

Решение квадратных уравнений



**ВЫПОЛНИЛИ УЧИТЕЛЯ МКОУ ГИМНАЗИИ ВЯТСКИЕ
ПОЛЯНЫ:**

**ГАТАУЛИНА ГУЛЬФИЯ АНАСОВНА И МАЛЬКОВА
НАДЕЖДА ВАСИЛЬЕВНА**



Какое уравнение называется квадратным?

Формула для вычисления дискриминанта.

Формулы для нахождения корней.

Определение неполного квадратного уравнения.

Решение неполных квадратных уравнений.

Теорема Виета.

Корни квадратного уравнения для чётного b .

Особые случаи.

Проверь себя.

Старинная индийская задача

Определение:



Квадратное уравнение — это уравнение вида $ax^2 + bx + c = 0$, где коэффициенты a , b и c — произвольные числа, причем $a \neq 0$.

Квадратные уравнения можно условно разделить на три класса:

1. Не имеют корней;
2. Имеют ровно один корень;
3. Имеют два различных корня.



Дискриминант



$$D = b^2 - 4ac.$$

1. Если $D < 0$, корней нет;
2. Если $D = 0$, есть ровно один корень;
3. Если $D > 0$, корней будет два.



Корни квадратного уравнения

$$D = b^2 - 4ac$$

$$D < 0$$

корней нет

$$D = 0,$$

один корень

$$x = -\frac{b}{2a}$$

$$D > 0,$$

два корня

$$x_{1/2} = \frac{-b \pm \sqrt{D}}{2a}$$



Неполные квадратные уравнения



Уравнение $ax^2 + bx + c = 0$ называется неполным квадратным уравнением, если $b = 0$ или $c = 0$, т.е. коэффициент при переменной x или свободный элемент равен нулю.



Решение неполных квадратных уравнений

1) $b \neq 0, c = 0$

$ax^2 + bx = 0$ - неполное квадратное уравнение

$$x(ax + b) = 0$$

$x = 0$ или $ax + b = 0$

$$x = \frac{-b}{a}$$

2) $b = 0, c \neq 0$

$ax^2 + c = 0$ - неполное квадратное уравнение

$$x^2 = \frac{-c}{a}$$

Если $\frac{-c}{a} > 0$, то $x_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{-c}{a}}$


Если $\frac{-c}{a} < 0$, то уравнение корней не имеет



Теорема Виета

- $ax^2+bx+c=0$
- Этими формулами удобно пользоваться для проверки правильности нахождения корней многочлена, а также для составления многочлена по заданным корням.



$$\begin{cases} x_1 + x_2 = -\frac{b}{a}, \\ x_1 \cdot x_2 = \frac{c}{a}. \end{cases}$$


Корни квадратного уравнения для чётного b

- $ax^2+2kx+c=0$

$$x = \frac{-k \pm \sqrt{k^2 - ac}}{a}.$$



Особые случаи:

- $ax^2+bx+c=0$

если $a+b+c = 0$, то

$x_1 = 1$, а $x_2 = c/a$.

- $ax^2+bx+c=0$

если $a + c = b$, то $x_1 = -1$, а $x_2 = -c/a$.



Сколько корней имеют квадратные уравнения:

$$x^2 - 8x + 12 = 0;$$

$$5x^2 + 3x + 7 = 0;$$

$$x^2 - 6x + 9 = 0.$$



Решение



Выпишем коэффициенты для первого уравнения и найдем дискриминант:

$$a = 1, b = -8, c = 12;$$

$$D = (-8)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 12 = 64 - 48 = 16$$

Итак, дискриминант положительный, поэтому уравнение имеет два различных корня. Аналогично разбираем второе уравнение:

$$a = 5; b = 3; c = 7;$$

$$D = 3^2 - 4 \cdot 5 \cdot 7 = 9 - 140 = -131.$$

Дискриминант отрицательный, корней нет. Осталось последнее уравнение:

$$a = 1; b = -6; c = 9;$$

$$D = (-6)^2 - 4 \cdot 1 \cdot 9 = 36 - 36 = 0.$$

Дискриминант равен нулю — корень будет один.

Ответ 1) 2 корня; 2) нет корней; 3) один корень.

Решить квадратные уравнения:

а) $x^2 - 2x - 3 = 0$;

б) $15 - 2x - x^2 = 0$;

в) $x^2 + 12x + 36 = 0$.



Решение



$$a)x^2 - 2x - 3 = 0 \Rightarrow a = 1; b = -2; c = -3;$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot 1 \cdot (-3) = 16.$$

$D > 0 \Rightarrow$ уравнение имеет два корня. Найдем их:

$$x_1 = \frac{2+4}{2}; x_1 = 3$$

$$x_2 = \frac{2-4}{2}; x_2 = -1$$

Ответ: $x_1 = 3; x_2 = -1$

Решение:



$$\text{б) } 15 - 2x - x^2 = 0 \Rightarrow a = -1; b = -2; c = 15;$$

$$D = (-2)^2 - 4 \cdot (-1) \cdot 15 = 64.$$

$D > 0 \Rightarrow$ уравнение снова имеет два корня. Найдем

их:

$$x_1 = \frac{2+8}{-2}; x_1 = -5$$

$$x_2 = \frac{2-8}{-2}; x_2 = 3$$

- Ответ: $x_1 = -5; x_2 = 3$.

Решение:



$$x^2 + 12x + 36 = 0 \Rightarrow a = 1; b = 12; c = 36;$$
$$D = 12^2 - 4 \cdot 1 \cdot 36 = 0.$$

$D = 0 \Rightarrow$ уравнение имеет один корень

$$x = \frac{-12}{2}$$

$$x = -6$$

Ответ: $x = -6$

Решить неполные квадратные уравнения:

а) $x^2 - 7x = 0$;

б) $5x^2 + 30 = 0$;

в) $4x^2 - 9 = 0$.



Решение:



$$\text{а) } x^2 - 7x = 0 \Rightarrow x \cdot (x - 7) = 0 \Rightarrow x_1 = 0;$$

$$x_2 = -(-7)/1 = 7.$$

б) $5x^2 + 30 = 0 \Rightarrow 5x^2 = -30 \Rightarrow x^2 = -6$. Корней нет, т. к. квадрат не может быть равен отрицательному числу.

$$\text{в) } 4x^2 - 9 = 0 \Rightarrow 4x^2 = 9 \Rightarrow x^2 = 9/4 \Rightarrow x_1 = 3/2 = 1,5; x_2 = -1,5.$$

Ответ: а) $x_1 = 0; x_2 = 7;$

б) корней нет;

в) $x_1 = 1,5; x_2 = 1,5.$

Решите уравнения



$$2x^2 - 5x + 3 = 0$$

$$4x^2 + 7x + 3 = 0$$

$$3x^2 + 4x - 7 = 0$$

$$2x^2 - 5x - 7 = 0$$

$$-9x^2 + 8x + 1 = 0$$

$$-3x^2 + 5x + 8 = 0$$

Таблица для первой группы



| а | в | с | а+в+с | | |
|----------|----------|----------|--------------|---|--|
| 2 | -5 | 3 | $2-5+3=0$ | 1 | |
| 3 | 4 | -7 | $3+4-7=0$ | 1 | |
| -9 | 8 | 1 | $-9+8+1=0$ | 1 | |

Таблица для второй группы



| а | в | с | а+в+с | | |
|----------|----------|----------|--------------|----|--|
| 4 | 7 | 3 | $4+3=7$ | -1 | |
| 2 | -5 | -7 | $2-7+-5$ | -1 | |
| -3 | 5 | 8 | $-3+8=-5$ | -1 | |

Одна из задач знаменитого индийского математика XII века Бхаскары



Обезьянок резвых стая
Всласть поевши,
развлекалась.
Их в квадрате часть
восьмая
На поляне забавлялась.
А двенадцать по лианам...
Стали прыгать повисая...
Сколько было обезьянок
Ты скажи мне, в этой
стае?.



Решение задачи Бхаскары



Пусть x -число обезьянок, тогда

$$\left(\frac{x}{8}\right)^2 + 12 = x$$

$$x^2 - 64x + 768 = 0$$

$$D = 4096 - 3072 = 1024$$

$$x_1 = 48, \quad x_2 = 6 \text{ (не удовлетворяет условию задачи)}$$

Ответ: 48



Успехов вам при решении
квадратных уравнений