

Теорема

Виета

Алгебра 8

класс



Основная цель – изучить теорему Виета и ей обратную, уметь применять при решении квадратных уравнений

Девиз

урока:

«Вся математика – это, собственно, одно большое уравнение для других наук»

Новалис

Устная работа

1. $x^2 + 4x - 6 = 0$

2. $2x^2 + 6x = 6$

3. $7x^2 - 14x = 0$

4. $x^2 + 5x - 1 = 0$

5. $3x^2 - 5x + 19 = 0$

6. $x^2 - 13x = 0$

Исследуем связь между корнями и коэффициентами квadraticного уравнения

	Уравнение	p	q	x_1	x_2	$x_1 + x_2$	$x_1 \cdot x_2$
1	$x^2 + 5x + 6 = 0$	5	6	-2	-3	-5	6
2	$x^2 - 5x + 6 = 0$	-5	6	2	3	5	6
3	$x^2 - 7x + 6 = 0$	-7	6	1	6	7	6
4	$x^2 + 7x + 6 = 0$	7	6	-1	-6	-7	6
5	$x^2 - 8x + 6 = 0$	-8	6	$4 - \sqrt{10}$	$4 + \sqrt{10}$	8	6
6	$x^2 - x - 6 = 0$	-1	-6	-2	3	1	-6



ФРАНСУА ВИЕТ (Вьета)

1540-1603

Знаменитая теорема,
устанавливающая

связь коэффициентов многочлена с
его

корнями, была обнародована в *1591*
г.

Теорема

Дано: x_1 и x_2
корни

уравнения
 $x^2 + px + q$

Доказать:

$$x_1 + x_2 = -p,$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Виета

Сумма корней
приведенного
квадратного
уравнения равна
второму
коэффициенту,
взятому с
противоположны
м знаком, а
произведение
корней равно

Теорема

Виета

План доказательства:

1. Записать формулы для нахождения x_1 и x_2 ;
2. Найти сумму корней: $x_1 + x_2$;
3. Найти произведение корней: $x_1 \cdot x_2$.

Теорема

Доказательство

Виета

$$1. x_1 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2}, \quad x_2 = \frac{-p - \sqrt{D}}{2} \quad \text{где } D = p^2 - 4q.$$

$$2. x_1 + x_2 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2} + \frac{-p - \sqrt{D}}{2} = \frac{-p + \sqrt{D} - p - \sqrt{D}}{2} = \frac{-2p}{2} = -p$$

$$3. x_1 \cdot x_2 = \frac{-p + \sqrt{D}}{2} \cdot \frac{-p - \sqrt{D}}{2} = \frac{(-p)^2 - (\sqrt{D})^2}{4} = \frac{p^2 - D}{4} = \frac{p^2 - (p^2 - 4q)}{4} = \frac{p^2 - p^2 + 4q}{4} = \frac{4q}{4} = q$$



1. Определите, верно ли сформулирована теорема: **Сумма корней квадратного уравнения равна второму коэффициенту, взятому с противоположным знаком, а произведение корней равно свободному члену**
2. Для всех ли приведенных уравнений $x_1 + x_2 = -p$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

3. Сформулируйте теорему со словами «**Если..., то...**»



□Что позволяет находить доказанная теорема?

□Что должно быть известно до применения теоремы?

- Можно ли найти сумму и произведение корней следующих уравнений

1. $x^2 + 3x + 6 = 0$

2. $x^2 + 5 = 0$

3. $2x^2 - 7x + 5 = 0$



$$x^2 + px + q = 0$$

$$x^2 - (x_1 + x_2)x + x_1 \cdot x_2 = 0$$

- **Задание 1. Выберите уравнение сумма корней которого равна -6, а произведение равно -11**

1) $x^2 - 6x + 11 = 0$

2) $x^2 + 6x - 11 = 0$

3) $x^2 + 6x + 11 = 0$

4) $x^2 - 11x - 6 = 0$

5) $x^2 + 11x - 6 = 0$

• **Задание 2. Если $x_1 = -5$ и $x_2 = -1$ - корни уравнения $x^2 + px + q = 0$, то**

1) $p = -6, q = -5$

2) $p = 5, q = 6$

3) $p = 6, q = 5$

4) $p = -5, q = -6$

5) $p = 5, q = -6$

6) $p = -6, q = -5$

• **Задание 3. Найдите сумму и произведение корней уравнения $x^2 - 3x - 5 = 0$.**

Выберите правильный ответ.

1) $x_1 + x_2 = -3, x_1 \cdot x_2 = -5$

2) $x_1 + x_2 = -5, x_1 \cdot x_2 = -3$

3) $x_1 + x_2 = 3, x_1 \cdot x_2 = -5$

4) $x_1 + x_2 = 5, x_1 \cdot x_2 = -3$

**сумму и
произведен
ие корней
уравнения**

Решение:

$$б) y^2 - 19 = 0, \quad D > 0$$

$$p = 0, \quad q = -19$$

$$x_1 + x_2 = 0, \quad x_1 \cdot x_2 = -19$$

№573

а) в) у доски

г) д)

самостоят

ельно с

последующе

й проверкой

$$д) 2x^2 - 9x - 10 = 0 \quad | \quad :2$$

$$x^2 - 4,5x - 2 = 0,$$

$$D > 0$$

$$p = -4,5, \quad q = -2$$

$$x_1 + x_2 = 4,5, \quad x_1 \cdot x_2 = -2$$

укажите, если это
возможно сумму и
произведение
корней

$$1. \quad x^2 - 2x - 8 = 0$$

$$D > 0, \quad p = -2, \quad q = -8$$

$$x_1 + x_2 = 2$$

$$x_1 \cdot x_2 = -8$$

$$2 \cdot (-4)$$

$$-2 \cdot 4$$

$$1 \cdot (-8)$$

$$-1 \cdot 8$$

$$x_1 = -2$$

$$x_2 = 4$$

Для каждого
уравнения
попытайтесь
подобрать два
числа x_1 и x_2 так,
чтобы
выполнялись
получившиеся
равенства.
Проверьте, будут
ли полученные
числа корнями
данного уравнения

$$2. \quad x^2 + 7x + 12 = 0$$

$$D > 0, \quad p = 7, \quad q = 12$$

$$x_1 + x_2 = -7$$

$$x_1 \cdot x_2 = 12$$

$$x_1 = -3$$

$$x_2 = -4$$

$$3. \quad y^2 - 8y - 9 = 0$$

$$D > 0, \quad p = -8, \quad q = -9$$

$$y_1 + y_2 = 8$$

$$y_1 \cdot y_2 = -9$$

$$y_1 = -1$$

$$y_2 = 9$$

Теорема Виета

Прямая теорема:

Если x_1 и x_2 - корни уравнения

$$x^2 + px + q = 0.$$

Тогда числа x_1 , x_2 и p , q связаны равенствами

$$x_1 + x_2 = -p,$$

$$x_1 \cdot x_2 = q$$

Обратная теорема:


Если числа x_1 , x_2 и p , q связаны равенствами

$$x_1 + x_2 = -p,$$

$$x_1 \cdot x_2 = q.$$

Тогда x_1 и x_2 - корни уравнения

$$x^2 + px + q = 0.$$



Числа x_1 и x_2 являются корнями приведенного квадратного уравнения $x^2 + px + q = 0$ тогда и только тогда, когда $x_1 + x_2 = -p$, $x_1 \cdot x_2 = q$

Применение теоремы

- Проверяем, правильно ли найдены корни уравнения
- Определяем знаки корней уравнения не решая его
- Устно находим корни приведенного квадратного уравнения
- Составляем квадратное уравнение с заданными корнями

Теорема Виета

Числа x_1 и x_2 являются корнями квадратного уравнения $x^2 + vx + c = 0$

тогда и только тогда, когда

$$x_1 + x_2 = -\frac{\hat{a}}{\acute{r}}$$

$$x_1 \cdot x_2 = \frac{\acute{n}}{\acute{r}}$$

По праву достойна в стихах
быть воспета
О свойствах корней
теорема Виета.

Что лучше, скажи,
постоянства такого:

Умножишь ты корни — и
дробь уж готова?

В числителе **с**, в
знаменателе **а**

А сумма корней тоже
дроби равна.

Хоть с минусом дробь, что
за беда!

В числителе **в**, в

Домашнее задание:
п. 23 (знать теорему
Виета),

дифференцированно
е задание
(листок с домашней
работой)

спасибо за урок !