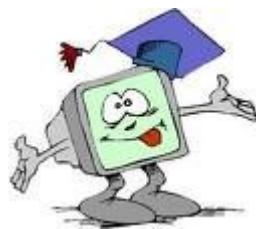
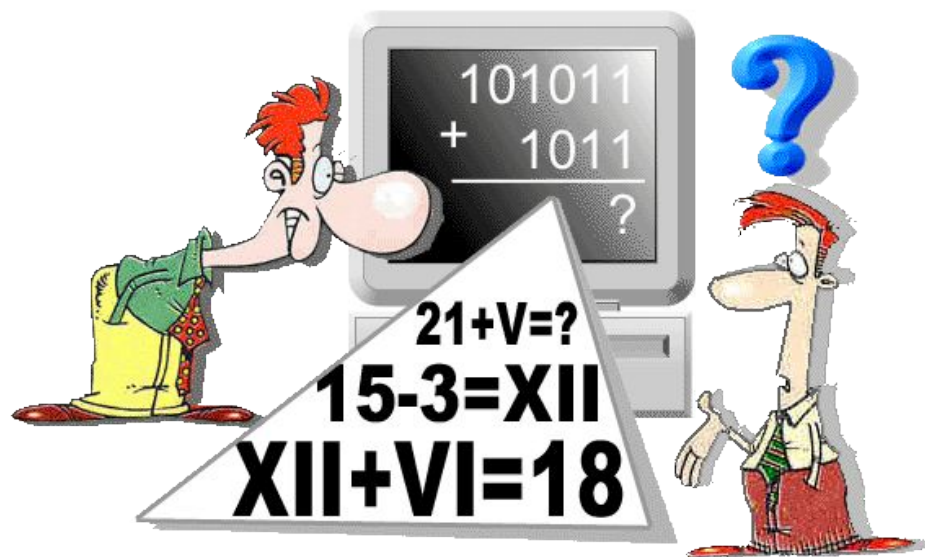


КОДУВАННЯ ЧИСЕЛ



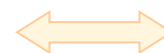
Робота групи “Математики”

ДВІЙКОВЕ КОДУВАННЯ В КОМП'ЮТЕРІ

- Вся інформація, яку обробляє комп'ютер має бути представлена двійковим кодом за допомогою двох цифр: 0 і 1. Ці два символи прийнято називати двійковими цифрами або бітами.
- За допомогою двох цифр 0 і 1 можна закодувати будь-яке повідомлення. Це з'явилося причиною того, що в комп'ютері обов'язково повинно бути організовано два важливі процеси: кодування і декодування.
- Кодування — перетворення вхідної інформації у форму, що сприймається комп'ютером, тобто двійковий код.
- Декодування — перетворення даних з двійкового коду у форму, зрозумілу людині.

Привіт!

001011



ЧОМУ ДВІЙКОВЕ КОДУВАННЯ

З погляду технічної реалізації використання двійкової системи числення для кодування інформації виявилось набагато простішим, ніж застосування інших способів. Дійсно, зручно кодувати інформацію у вигляді послідовності нулів і одиниць, якщо представити ці значення як два можливі стійкі стани електронного елемента:

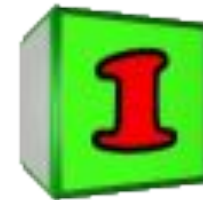
0 – відсутність електричного сигналу;

1 – наявність електричного сигналу.

Ці стани легко розрізнити.

Недолік двійкового кодування – довгі коди. Але в техніці легко мати справу з великою кількістю простих елементів, чим з невеликим числом складних.

Способи кодування і декодування інформації в комп'ютері, насамперед, залежить від виду інформації, а саме, що повинне кодуватися: числа, текст, графічні зображення або звук.



СИСТЕМА ЧИСЛЕННЯ

Для запису інформації про кількість об'єктів використовуються числа. Числа записуються за допомогою набору спеціальних символів.

Система числення — спосіб запису чисел за допомогою набору спеціальних знаків, званих цифрами.



Види систем числення

Системи числення

```
graph TD; A[Системи числення] --> B[Позиційні]; A --> C[Непозиційні];
```

Позиційні

У позиційних системах числення величина, що позначається цифрою в записі числа, залежить від її положення в числі (позиції).

211

Непозиційні

У непозиційних системах числення величина, яку позначає цифра, не залежить від положення в числі.

XXI



НЕПОЗИЦІЙНІ СИСТЕМИ ЧИСЛЕННЯ

Канонічним прикладом фактично непозиційної системи числення є римська, в якій як цифри використовуються латинські букви:

I позначає 1, **V** - 5, **X** - 10, **L** - 50, **C** - 100, **D** - 500, **M** -1000.

Натуральні числа записуються за допомогою повторення цих цифр.

Наприклад, $II = 1 + 1 = 2$, тут символ **I** позначає 1 незалежно від місця в записі числа.

Для правильного запису великих чисел римськими цифрами необхідно спочатку записати число тисяч, потім сотень, потім десятків і, нарешті, одиниць.

Приклад: число 1988. Одна тисяча **M**, дев'ять сотень **CM**, вісімдесят **LXXX**, вісім **VIII**. Запишемо їх разом: **MCMLXXXVIII**.

$MCMLXXXVIII = 1000 + (1000 - 100) + (50 + 10 + 10 + 10) + 5 + 1 + 1 + 1 = 1988$

Для зображення чисел в непозиційній системі числення неможна обмежитися кінцевим набором цифр. Крім того, виконання арифметичних дій в них вкрай незручно.



Позиційні системи числення

У позиційних системах числення величина, що позначається цифрою в записі числа, залежить від її положення в числі (позиції).

Кількість використовуваних цифр називається основою системи числення.

Наприклад, 11 – це одинадцять, а не два: $1 + 1 = 2$ (порівняйте з римською системою числення). Тут символ 1 має різне значення залежно від позиції в числі.



Перші позиційні системи числення

Найпершою такою системою, коли рахунковим "приладом" служили пальці рук, була п'ятіркова система.

Деякі племена на філіппінських островах використовують її і в наші дні, а в деяких цивілізованих країнах її релікт, як вважають фахівці, зберігся тільки у вигляді шкільної п'ятибальної шкали оцінок.



ДВАНАДЦЯТКОВА СИСТЕМА ЧИСЛЕННЯ

Наступною після п'ятіркова виникла дванадцяткова система числення. Виникла вона в стародавньому Шумеріві. Деякі учені вважають, що така система виникла у них з підрахунку фаланг на руці великим пальцем.

Широкого поширення набула 12-кова система числення в ХІХ столітті. На її широке використання у минулому явно указують назви числівників в багатьох мовах, а також способи відліку часу, що збереглися у ряді країн, грошей і співвідношення між деякими одиницями вимірювання.

Рік складається з 12 місяців, а половина доби складається з 12 годин.

Елементом дванадцяткової системи в сучасності може служити рахунок дюжинами.

Перші три ступені числа 12 мають власні назви: 1 дюжина = 12 штук; 1 гросс = 12 дюжин = 144 штуки; 1 маса = 12 гроссов = 144 дюжини = 1728 штук.

Англійський фунт складається з 12 шилінгів.



ШЕСТИДЕСЯТКОВА СИСТЕМА ЧИСЛЕННЯ

Наступна позиційна система числення була придумана ще в Стародавньому Вавілоні, причому вавілонська нумерація була шестидесяткова, тобто в ній використовувалося шістьдесят цифр!

Пізніше ця система використовувалася арабами, а також стародавніми і середньовічними астрономами.

Шестидесяткова система числення, як вважають дослідники, являє собою синтез вже вищезазначених п'ятіркової і дванадцяткової систем.



Які позиційні системи числення використовуються зараз?

В даний час найбільш поширена десяткова, двійкова, вісімкова і шестнадцяткова системи числення.

Двійкова, вісімкова (в даний час витісняється 16-ковою) і *шестидесяткова* система часто використовується в областях, пов'язаних з цифровими пристроями, програмуванні і, взагалі, комп'ютерній документації.

Сучасні комп'ютерні системи оперують інформацією, представленою в цифровій формі.

Числові дані перетворюються в двійкову систему числення.



ДЕСЯТКОВА СИСТЕМА ЧИСЛЕННЯ

Десяткова система числення — позиційна система числення за основою 10.

Припускають, що основа 10 пов'язана з кількістю пальців рук у людини.

Найбільш поширена система числення в світі.

Для запису чисел використовуються символи

0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9,

що називають арабськими цифрами.

Сучасні цифри	Арабські цифри	Індійські цифри
0	۰	०
1	۱	१
2	۲	२
3	۳	३
4	۴	४
5	۵	५
6	۶	६
7	۷	७
8	۸	८
9	۹	९



АЛФАВІТ ДЕСЯТКОВОЇ, ДВІЙКОВОЇ, ВІСІМКОВОЇ І ШІСТНАДЦЯТКОВОЇ СИСТЕМ ЧИСЛЕННЯ

Система числення	Основа	Алфавіт цифр
<i>Десяткова</i>	10	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9
<i>Двійкова</i>	2	0, 1
<i>Вісімкова</i>	8	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7
<i>Шістнадцяткова</i>	16	0, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, A, B, C, D, E, F



ВІДПОВІДНІСТЬ ДЕСЯТКОВОЇ, ДВІЙКОВОЇ, ВІСІМКОВОЇ І ШЕСТНАДЦЯТКОВОЇ СИСТЕМ ЧИСЛЕННЯ

p=10	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15
p=2	0	1	10	11	100	101	110	111	1000	1001	1010	1011	1100	1101	1110	1111
p=8	0	1	2	3	4	5	6	7	10	11	12	13	14	15	16	17
p=16	0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	A	B	C	D	E	F

Кількість використуваних цифр називається основою системи числення.

При одночасній роботі з декількома системами числення для їх розрізнення основа системи зазвичай указується у вигляді нижнього індексу, який записується в десятковими цифрами:

123_{10} — це число 123 в десятковій системі числення;

1111011_2 — те ж число, але в двійковій системі.

Двійкове число 1111011 можна розписати у вигляді:

$$1111011_2 = 1*2^6 + 1*2^5 + 1*2^4 + 1*2^3 + 0*2^2 + 1*2^1 + 1*2^0.$$



ПЕРЕВЕДЕННЯ ЧИСЕЛ З ОДНІЄЇ СИСТЕМИ ЧИСЛЕННЯ В ІНШУ

Щоб перевести число з позиційної системи числення з основою p в десяткову, треба представити це число у вигляді суми степенів p і провести вказані обчислення в десятковій системі числення.

Наприклад, переведемо число 1011_2 в десяткову систему числення. Для цього представимо це число у вигляді степенів двійки і проведемо обчислення в десятковій системі числення.

$$\begin{aligned}1011_2 &= 1 \cdot 2^3 + 0 \cdot 2^2 + 1 \cdot 2^1 + 1 \cdot 2^0 = \\ &= 1 \cdot 8 + 0 \cdot 4 + 1 \cdot 2 + 1 \cdot 1 = \\ &= 8 + 0 + 2 + 1 = 11_{10}\end{aligned}$$

Розглянемо ще один приклад. Переведемо число $52,74_8$ в десяткову систему числення.

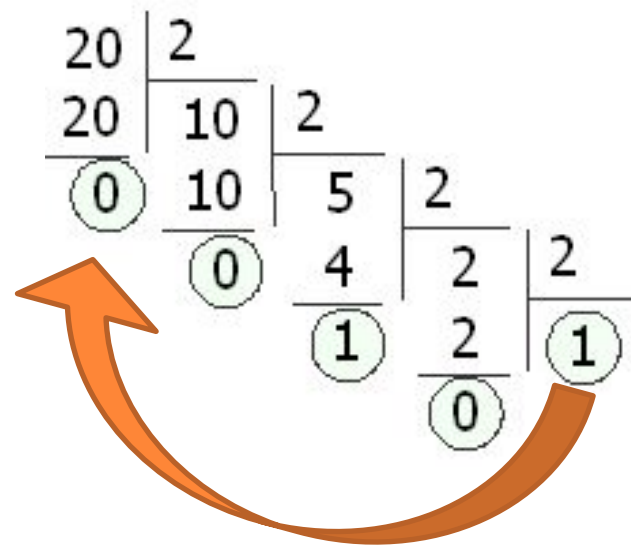
$$\begin{aligned}52,74_8 &= 5 \cdot 8^1 + 2 \cdot 8^0 + 3 \cdot 8^{-1} + 4 \cdot 8^{-2} = \\ &= 5 \cdot 8 + 2 \cdot 1 + 7 \cdot 1/8 + 4 \cdot 1/64 = \\ &= 40 + 2 + 0,875 + 0,015625 = 42,890625_{10}\end{aligned}$$



ПЕРЕВЕДЕННЯ ЧИСЕЛ З ОДНІЄЇ СИСТЕМИ ЧИСЛЕННЯ В ІНШУ

Переведення з десяткової системи числення в систему числення з основою p здійснюється послідовним діленням десяткового числа і його десяткових часток на p , а потім виписуванням останньої частки і залишків *в зворотному порядку*.

Переведемо десяткове число 20_{10} в двійкову систему числення (основа системи числення $p=2$). У результаті отримали $20_{10} = 10100_2$.





ЗАДАЧІ:

- У мене 100 братів. Молодшому - 1000 років, а старшому 1111 років. Старший вчиться в 1001 класі. Чи можливо таке?
- Коли 2×2 дорівнює 100?
- Відмітьте і послідовно поєднайте на координатній площині точки, координати яких записані у двійковій системі числення:

1($001_2, 000_2$), 2($001_2, 1000_2$), 3($000_2, 1000_2$), 4($000_2, 1001_2$), 5($010_2, 1001_2$), 6($010_2, 111_2$), 7($111_2, 111_2$), 8($111_2, 1011_2$), 9($1000_2, 1011_2$), 10($1000_2, 1010_2$), 11($1001_2, 1010_2$), 12($1001_2, 1001_2$), 13($1100_2, 1000_2$), 14($1100_2, 110_2$), 15($1001_2, 110_2$), 16($1001_2, 000_2$), 17($111_2, 000_2$), 18($111_2, 100_2$), 19($011_2, 100_2$), 20($000_2, 000_2$), 21($001_2, 000_2$)





ЗАДАЧІ

- Запишіть число 1945 в римській системі числення.
- Чому будуть дорівнювати числа 174_8 , $2E_{16}$, $101,101_2$ в десятковій системі числення?
- Як буде записуватись число 14_{10} в двійковій системі числення? 100_{10} в вісімковій?
- Порівняйте числа: VVV і 555.
- Які числа записані наступними римськими числами:
MCMXCIX;
CMLXXXVIII;
MCXLVII?

