = C_n^k \cdot 0,5^n$

1) не менее 2 партий из 3:

$$P_1 = P_3(k \geq 2) = P_3(2) + P_3(3) = C_3^2 \cdot 0,5^3 + C_3^3 \cdot 0,5^3 = 3 \cdot 0,5^3 + 0,5^3 = 4 \cdot 0,5^3 = 0,5.$$

2) не более 1 партии из 2:

$$P_2 = P_2(k \leq 1) = P_2(0) + P_2(1) = C_2^0 \cdot 0,5^2 + C_2^1 \cdot 0,5^2 = 1 \cdot 0,5^2 + 2 \cdot 0,5^2 = 3 \cdot 0,5^2 = 0,75.$$

Так как $P_2 > P_1$, второй вариант вероятнее.



Задача 4

- Монету бросают 6 раз. Выпадение герба и решки равновероятно. Найти вероятность того, что герб выпадет три раза

Решение

Итак, нас интересует событие A , когда выпадает герб. Вероятность этого события равна $p = 0,5$. Событию A противопоставляется событие «не A », когда выпадает решка, что случается с вероятностью $q = 1 - 0,5 = 0,5$. Нужно определить вероятность того, что герб выпадет k раз.

Таким образом, имеем: $n = 6$; $p = 0,5$; $q = 0,5$.

Определим вероятность того, что герб выпал три раза, т.е. $k = 3$:

$$P_6(3) = C_6^3 p^3 q^3 = \frac{6!}{3! 3!} \cdot 0,5^3 \cdot 0,5^3 = \frac{5}{16}$$



Задача 5

- Определить вероятность того, что в семье, имеющей 5 детей, будет не больше трех девочек. Вероятности рождения мальчика и девочки предполагаются одинаковыми.

Решение. Вероятность рождения девочки

$$p = \frac{1}{2}, \text{ тогда } q = \frac{1}{2}.$$

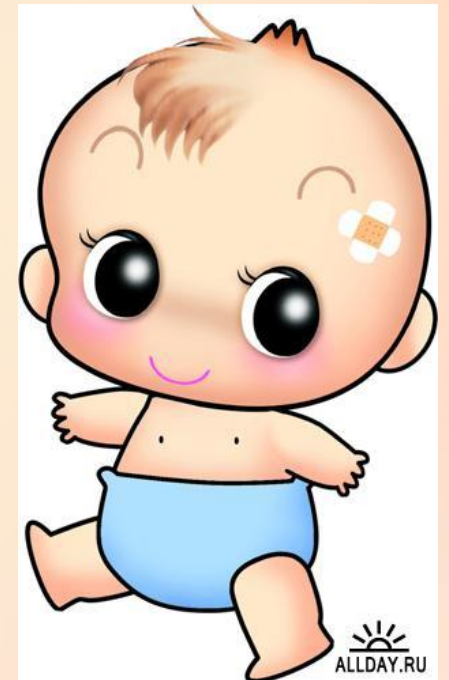
Найдем вероятности того, что в семье нет девочек, родилась одна, две или три девочки:

$$P_5(0) = q^5 = \frac{1}{32}, \quad P_5(1) = C_5^1 p^1 q^4 = \frac{5}{32},$$

$$P_5(2) = C_5^2 p^2 q^3 = \frac{10}{32}, \quad P_5(3) = C_5^3 p^3 q^2 = \frac{10}{32}.$$

Следовательно, искомая вероятность

$$P = P_5(0) + P_5(1) + P_5(2) + P_5(3) = \frac{13}{16}.$$



Задача 6

- С базы в магазин отправлено 4000 тщательно упакованных доброкачественных изделий. Вероятность того, что изделие повредится в пути, равна 0.0005. Найти вероятность того, что из 4000 изделий в магазин придут 3 испорченных изделия.

РЕШЕНИЕ. Имеем схему Бернулли с параметрами $n = 4000$, $p = 0,0005$. Так как $n = 4000$ велико, а $p = 0,0005$ мало, можно использовать для вычислений приближенную формулу Пуассона:

$P_n(k) = \frac{(np)^k}{k!} e^{-np}$ - вероятность того, что из n изделий окажется ровно k поврежденных в

пути. Так как $np = 4000 \cdot 0,0005 = 2$, получаем формулу $P_{4000}(k) = \frac{2^k}{k!} e^{-2}$.

Вероятность того, что из 4000 изделий в магазин придут 3 испорченных изделия:

$$P_{4000}(3) = \frac{2^3}{3!} e^{-2} = \frac{8}{6} e^{-2} \approx 0,18$$

