



Презентация по математике на тему:

# «Метод математической индукции»

Выполнила Кондратьева Анастасия 10 класс

# В основе математического исследования лежит



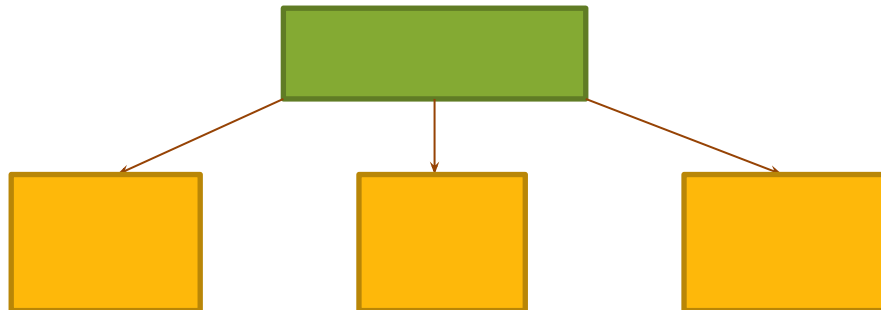
Дедуктивный  
метод



Индуктивный метод

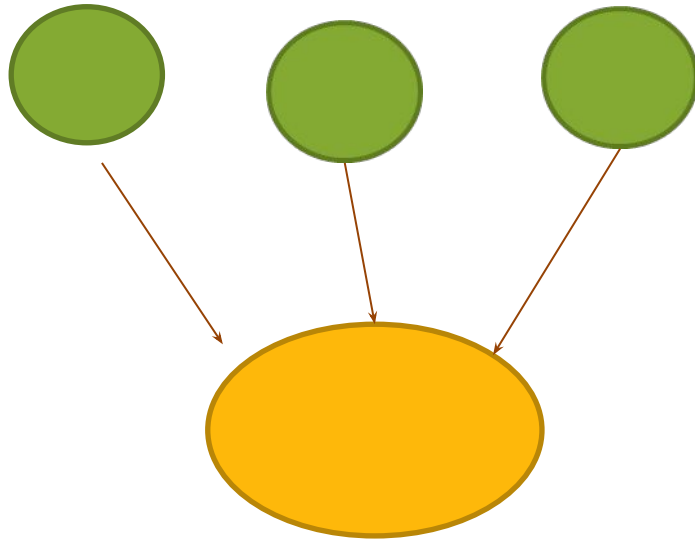
# Дедуктивный метод

- Дедуктивный метод – это рассуждение, исходным моментом которого является общее утверждение, а заключительным – частный результат.



# Индуктивный метод

- Индуктивный метод – рассуждение, при котором, опираясь на ряд частных результатов приходят к одному общему выводу.



# Пример рассуждения по индукции

- Требуется установить, что каждое четное число в пределах от 4 до 100 можно представить в виде суммы двух простых чисел. Для этого переберем все интересующие нас числа и выпишем соответствующие суммы:

- $4=2+2$ ;  $6=3+3$ ;  $8=3+5$ ;  $10=5+5$ ; ...;  
 $92=3+89$ ;  $94=5+89$ ;  $96=7+89$ ;  $98=9+89$ ;  
 $100=3+97$ .

Эти 49 равенств (мы выписали только 9 из них) показывают, что утверждение о том, что любое четное число от 4 до 100 можно представить в виде суммы двух простых чисел, верно и было доказано путем перебора всех частных случаев.

- Это был пример **полной индукции**, когда общее утверждение доказывается для конечного множества элементов при рассмотрении каждого из этих элементов.
- Но чаще общее утверждение относится не к конечному, а к бесконечному множеству. В таких случаях общее утверждение может быть угаданным, полученным неполной индукцией. Оно может оказаться верным или неверным.

# Пример 1

- Выдвинем гипотезу, что сумма первых  $n$  нечетных чисел равна  $n^2$ .
- Рассмотрим на примерах:  
 $1=1^2$  ;  $1+3=4=2^2$  ; ... ;  $1+3+5+7+9+11=36=6^2$
- Гипотеза подтвердилась, однако она останется гипотезой, пока не будет доказана.
- Доказательство:  $1+3+5+\dots+(2n-1)$  – сумма  $n$  членов арифметической прогрессии, значит,

$$S_n = \frac{a_1 + a_n}{2} \times n = \frac{1 + (2n-1)}{2} \times n = n^2$$



## Пример 2

- Рассмотрим последовательность  $y_n = n^2 + n + 17$ .
- Выпишем первые четыре члена:  
 $y_1 = 19$ ;  $y_2 = 23$ ;  $y_3 = 29$ ;  $y_4 = 37$ .  
Возникает гипотеза, что вся последовательность состоит из простых чисел. Однако это не так:  
 $y_{16} = 16^2 + 16 + 17 = 16(16+1) + 17 = 17(16+1) = 17 \times 17$ . Это составное число.

- Итак, неполная индукция не считается в математике методом строгого доказательства, т.к. может привести к ошибке. Во многих случаях, когда доказательство найти трудно, обращаются к особому методу рассуждений, который называется *методом математической индукции*.

# Метод математической индукции

- Суть метода можно разъяснить на примере.
- Рассмотрим арифметическую прогрессию  $a_1, a_2, a_3, \dots, a_n, \dots$ .
- По определению  $a_{n+1} = a_n + d$ , значит,  $a_2 = a_1 + d$ ;  $a_3 = a_2 + d = a_1 + 2d$ ; и т. д.

- Нетрудно догадаться, что для любого номера  $n$  справедливо равенство

$$a_n = a_1 + (n - 1)d$$

Утверждение выведено нами интуитивно, попробуем обосновать его.

Если  $n=1$ , то  $a_1 = a_1 + (1-1)d$  – верное равенство, то есть утверждение для  $n=1$  верно. Предположим, что утверждение верно для натурального числа  $n=k$ , т.е. предположим, что  $a_k = a_1 + (k-1)d$ . И попробуем доказать, что утверждение верно для  $n=k+1$ , т.е.  $a_{k+1} = a_1 + kd$

В самом деле по определению арифметической прогрессии  $a_{k+1} = a_k + d = (a_1 + (k-1)d) + d = a_1 + kd$

● Для  $n=1$  утверждение  $a_n = a_1 + (n - 1)d$  верно. Мы доказали, что если для  $n=k$  эта формула верна, то и для  $n=k+1$  формула тоже верна. Но т.к. формула верна для  $n=1$ , то она верна и для  $n=2$ , а значит и для  $n=3$  и т.д. т.е формула верна для любого натурального числа  $n$ .  
Утверждение доказано.

# Составляющие метода математической индукции

- Пусть нужно доказать справедливость  $A(n)$ , где  $n$  – любое натуральное число.
- Для этого сначала проверим справедливость  $A(n)$  для  $n=1$  (*базис математической индукции*).
- Затем докажем, что для любого натурального числа  $k$  справедливо следующее: если  $A(k)$  – справедливо, то  $A(k+1)$ , тоже справедливо (*индукционный шаг*).
- Делаем вывод, что  $A(n)$  справедливо для любого  $n$ .

# Принцип математической индукции:

Утверждение, зависящее от натурального числа  $n$ , справедливо для любого  $n$ , если выполнены следующие условия:

А) утверждение верно для  $n=1$ ;

Б) из справедливости утверждения для  $n=k$ , где  $k$  – любое натуральное число, вытекает справедливость утверждения и для следующего натурального числа  $n=k+1$