



Свойства числовых неравенств

(8 класс)

Разработано учителем математики
МОУ «СОШ» п. Аджером Корткеросского
района Республики Коми
Мишариной Альбиной Геннадьевной

Математику нельзя изучать,
наблюдая
как это делает сосед.

А. Нивен





Определение

Действительное число **a** больше (меньше) действительного числа **b**, если их разность **(a-b)**- положительное (отрицательное) число.

Пишут: **$a > b$** (**$a < b$**)

Такие неравенства называются **строгими**.



Строгие неравенства

- $a > 0$ означает, что a – положительное число
- $a < 0$ означает, что a – отрицательное число
- $a > b$ означает, что $(a-b)$ -положительное число, т.е. $(a-b) > 0$
- $a < b$ означает, что $(a-b)$ -отрицательное число, т.е. $(a-b) < 0$



Нестрогие неравенства

- $a \geq 0$ означает, что **a** больше нуля или равно нулю, т.е. **a** – неотрицательное число, или что **a** не меньше нуля
- $a \leq 0$ означает, что **a** меньше нуля или равно нулю, т.е. **a** – неположительное число, или что **a** не больше нуля





Лестрогие неравенства

- $a \geq b$ означает, что **a** больше **b** или равно **b**, т.е. **a-b** – неотрицательное число, или что **a** не меньше **b**; $a-b \geq 0$
- $a \leq b$ означает, что **a** меньше **b** или равно **b**, т.е. **a-b** – неположительное число, или что **a** не больше **b**; $a-b \leq 0$



Свойства числовых неравенств

Свойства:

1) если $a > b$, $b > c$, то $a > c$

2) если $a > b$, то $a + c > b + c$

3) если $a > b$ и $m > 0$, то $am > bm$

4) если $a > b$ и $m < 0$, то $am < bm$

5) если $a > b$, то $-a < -b$

Например:

1) если $5 > 3$, $3 > -4$, то $5 > -4$

2) если $5 > 3$, то $5 + 2 > 3 + 2$

3) если $5 > 3$ и $10 > 0$, то $5 \cdot 10 > 3 \cdot 10$, т.е. $50 > 30$

4) если $5 > 3$ и $-2 < 0$, то $5 \cdot (-2) < 3 \cdot (-1)$, т.е. $-10 < -3$

5) если $5 > 3$, то $-5 < -3$

Свойства числовых неравенств

6) если $a > b$, $c > d$, то

$$a + c > b + d$$

7) если $a > b > 0$ и $c > d > 0$,

$$\text{то } ac > bd$$

8) если $a > b \geq 0$, $n \in \mathbb{N}$,

$$\text{то } a^n > b^n$$

9) если $a > b > 0$, то

$$1/a < 1/b$$

6) если $5 > 3$, $4 > 2$, то

$$5 + 4 > 3 + 2, \text{ т.е. } 7 > 5$$

7) если $5 > 3 > 0$ и $4 > 2 > 0$,

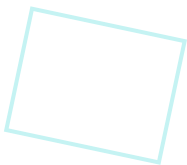
$$\text{то } 5 \cdot 4 > 3 \cdot 2, \text{ т.е. } 12 > 6$$

8) если $5 > 3 \geq 0$, $2 \in \mathbb{N}$,

$$\text{то } 5^2 > 3^2, \text{ т.е. } 25 > 9$$

9) если $5 > 3 > 0$, то

$$1/5 < 1/3$$



Известно, что $2,1 < a < 2,2$ и $3,7 < b < 3,8$.

Найти оценку чисел: а) $2a$ б) $-3b$ в) $a+b$

г) $a-b$ д) a^2 е) b^3 ж) $1/a$

Решение: а) $2a$?

$$2,1 < a < 2,2$$

$$2 \cdot 2,1 < 2a < 2,2 \cdot 2$$

$$4,2 < 2a < 4,4$$

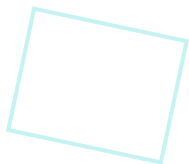
Решение: б) $-3b$?

$$3,7 < b < 3,8$$

$$-3 \cdot 3,7 > -3 \cdot b > -3 \cdot 3,8$$

$$-11,1 > -3b > -11,4$$

$$-11,4 < -3b < -11,1$$



Известно, что $2,1 < a < 2,2$ и $3,7 < b < 3,8$.
Найти оценку чисел: а) $2a$ б) $-3b$ в) $a+b$
г) $a-b$ д) a^2 е) b^3 ж) $1/a$

Решение: в) $a+b$?

Сложим почленно
неравенства одинакового
смысла

$$\begin{array}{l} 2,1 < a < 2,2 \\ 3,7 < b < 3,8 \\ \hline 5,8 < a+b < 6,0 \end{array}$$

Решение: г) $a-b$?

$3,7 < b < 3,8$.
 $-1 \cdot 3,7 > -1 \cdot b > -1 \cdot 3,8$
 $-3,7 > -b > -3,8$
 $-3,8 < -b < -3,7$
Сложим почленно неравенства
одинакового смысла

$$\begin{array}{l} 2,1 < a < 2,2 \\ -3,8 < -b < -3,7 \\ \hline -1,7 < a-b < -1,5 \end{array}$$

Известно, что $2,1 < a < 2,2$ и $3,7 < b < 3,8$.
Найти оценку чисел: а) $2a$ б) $-3b$ в) $a+b$
г) $a-b$ д) a^2 е) b^3 ж) $1/a$

Решение: д) a^2

Обе части двойного
неравенства $2,1 < a < 2,2$
положительны, значит

$$(2,1)^2 < (a)^2 < (2,2)^2$$

$$4,41 < a^2 < 4,84$$

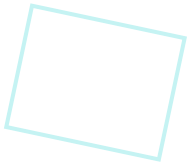
Решение: е) b^3

Возведем все части
неравенства

$$3,7 < b < 3,8 \text{ в куб}$$

$$(3,7)^3 < (b)^3 < (3,8)^3$$

$$50,653 < (b)^3 < 54,872$$



Известно, что $2,1 < a < 2,2$ и $3,7 < b < 3,8$.
Найти оценку чисел: а) $2a$ б) $-3b$ в) $a+b$
г) $a-b$ д) a^2 е) b^3 ж) $1/a$

Решение: ж) $1/a$

По свойствам неравенств
если $a > 0$; $b > 0$ и $a < b$, то $1/a > 1/b$

Значит, если $2,1 < a < 2,2$, то

$$1 : 2,1 > 1 : a > 1 : 2,2$$

$$10/21 > 1 : a > 5/11$$

Т.к. $110/231 > 1 : a > 105/231$

$$105/231 < 1/a < 110/231$$

$$5/11 < 1/a < 10/21$$

